现代远程教育和成人教育系列改革教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

下册

傅英定　钟守铭　主编

电子科技大学出版社

现代远程教育和成人教育系列改革教材

高等数学

GAODENG SHUXUE

下册

傅英定　钟守铭　主编

电子科技大学出版社

图书在版编目（C I P）数据

高等数学. 下 / 傅英定，钟守铭主编. —成都：
电子科技大学出版社，2014.5
ISBN 978-7-5647-2353-8

Ⅰ. ①高… Ⅱ. ①傅… ②钟… Ⅲ. ①高等数学－成
人高等教育－教材 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2014）第 090670 号

内 容 提 要

在第一版的基础上，本次再版是依据最新全国网络教育统考“高等数学考试大纲（2010 年修订）”及成人教育“高等数学”教学大纲的要求修订而成，其内容的深度、广度依据该大纲而选定，基本例题依据考试的难度与题型而编写，各节习题的格式与考试试题的格式基本相同，为了加强学生的基础知识训练，各节的习题中编排了基本训练题。

本书内容包括：不定积分、定积分及其应用、常微分方程。每节配有 A、B 两类习题，A 为选择题，B 为基本训练题。每章后配有综合复习题，附录配有三套综合测试题及习题、测试题答案。

本书文字叙述通俗易懂，深入浅出，详略得当，清晰流畅，便于自学。

本书可作为现代远程教育和成人高等教育大专（本科）高等数学课程教材或者参考书。

高等数学（下）

傅英定 钟守铭 主编

出　　版：电子科技大学出版社（成都市一环路东一段 159 号电子信息产业大厦　邮编：610051）
策划编辑：谢晓辉
责任编辑：谢晓辉
主　　页：www.uestcp.com.cn
电子邮箱：uestcp@uestcp.com.cn
发　　行：新华书店经销
印　　刷：成都蜀通印务有限责任公司
成品尺寸：185mm×260mm　印张 7.5　字数 194 千字
版　　次：2014 年 6 月第一版
印　　次：2014 年 6 月第一次印刷
书　　号：ISBN 978-7-5647-2353-8
定　　价：18.80 元

◆ 本社发行部电话：028-83202463；本社邮购电话：028-83201495。
◆ 本书如有缺页、破损、装订错误，请寄回印刷厂调换。

前　言

本书第一版自2007年出版以来，被全国多所高等学校选为教材。经过几年的教学实践，并广泛征求同行专家教授的宝贵意见，在保持第一版教材注重培养学生分析和解决问题能力的基础上，此次再版修改了以下几个方面：

（1）本次再版是依据现代远程教育和成人教育“高等数学”教学大纲的要求而修改，其内容的深度、广度依该大纲而选定，基本例题依考试的难度与题型而编写，各节习题的格式与考试试题的格式基本相同，为了加强学生的基础知识训练，各节的习题中编排了基本训练题。

（2）本次修订的特色是：在注重课程体系结构与教学内容的整体优化，着力于数学素质与能力培养的同时，充分重视应用型人才的培养目标和从业人员继续教育的特点，着重处理好如何理解本课程中的基本理论、重点和难点之间的关系。精选例题和习题，难易适度，具有启发性和典型性。文字叙述通俗易懂，深入浅出，详略得当，清晰流畅，便于自学。内容的编写重在以培养学生应用数学知识解决实际问题的意识与能力；以育人为本、学生为本、质量为本；突出数学思想与方法，适当淡化运算技巧；注重教学的适用性。

（3）在内容的选择方面，按照成人教育高等数学教学大纲要求，本次修订去掉了“多元函数微积分”的全部内容，“函数”部分中“隐函数”的内容，“连续”部分中“反函数的连续性”的内容等。

（4）本书内容包括不定积分、定积分及其应用、常微分方程。每节配有A、B两类习题，A为选择题, B为基本训练题。每章后配有综合复习题，全书配有综合测试题三套，并附常用曲线图、习题及综合测试题答案。本书中少量标注（*）的内容与例题读者可根据需要进行取舍。本次修订仍将“高等数学”分为上、下两册，以供不同层的学生所需。其中，上册包括第一至三章作为专科内容，下册包括第四至六章作为专升本适用。

本书可作为现代远程教育和成人高等教育大专（本科）高等数学课程教材或者参考书。

本书第一章、第四章、第五章由陈良均教授编写，第二章、第三章由傅英定教授编写，第六章由钟守铭教授编写。

本书由傅英定、钟守铭教授主编，全书由傅英定教授统稿。

本次修订经电子科技大学谢云荪教授主审，并认为该教材具有以下特点：

（1）教材定位恰当。该教材在教材内容选择、安排与处理方面，充分考虑了成人教育

学生的特点与实际情况，教材定位恰当。

（2）重视基础。重视基本概念，重视基本方法，重视基本训练，不追求运算技巧。

（3）突出重点，循序渐进，深入浅出，详略得当。精选例题与习题，难易适度。

（4）教学适用性强。叙述文笔流畅，通俗易懂，便于理解，便于教师教学与学生学习。这是一本十分适合现代远程教育和成人高等教育大专（本科）的好教材或者参考书。

同时谢云荪教授也对本书提出了十分宝贵的意见和建议。

本次修订得到了电子科技大学数学科学学院院长黄廷祝教授、继续教育学院院长曾翎教授、电子科技大学出版社和电子科技大学数学科学学院全体老师的大力支持和帮助，在此编者一并表示衷心的感谢！

限于编者水平，书中难免有不妥之处，敬请批评指正。

编　者

2014 年 4 月

目　录

第四章　不定积分 1

§4.1　原函数与不定积分的概念 1

习题 4-1 4

§4.2　不定积分的性质和基本积分公式 6

一、不定积分的性质 6

二、基本积分公式 6

习题 4-2 9

§4.3　换元积分法 11

一、第一类换元积分法 11

二、第二类换元积分法 15

习题 4-3 20

§4.4　分部积分法 23

习题 4-4 26

第四章　复习题 27

第五章　定积分及其应用 32

§5.1　定积分的概念及性质 32

一、引例 32

二、定积分的定义 34

三、定积分的几何意义　函数可积的充分条件 35

四、定积分的性质 36

习题 5-1 40

§5.2　微积分基本公式 42

一、变上限定积分 42

二、牛顿(Newton)—莱布尼茨(Leibniz)公式 44

习题 5-2 46

§5.3　定积分的换元法与分部积分法 49

一、定积分的换元积分法 49

二、定积分的分部积分法 51

习题 5-3 54

§5.4　定积分的应用 56

一、微元分析法 56

二、定积分在几何上的应用 58

习题 5-4 64

第五章　复习题 65

第六章　常微分方程 71

§6.1　微分方程的基本概念 71

习题 6-1 75

§6.2　一阶微分方程 78

一、可分离变量的方程 78

二、一阶线性方程 82

习题 6-2 86

第六章　复习题 89

附录 1　常用曲线图 92

附录 2 95

综合测试题（一） 95

综合测试题（二） 97

综合测试题（三） 99

附录 3　习题答案与提示 102

第四章 102

习题 4-1 102

习题 4-2 102

习题 4-3 103

习题 4-4 103

第四章　复习题 103

第五章 104

习题 5-1 104

习题 5-2 104

习题 5-3 105

习题 5-4 105

第五章　复习题 106

第六章 107

习题 6-1 107

习题 6-2 107

第六章　复习题 108

综合测试题（一） 108

综合测试题（二） 108

综合测试题（三） 109

参考文献 110

第四章　不 定 积 分

前两章中我们讨论了一元函数的微分学问题，以下两章讨论一元函数积分学问题. 积分学中有两个基本概念——不定积分与定积分.

微分法是求已知函数的导数或微分，本章研究相反的问题，即已知一个函数的导数或微分，求原来的函数，这就是求不定积分问题. 本章重点是不定积分的计算.

§4.1　原函数与不定积分的概念

如果已知变速直线运动的运动方程 $s=s(t)$，用微分法可求得运动速度是距离 s 对时间 t 的导数 $v(t)=\dfrac{ds}{dt}$，但是实践中却常常遇到与此相反的问题，即已知变速直线的速度 $v(t)$，要求运动方程 $s=s(t)$，使它的导数 $s'(t)$要等于已知速度 $v(t)$. 这类问题在力学、物理学及其他自然科学与工程技术研究中经常遇到. 从数学观点看，就是已知一个函数的导数或微分，求出原来的函数（称为原函数）.

下面给出原函数的定义：

定义 1　已知函数 $f(x)$在某区间 I 上有定义，如果存在函数 $F(x)$，使得在 I 上任何一点 x 都有

$$F'(x)=f(x) \quad \text{或} \quad dF(x)=f(x)\,dx,$$

则称 $F(x)$为 $f(x)$在 I 上的一个原函数.

例如，因为 $(\sin x)'=\cos x$，所以 $\sin x$ 是 $\cos x$ 在（$-\infty,+\infty$）的一个原函数，显然 $\sin x+1$，$\sin x-\sqrt{2}$，$\sin x+\dfrac{1}{3}$ 等都是 $\cos x$ 在区间（$-\infty,+\infty$）内的原函数.

又如$(x^2)'=2x$，x^2 是 $2x$ 在区间（$-\infty,+\infty$）内的一个原函数. $(x^2+C)'=2x$（其中 C 为任意常数），x^2+C 也是 $2x$ 在（$-\infty,+\infty$）内的原函数. 再如$(\arctan x)'=\dfrac{1}{1+x^2}$，又$(\arctan x+C)'=\dfrac{1}{1+x^2}$（$C$ 为任意常数），所以 $\arctan x$ 和 $\arctan x+C$ 都是$\dfrac{1}{1+x^2}$的原函数.

一般地，如果 $F(x)$是 $f(x)$在区间 I 上的一个原函数，即 $F'(x)=f(x)$，那么，对任一常数

第四章　不定积分

C, 必然有

$$(F(x)+C)'=f(x).$$

于是, $F(x)+C$ 也是 $f(x)$的原函数. 因此, 只要 $f(x)$有一个原函数, 它就一定有无穷多个原函数.

如果 $F(x)$和 $G(x)$都是 $f(x)$在区间 I 上的原函数, 则 $G(x)$和 $F(x)$之间只相差一个常数. 事实上

$$[G(x)-F(x)]'=G'(x)-F'(x)=f(x)-f(x)=0$$

故
$$G(x)-F(x)=C,$$

即
$$G(x)=F(x)+C.$$

由此可知, 在区间 I 上, 如果函数 $F(x)$是函数 $f(x)$的一个原函数, 其他原函数都可以表成 $F(x)+C$, 因此, $F(x)+C$ 是 $f(x)$的原函数的一般表达式, 其中 C 为任意常数.

定义 2　在区间 I 上, 如果函数 $F(x)$是函数 $f(x)$的一个原函数, 则 $f(x)$的全体原函数 $F(x)+C$ 称为 $f(x)$的不定积分, 记为

$$\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C,$$

其中, "$\int$" 称为积分号, $f(x)$称为被积函数, $f(x)\,\mathrm{d}x$ 称为被积表达式, x 称为积分变量, C 称为积分常数.

由定义 2 可知, 要求函数 $f(x)$的不定积分, 只要求出 $f(x)$的任何一个原函数 $F(x)$, 再加上一个任意常数即可.

例 1　求 $\int x^2\mathrm{d}x$.

解　因为 $(\frac{1}{3}x^3)'=x^2$, 所以 $\frac{1}{3}x^3$ 是 x^2 的一个原函数, 于是

$$\int x^2\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^3+C.$$

例 2　$\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x$.

解　由 § 2.2 例 20 知,

$$(\ln|x|)'=\frac{1}{x},$$

故
$$\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C.$$

例 3 若 $\int f(x)\mathrm{d}x = x^2\mathrm{e}^{2x} + C$，求 $f(x)$.

解 由原函数定义，可知 $x^2\mathrm{e}^{2x}$ 是 $f(x)$ 的原函数，

因此

$f(x) = (x^2\mathrm{e}^{2x})' = 2(x+x^2)\mathrm{e}^{2x}$.

下面介绍不定积分的几何意义.

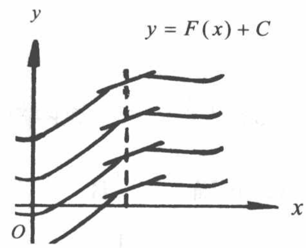

图 4.1

在直角坐标系中，$f(x)$ 的任意一个原函数 $F(x)$ 的图形，称为 $f(x)$ 的一条积分曲线，其方程是 $y = F(x)$. 这样，不定积分 $\int f(x)\mathrm{d}x$ 在几何上表示一族积分曲线 $y = F(x)+C$，称为 $f(x)$ 的**积分曲线族**. 积分曲线族中任何一条曲线，都可以由 $y = F(x)$ 沿 y 轴平移一段 C 得到（如图 4.1 所示）. 因此，在横坐标 x 相同的点处，所有积分曲线的切线彼此平行，这些曲线具有相同的斜率 $F'(x) = f(x)$.

例 4 已知曲线的切线斜率为 $2x$，

（1）求曲线方程；

（2）若曲线过点（1, 2），求此曲线的方程.

解 （1）设曲线方程为

$$y = F(x),$$

则

$$y' = F'(x) = 2x.$$

于是，曲线族方程为

$$y = \int F'(x)\mathrm{d}x = \int 2x\mathrm{d}x = x^2 + C.$$

（2）因曲线过点(1, 2)，将 $x = 1$，$y = 2$ 代入 $y = x^2 + C$，得 $C = 1$，

于是得

$$y = x^2 + 1,$$

这就是过点（1, 2）的曲线方程，如图 4.2 所示.

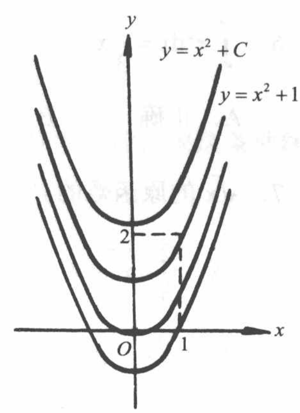

图 4.2

第四章 不定积分

习题 4-1

A. 选择题

1. $\ln 3x$ 是 $\dfrac{1}{x}$ 的一个原函数.（　　）

   A. 正确　　B. 不正确

2. $\ln 3x+2$ 不是 $\dfrac{1}{x}$ 的一个原函数.（　　）

   A. 正确　　B. 不正确

3. $\ln 5x$ 是 $\dfrac{1}{5x}$ 的一个原函数.（　　）

   A. 正确　　B. 不正确

4. $4-\ln 2x$ 是 $\dfrac{1}{x}$ 的一个原函数.（　　）

   A. 正确　　B. 不正确

5. $5\ln x$ 是 $\dfrac{5}{x}$ 的一个原函数.（　　）

   A. 正确　　B. 不正确

6. $\int x^2 \mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}x^3$.（　　）

   A. 正确　　B. 不正确

7. $\sqrt{x}$ 的原函数的导函数是（　　）.

   A. $\dfrac{2}{3}\sqrt{x^3}+C$　　B. $\dfrac{2}{3}\sqrt{x^3}$

   C. $\sqrt{x}$　　D. $\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

8. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{2x}$ 的原函数是（　　）.

   A. $\ln 2x$　　B. $-\dfrac{1}{2x^2}$

   C. $\ln(2+x)$　　D. $\dfrac{1}{2}\ln 5x$

9. $\int x^2 \mathrm{d}x =$（　　）.

A. $\frac{1}{3}x^3 + C$　　B. $\frac{1}{3}x^3 + C^2$

C. $\frac{1}{3}x^3 - C^2$　　D. $\frac{1}{3}x^3 + 1$

10. $\int (\cos x)' \mathrm{d}x =$（　　）

A. $\sin x + C$　　B. $-\sin x + C$

C. $\cos x + C$　　D. $-\cos x + C$

11. $\sin 2x$ 的原函数是（　　）

A. $2\cos 2x$　　B. $-2\cos 2x$

C. $-\sin^2 x$　　D. $-\cos^2 x$

12. $\int \cos x \mathrm{d}x =$（　　）

A. $\sin x$　　B. $\sin x + 1$

C. $\sin x + C$　　D. $\cos x + C$

B．基本训练题

1. $y_1 = \frac{1}{2}\sin^2 x, y_2 = -\frac{1}{4}\cos 2x$ 是否是同一个函数的原函数？

2. 一曲线通过 $(\mathrm{e}^2, 3)$，且在任一点处切线的斜率等于该横坐标的倒数，求这条曲线的方程.

3. 已知 $F'(x) = \sqrt{1+x}$，求 $\mathrm{d}F(\mathrm{e}^x)$.

4. 设 $\int xf(x)\mathrm{d}x = \ln x + C$，求 $\int \frac{\mathrm{d}x}{f(x)}$.

§ 4.2 不定积分的性质和基本积分公式

一、不定积分的性质

求不定积分的运算称为积分运算或积分法，由不定积分的定义，积分运算是微分运算的逆运算，从而容易得出它们之间具有如下关系：

性质 1 （1）$[\int f(x)dx]' = f(x)$ 或 $d\int f(x)dx = f(x)dx$；

（2）$\int f'(x)dx = f(x) + C$ 或 $\int df(x) = f(x) + C$.

证 设 $F(x)$是 $f(x)$的一个原函数，则

$$[\int f(x)dx]' = [F(x)+C]' = F'(x) = f(x)$$

所以（1）成立.

由于 $f(x)$是 $f'(x)$的一个原函数，（2）显然成立.

性质 2 $\int[f(x)+g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

证 将上式右端对 x 求导，得

$$\begin{aligned}[\int f(x)dx + \int g(x)dx]' &= [\int f(x)dx]' + [\int g(x)dx]' \\ &= f(x) + g(x)\end{aligned}$$

这说明等式右端的导数确是左端的被积函数，因此性质 2 成立.

性质 3 $\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$ （k 为非零常数）.

此性质请读者自证.

由性质 2 和性质 3 显然有：**有限个函数的线性组合的积分等于积分后的线性组合**，即

$$\int[\sum_{i=1}^{n} k_i f_i(x)]dx = \sum_{i=1}^{n} k_i \int f_i(x)dx.$$

其中，$k_i\ (i=1, 2, \cdots, n)$为不全为零的常数.

注意性质 3，请读者考虑一下，如果所有 $k_i = 0$，会出现什么样的结果.

二、基本积分公式

根据积分法、微分法和互逆运算关系，从基本导数公式可以得到相应的基本积分公式：

（1） $\int k\,\mathrm{d}x = kx + C \quad (k\text{为常数})$；

（2） $\int x^a \mathrm{d}x = \frac{1}{a+1}x^{a+1} + C \quad (a \neq -1)$；

（3） $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x| + C$；

（4） $\int \frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x = \arctan x + C$；

（5） $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \arcsin x + C$；

（6） $\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$；

（7） $\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C$；

（8） $\int \frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x = \int \sec^2 x\mathrm{d}x = \tan x + C$；

（9） $\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = \int \csc^2 \mathrm{d}x = -\cot x + C$；

（10） $\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x + C$；

（11） $\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0,\ a \neq 1)$；

以上基本积分公式，是求不定积分的基础，读者要熟记.

例 1 求 $\int \frac{\mathrm{d}x}{x\sqrt[3]{x}}$.

解 原式$= \int x^{-\frac{4}{3}}\mathrm{d}x = \frac{x^{-\frac{4}{3}+1}}{-\frac{4}{3}+1} + C = -3x^{-\frac{1}{3}} + C$.

一般说来，如果被积函数是用根式或分式形式表示的幂函数，应先化为 x^a 的形式，再利用幂函数的积分公式计算.

例 2 求 $\int (4x^3 - 5x + 6)\mathrm{d}x$

解 原式$= \int 4x^3\mathrm{d}x - \int 5x\mathrm{d}x + \int 6\mathrm{d}x$

$$=4\int x^3\mathrm{d}x-5\int x\mathrm{d}x+\int 6\mathrm{d}x$$

$$=4\cdot\frac{1}{4}x^4-5\cdot\frac{1}{2}x^2+6x+C$$

$$=x^4-\frac{5}{2}x^2+6x+C.$$

注 在分项积分后，每个不定积分的结果都含有任意常数，但由于任意常数之和仍是任意常数，因此，只要写出一个任意常数即可.

例 3 求 $\int\frac{(x-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}{\sqrt[3]{x}}\mathrm{d}x$.

解 原式$=\int\frac{x-\sqrt{x}+x\sqrt{x}-x}{\sqrt[3]{x}}\mathrm{d}x=\int\frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}\mathrm{d}x$

$$=\int x^{\frac{7}{6}}\mathrm{d}x-\int x^{\frac{1}{6}}\mathrm{d}x=\frac{6}{13}x^{\frac{13}{6}}-\frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}}+C.$$

例 4 求 $\int\frac{1+x+x^2}{x(1+x^2)}\mathrm{d}x$.

解 原式$=\int\frac{x+(1+x^2)}{x(1+x^2)}\mathrm{d}x=\int(\frac{1}{1+x^2}+\frac{1}{x})\mathrm{d}x$

$$=\int\frac{1}{1+x^2}\mathrm{d}x+\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\arctan x+\ln|x|+C.$$

例 5 求 $\int\frac{x^4}{1+x^2}\mathrm{d}x$.

解 原式$=\int\frac{x^4-1+1}{1+x^2}\mathrm{d}x=\int\frac{(x^2+1)(x^2-1)+1}{1+x^2}\mathrm{d}x$

$$=\int(x^2-1+\frac{1}{1+x^2})\mathrm{d}x=\int x^2\mathrm{d}x-\int\mathrm{d}x+\int\frac{\mathrm{d}x}{1+x^2}$$

$$=\frac{1}{3}x^3-x+\arctan x+C.$$

例 6 求 $\int 2^x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x$.

解 原式$=\int(2\mathrm{e})^x\mathrm{d}x=\frac{(2\mathrm{e})^x}{\ln(2\mathrm{e})}+C=\frac{2^x\mathrm{e}^x}{1+\ln 2}+C$.

例 7 求 $\int\frac{1+\cos^2 x}{1+\cos 2x}\mathrm{d}x$.

解 原式$=\int\frac{1+\cos^2 x}{2\cos^2 x}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{\cos^2 x}+1\right)\mathrm{d}x$

$$=\frac{1}{2}\int\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\tan x+\frac{1}{2}x+C.$$

例 8 求 $\int\frac{1}{\sin^2 x\cos^2 x}\mathrm{d}x$.

解 原式$=\int\frac{\sin^2 x+\cos^2 x}{\sin^2 x\cos^2 x}\mathrm{d}x$

$$=\int\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x+\int\frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x=\tan x-\cot x+C.$$

注 在许多情况下，被积函数不是基本积分表所列的，这时需要对被积函数进行各种恒等变形，使其可以利用不定积分的基本公式.

习题 4-2

A. 选择题

1. $\int 2^x\,\mathrm{d}x=\frac{1}{\ln 2}2^x+C$.（　　）

A. 正确　　B. 不正确

2. $\int(\sin x+3)\,\mathrm{d}x=\cos x+3x+C$.（　　）

A. 正确　　B. 不正确

3. $\int x^3\mathrm{d}x=3x^2+C$.（　　）

A. 正确　　B. 不正确

4. $\int\sqrt[3]{x^2}\mathrm{d}x=\frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}}+C$.（　　）

A. 正确　　B. 不正确

5. $\int\frac{x+1}{x}\mathrm{d}x=$（　　）

A. $1+\ln|x|+C$　　B. $1-\ln|x|+C$

C. $x+\ln|x|+C$　　D. $x-\ln|x|+C$

6. $\int\frac{3x^4+3x^2+1}{x^2+1}\mathrm{d}x=$（　　）

A. $x^3+\tan x+C$　　B. $9x^2+\arctan x+C$

C. $x^3+\arctan x+C$　　D. $6x+\arctan x+C$

7. 下列等式正确的是（　　）

A. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)$　　B. $\int f'(\mathrm{e}^x)\mathrm{d}x=f(\mathrm{e}^x)+C$

C. $\int f'(\sqrt{x})\mathrm{d}x=2\sqrt{x}v(\sqrt{x})+C$　　D. $\int xf'(1-x^2)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}f(1-x^2)+C$

8. $\int\frac{1}{1+\cos 2x}\mathrm{d}x=$（　　）

A. $-\dfrac{1}{2\sin 2x}+C$　　B. $-\dfrac{1}{\sin^2 x}+C$

C. $2\tan x+C$　　D. $\dfrac{1}{2}\tan x+C$

B. 基本训练题

1. 求下列不定积分

（1）$\int(6\cos x-\dfrac{5}{x})\,\mathrm{d}x$

（2）$\int(3\sin x+\dfrac{1}{\sin^2 x})\,\mathrm{d}x$

（3）$\int(\dfrac{3}{\sqrt{x}}+\dfrac{5}{x^2}-2)\mathrm{d}x$

（4）$\int \mathrm{e}^x(1-\dfrac{\mathrm{e}^{-x}}{\sqrt{1-x^2}})\mathrm{d}x$

（5）$\int \dfrac{2\cdot 3^x-5\cdot 2^x}{3^x}\mathrm{d}x$

（6）$\int \dfrac{(1-x)^2}{\sqrt[3]{x}}\mathrm{d}x$

（7）$\int \dfrac{\cos 2x}{\sin x+\cos x}\mathrm{d}x$

（8）$\int \dfrac{x^2+2}{x^2(1+x^2)}\mathrm{d}x$

2. 已知某函数的导函数为 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$，且当 $x=1$ 时，这个函数的值等于 $\dfrac{3}{2}\pi$，求这个函数.

3. 若 $f'(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$，且 $f(1)=\dfrac{\pi}{2}$，求 $f(x)$.

4. 设 $f'(\sin^2 x)=\cos^2 x$，求 $f(x)$