高等医药院校教材

医学物理学实验指导

（第二版）

杨晓岚 主编

厦门大学出版社
XIAMEN UNIVERSITY PRESS
国家一级出版社
全国百佳图书出版单位

医学物理学实验指导

（第二版）

主　编　杨晓岚

副主编　（以姓氏笔画为序）

王志红　郑海波　黄通情

曹志峰　曾丽华

厦门大学出版社 XIAMEN UNIVERSITY PRESS　国家一级出版社 全国百佳图书出版单位

图书在版编目(CIP)数据

医学物理学实验指导/杨晓岚主编. —2版. —厦门:厦门大学出版社,2015.11
ISBN 978-7-5615-5818-8

Ⅰ.①医… Ⅱ.①杨… Ⅲ.①医用物理学-实验-医学院校-教学参考资料
Ⅳ.①R312-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 272237 号

厦门大学出版社出版发行
(地址:厦门市软件园二期望海路 39 号　邮编:361008)
总编办电话:0592-2182177　传真:0592-2181406
营销中心电话:0592-2184458　传真:0592-2181365
网址:http://www.xmupress.com
邮箱:xmup@xmupress.com
南平市武夷美彩印中心印刷
2015 年 11 月第 2 版　2015 年 11 月第 1 次印刷
开本:720×970　1/16　印张:8.75
字数:148 千字　印数:1～5 000 册
定价:24.00 元

内容提要

本书是依据全国医药类专业医学物理学实验课程教学的基本要求，充分考虑医药类各专业特点，在多年教学实践及教学改革基础上编写而成的。全书共编入 15 个实验项目，内容包括测量误差及实验数据处理、基础物理实验、医学物理实验。总体设计上着重加强学生在实验方法、实验技术方面的训练和创新能力的培养。

本书适用于高等医学院校七年制临床医学，五年制临床医学、预防医学、口腔医学、影像医学、药学、医学检验、生物信息学等医药类各专业，也可供相关专业师生参考。

前　言

物理学是研究物质运动规律及物质基本结构的科学，是自然科学的基础之一。物理学概念的确立、规律的发现和理论的建立都有赖于科学实验，并受到实验的检验，物理实验在物理学的发展和物理学教育中占有重要地位。现代医学是建立在自然科学基础上的医学科学，医学科学的发展要求医学生应有广泛扎实的自然科学基础，因此医学生有必要进行医学物理实验的训练。通过医学物理实验课程，学习和掌握物理实验的基本知识，培养和提高科学实验的能力和素质，培养发现问题、解决问题以及综合分析的能力。

本书综合考虑了普通高等教育“十二五”国家级规划教材《医学物理学》、《大学基础物理学》和《医用物理学》的教学内容要求，针对医学院校的专业特点，结合多年的教学实践，参考国内兄弟院校的经验以及我们多年的实验教学，在我校“医学物理实验讲义”的基础上充实完善编写而成。本书绪论部分主要介绍了医学物理实验课的目的和要求及误差分析与数据处理等基础内容。实验部分包括力学、热学、电磁学、光学等方面具有代表性的15个实验，应用到了常用实验仪器如游标卡尺、万用电表、示波器、分光计等，对一些基本物理量如液体表面张力系数和黏度系数进行了测定，还包括对物理规律的验证。

本书可供临床、预防、康复、口腔、影像、生物信息、检验、药学等专业学生使用，也可供相关专业技术人员参考。

参加本书编写的是福建医科大学杨晓岚、王志红、曾丽华、曹志峰、郑海波和黄通情。实验中心林洋承担了图表绘制工作。

由于编者水平所限，疏误之处在所难免，恳请读者予以指正。

作　者

2015.11

目 录

绪　论

物理学是医学院校的一门公共基础课。随着科学技术的迅速发展学科之间的交叉渗透不断深入，人们更加深刻认识到医学的诊疗技术发展和物理学是密不可分的。物理学理论的应用使医学研究在理论、方法和技术上有了很大的提高。物理实验是物理学教学的重要组成部分，通过实验观察物理现象的规律性，同时验证理论的正确性。

绪论部分主要包括学习物理学实验的目的、要求、误差和有效数字以及数据处理。

一、物理实验的重要性和要求

(一) 学习医学物理学实验的重要性

物理实验课与理论课一起构成了医科院校物理学教学统一的整体。医学物理学理论课主要注重对物理学概念、规律的讨论和学习，训练学生的理论思维方法；物理实验课则以实际动手为教学手段，对学生进行全面而系统的实验方法和实验技能训练。它们具有同等重要的地位，同时也是医学生学习后续课程和将来从事医务工作的基础。

医学院校的物理实验使学生通过实验，观察和分析物理现象，加深对物理规律的认识，提高对物理理论学习的理解能力，培养学生正确使用常用的物理仪器，学会对基本物理量的测量，掌握物理实验方法，掌握误差理论和数据处理，提高实验技能。通过物理学实验教学也使学生深刻体会到物理学与他们今后工作的联系，并在实验中不断提高实验操作能力和创新能力。

(二) 医学物理学实验课程的要求

医学物理学实验是在人为创造的条件下对与医学物理学有关的自然现象

进行观察和研究的科学实践，通过实验掌握物理学实验基本知识、实验方法和实验操作技能。要求做到：

1. 实验预习

实验前应认真阅读实验教材(或实验指导书)，了解实验目的、实验原理、实验内容和注意事项，设计实验数据的记录表格等，并按要求做好预习报告，上实验课时应携带预习报告，交辅导教师审阅。

2. 实验操作

(1) 动手之前，要先认识和清点所有实验仪器、装置和器具，了解其主要功能、量程、操作方法和注意事项等。

(2) 实验时，要有目的、有计划地进行操作。仪器设备布局整齐有序，便于操作和读数；严格遵守仪器使用说明和操作规程，耐心细致地把仪器调整到最佳工作状态。开始测试后，应随时注意观察并记录各种实验现象，并在预先准备好的表格中如实准确地记录原始数据以及实验条件，以便实验后分析讨论。发现实验数据有异常应及时分析原因并排除。

(3) 记录数据时，要注意数据的有效数字和单位。不要用铅笔记录，也不要先草记在另外纸上再誊写进表格，养成直接将第一手数据记到表格中的良好习惯。若数据有错误，可用画线删除(必要时注明删除原因)，把正确的原始数据写在其旁边，不得涂改数据。记住：原始数据是实验最珍贵的资料。一份完整的原始实验记录，除数据外，应包括实验日期、环境条件、观察到的现象以及主要仪器的名称、型号和编号等。

(4) 实验结束，必须关闭电源、整理好仪器后方可离开实验室。

3. 实验报告

实验报告要求字体端正，文字简练，数据齐全，图表规范，计算正确，分析充分、具体、定量。

(1) 实验报告应包括实验名称、实验目的、实验仪器(注明仪器编号)、实验原理、数据处理和误差分析。

(2) 实验原理应突出原理中的重点(包括公式及公式中每个符号的含义、电路图、光路图等)，用简洁的语言叙述清楚就可，避免盲目抄书。

(3) 应有原始数据，数据表格设计简洁明了，使阅读者能一目了然。在数据处理和误差运算中，应有主要过程，做到有根有据，结果可信。最后结果不仅要有测量值的大小，还要有误差范围的估计。

(4) 可进一步对得出的结果进行分析讨论，找出主要影响因素的误差性质，提出改进办法，避免不管影响大小笼统抽象地罗列。

二、误差与有效数字

(一) 误差

医学物理学实验是以测量为基础的，一切物理量都是通过测量得到的。每个物理量在客观上有其确定的数值，称为真值。测量的目的是为了获得物理量的真值，但由于测量仪器精度不够、测量方法不完善、理论公式的近似、实验条件不能完全满足、实验人员操作能力等原因，只能得到测量量的近似值，与真值有一定的差值，这差值称为误差。若某物理量测量值为 x，真值为 x_0，则测量误差 δ 为：$\delta = x - x_0$。

任何测量都不可避免地存在误差，因此物理量的真值是不可知的，只能尽可能接近。通常真值用多次测量的平均值$\overline{x}$ 来代替。

由于不正确使用仪器，或读错数据等所造成的测量结果的不准确，称为错误，不是误差。错误是可能避免的，误差只能尽量减少，但不能绝对消除。

1. 误差的分类

真值不可能通过测量得到，所以在实验中只能最大限度地减小测量误差并估算出误差的范围，要减少测量误差，就需要了解产生误差的原因及其性质。测量误差按其产生的原因和性质分为系统误差和随机误差。

(1) 系统误差

在一定条件下(指仪器、方法和环境) 对同一物理量进行多次测量时(也称等精度测量)，其误差按一定的规律变化，测量结果总是偏大或总是偏小。系统误差产生的原因可能是已知的(如因游标尺的零点读数)，也可能是未知的。产生系统误差的主要原因有：

① 仪器本身不够精密。如测量仪器未经校准所造成的误差；测量仪器在结构设计原理上有缺陷；仪器零件制造和安装不正确，如标尺的刻度偏差、刻度盘和指针的安装偏心所产生的误差。

② 实验方法不完善或这种方法所依据的理论公式的近似。例如单摆的周期公式，要求摆角小于5°，把摆球看作质点，忽略空气浮力和阻力等；用安培

表测量电阻时，不考虑电表内阻的影响等所引入的误差。

③ 环境因素的影响人为无法控制，如用奥氏黏度计测量液体的黏度系数，在实验过程中室温的变化对黏度系数的影响产生的误差。

④ 实验者生理或心理特点或习惯所引起的误差。例如有人读数时，头习惯性地偏向某一方向；按动秒表时，习惯性地提前或滞后；用量杯测量液体体积时习惯性头偏高或偏低等。

系统误差的消除：消除系统误差比较复杂，没有一个简单的公式，只能根据不同的实验采用不同的处理方法。在实验中是否能及时发现系统误差并尽可能地消除，设法减小对实验数据的影响是非常重要的。消除系统误差一般方法有：在实验前对仪器进行校准；使用更精密的测量仪器；实验条件尽量满足要求（如测液体黏度系数时尽量保持恒温）；实验时采取一定的措施对系统误差进行补偿（如实验霍耳效应及其应用），实验后对结果进行修正等。

(2) 随机误差

随机误差也称偶然误差，受多种因素的影响，这些影响因素事先无法预知，同一物理量在多次测量过程中，误差以不可预知的方式随机变化，没有规律，使得测量结果有时偏大有时偏小。产生随机误差的原因比较复杂，大致可分为以下两个方面：

① 观察者感官的灵敏程度。由于不同人眼的分辨力不同，对准目标（如眼睛与液体弯液面平视）或在估读数据时所引入的误差。

② 环境因素。实验中各种微小因素的变动，如实验装置和测量仪器在各次调节操作上的不同，环境温度的微小起伏所引起的误差。

随机误差的出现，单就某一次测量是没有规律的，是不可预知的。但当进行足够多次测量时，则会发现随机误差服从一定的统计规律，可用统计方法进行估算。

2. 随机误差的统计处理方法

(1) 随机误差的估算

随机误差的特点是随机性，但是实践和理论证明，如果测量次数足够多，大部分测量的随机误差都服从一定的统计规律，这里着重介绍随机误差的正态分布。

遵从正态分布的随机误差有以下几个特征：

① 单峰性。绝对值大的误差出现的可能性（概率）比绝对值小的误差出现的概率小。

② 对称性。绝对值相等的正负误差出现的机会均等，对称分布于真值的两侧。

③ 有界性。在一定的条件下，误差的绝对值不会超过一定的限度。

④ 抵偿性。当测量次数足够多时，随机误差的算术平均值趋于零，即 $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{i=1}^{n}\delta_i=0$。

正态分布的特征可用图 1 形象地表示。

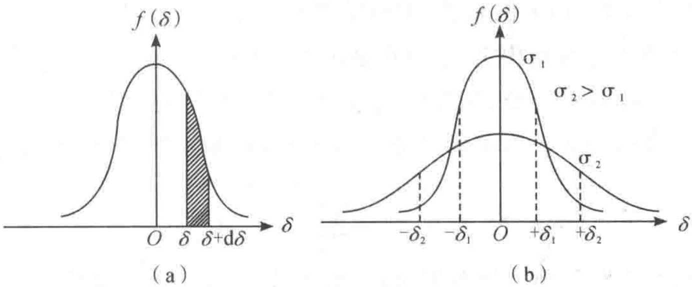

图 1　概率密度函数曲线图

横坐标表示误差 $\delta=x-x_0$（x_0 为被测量的真值），纵坐标为一个与误差出现的概率有关的概率密度函数 $f(\delta)$，其数学表达式为：

$$f(\delta)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{\frac{-\delta2}{2\sigma2}} \tag{1}$$

测量值的随机误差出现在 δ 到 $\delta+\mathrm{d}\delta$ 区间内可能性为 $f(\delta)\mathrm{d}\delta$，即图 1(a) 中阴影所含的面积元。式(1) 中 σ 是一个与实验条件有关的常数，称为标准误差，反映测量值的离散程度，其值为：

$$\sigma=\lim_{n\to\infty}\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\delta_i^2}{n}} \tag{2}$$

式中 n 为测量次数，各次测量的随机误差为 δ_i，$i=1,2,\cdots,n$。

由式(1) 可知，随机误差的正态分布曲线的形状与 σ 值有关，如图 1(b) 所示，σ 值越小，分布曲线越尖锐，峰值 $f(\delta)$ 越高，说明绝对值小的误差占多数，每次测量误差较小，测量值的离散性较小，重复性好，测量精密度较高；反之 σ 值越大，则曲线越平坦，该组测量值误差比较大，离散性大，测量精密度低。

由于 $f(\delta)\mathrm{d}\delta$ 是测量值随机误差出现在小区间$(\delta,\delta+\mathrm{d}\delta)$ 的概率（可能性），即 n 次测量值误差出现在$(-\sigma,+\sigma)$ 内的概率为：

$$P(-\sigma<\delta<\sigma)=\int_{-\sigma}^{\sigma}f(\delta)\mathrm{d}\delta=\int_{-\sigma}^{\sigma}\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}\delta=68.3\% \qquad (3)$$

这说明对任一次测量，其测量值误差出现在$(-\sigma, +\sigma)$区间内的概率为68.3%，即对某一物理量测量1000次，测量值误差有683次在$(-\sigma, +\sigma)$区间内出现。介于$(-2\sigma, +2\sigma)$间的概率为95.5%，介于$(-3\sigma, +3\sigma)$间的概率为99.7%。显然，测量误差的绝对值大于3σ的概率仅为0.3%。在通常有限次测量中，几乎不存在测量误差超出$\pm 3\sigma$范围。

(2) 标准误差(标准偏差、方均根误差)的估算

由于真值无法准确确定，误差δ和标准误差σ也无法计算。在实际估算时采用算术平均值代替真值，用各次测量值与算术平均值的差值$\Delta x=x_i-\overline{x}$来估算各次测量的误差。当测量次数$n$有限时，标准偏差$S_x$计算公式为：

$$S_x=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2} \qquad (4)$$

公式(4)是当测量次数有限多时，标准误差的一个估计值。其物理意义为：如果多次测量的随机误差遵从正态分布，那么，任一次测量的测量值误差落在$-S_x$到$+S_x$区域之间的可能性(概率)为68.3%。通过误差理论可以证明，平均值$\overline{x}$的标准偏差为：

$$S_{\overline{x}}=\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2} \qquad (5)$$

公式(5)说明算术平均值的标准偏差是n次测量中的任意一次测量值标准偏差的$1/\sqrt{n}$，$S_{\overline{x}}$小于S_x，因为算术平均值比任意一次测量值x_i更接近真值，所以误差要小。$S_{\overline{x}}$的物理意义是在多次测量的随机误差遵从正态分布的条件下，真值处于$\overline{x}\pm S_{\overline{x}}$区间内的概率为68.3%。

用式(4)和(5)来计算随机误差，理论上要求测量次数要足够多，但因为受到时间的限制，重复测量的次数不可能很多，在一般的科学研究中，取10～20次，而实际一般取5～10次为宜。

3. 测量结果的表示方法

在假设没有系统误差存在的情况下，多次直接测量结果的表示方法有：

(1) 平均绝对误差

在多次重复测量中，每次测量值x_i与平均值$\overline{x}$的差用Δx_i表示，则有

$$\Delta x_1=x_1-\overline{x}, \Delta x_2=x_2-\overline{x}, \cdots, \Delta x_n=x_n-\overline{x}$$

平均绝对误差为

$$\Delta\overline{x}_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} |\Delta x_i| \tag{6}$$

测量结果表达式为

$$x = \overline{x} \pm \Delta\overline{x} \tag{7}$$

(2) 标准误差

在现代实验测量中，通常用标准误差来衡量一组测量值的精密度。当随机误差用标准误差来表示时，测量结果表示为

$$x = \overline{x} \pm S_x \text{ 或 } x = \overline{x} \pm S_{\overline{x}} \tag{8}$$

(3) 相对误差

对某一物理量采用不同精度的仪器或测量方法测量时，$\Delta\overline{x}$ 能够表示出测量的不同精确度，但对不同物理量进行测量时，却反映不出不同的精确度。例如，用米尺测量两物体的长度，测量结果为：$x_1 = (100.00 \pm 0.05)$ cm，$x_2 = (10.00 \pm 0.05)$ cm，两者的绝对误差相同，均为 0.05 cm，但前者的精确度高于后者。因此，引入相对误差，可以比较两测量结果精确度的大小。相对误差也称为百分比误差，通常用百分比表示。相对误差定义为

$$\text{相对误差} = \frac{\Delta\overline{x}}{\overline{x}} \times 100\% \tag{9}$$

测量结果表示为：

$$x = \overline{x}\left(1 \pm \frac{\Delta x}{\overline{x}} \times 100\%\right) \tag{10}$$

对计算结果的有效数字，平均绝对误差和方均根误差一般取一位且应与测量值的估计位对齐，下一位四舍五入。平均相对误差一般取一位至两位有效数字。

4. 间接测量的误差估算

物理实验中的被测量 N 不能用仪器直接测量，需要将直接测量量的平均值代入相关的函数关系式计算出结果，称 N 为间接测量量或复合量。由于各直接测量量的平均值均有误差，因此计算的结果也必然存在一定的误差，称为误差的传递，其误差的大小取决于各直测量误差的大小以及函数的具体形式。

设间接测量量与若干个直接测量量函数关系为：

$$N = f(x_1, x_2, \cdots) \tag{11}$$

$x_1, x_2 \cdots$ 表示直接测量量。对上式求全微分，得：

$$dN=\frac{\partial f}{\partial x_1}dx_1+\frac{\partial f}{\partial x_2}dx_2+\cdots \tag{12}$$

式中，dx_1，dx_2… 和 dN 都是微小改变量，可以看成是各量值的误差，分别用 Δx_1，Δx_2… 和 ΔN 代替，则绝对误差公式表示为

$$\Delta N=\frac{\partial f}{\partial x_1}\Delta x_1+\frac{\partial f}{\partial x_2}\Delta x_2+\cdots \tag{13}$$

(12) 式称为函数误差算术传递的基本公式。将(12) 式两边平方后略去高阶小项，得

$$(dN)^2=\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2(dx_1)^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2(dx_2)^2+\cdots \tag{14}$$

用标准误差 S_N^2，S_{x1}^2，S_{x2}^2… 代替(14) 式的 $(dN)^2$，$(dx_1)^2$，$(dx_2)^2$…，得标准误差传递的基本公式：

$$S_N=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2(S_{x1})^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2(S_{x2})^2+\cdots} \tag{15}$$

根据(13) 式和(15) 式，常用函数的误差传递公式和标准误差传递公式见表 2。

表 2　常用函数的误差传递公式

数学关系 $N=f(x)$	绝对误差 $\Delta\overline{N}$	相对误差 $\Delta\overline{N}/\overline{N}$	标准误差 S_x
$A\overline{x}$	$A\Delta\overline{x}$	$\frac{\Delta\overline{x}}{\overline{x}}$	$\frac{S_x}{\overline{x}}$
$\sin\overline{x}$	$\cos\overline{x}\cdot\Delta\overline{x}$	$\tan\overline{x}\cdot\Delta\overline{x}$	$\cos\overline{x}\cdot S_x$
$\cos\overline{x}$	$\sin\overline{x}\cdot\Delta\overline{x}$	$\tan\overline{x}\cdot\Delta\overline{x}$	$\sin\overline{x}\cdot S_x$
$\overline{x}_1+\overline{x}_2+\cdots$	$\Delta\overline{x}_1+\Delta\overline{x}_2+\cdots$	$\frac{\Delta\overline{x}_1+\Delta\overline{x}_2+\cdots}{\overline{x}_1+\overline{x}_2+\cdots}$	$\sqrt{S_{x1}^2+S_{x2}^2+\cdots}$
$\overline{x}_1-\overline{x}_2$	$\Delta\overline{x}_1+\Delta\overline{x}_2$	$\frac{\Delta\overline{x}_1+\Delta\overline{x}_2}{\overline{x}_1-\overline{x}_2}$	$\sqrt{S_{x1}^2+S_{x2}^2}$
$\overline{x}_1\cdot\overline{x}_2$	$\overline{x}_1\Delta\overline{x}_2+\overline{x}_2\Delta\overline{x}_1$	$\frac{\Delta\overline{x}_1}{\overline{x}_1}+\frac{\Delta\overline{x}_2}{\overline{x}_2}$	$\sqrt{\overline{x}_2^2S_{x1}^2+\overline{x}_1^2S_{x2}^2}$
$\overline{x}_1\cdot\overline{x}_2\cdot\overline{x}_3$	$\overline{x}_1\cdot\overline{x}_2\cdot\Delta\overline{x}_3+$ $\overline{x}_1\cdot\overline{x}_3\cdot\Delta\overline{x}_2+$ $\overline{x}_2\cdot\overline{x}_3\cdot\Delta\overline{x}_1$	$\frac{\Delta\overline{x}_1}{\overline{x}_1}+\frac{\Delta\overline{x}_2}{\overline{x}_2}$ $+\frac{\Delta\overline{x}_3}{\overline{x}_3}$	$\sqrt{\overline{x}_2^2\cdot\overline{x}_3^2S_{x1}^2+\overline{x}_1^2\cdot\overline{x}_3^2S_{x2}^2+\overline{x}_1^2\cdot\overline{x}_2^2S_{x3}^2}$ $\frac{\Delta\overline{N}}{\overline{N}}=\sqrt{\frac{S_{x1}^2}{x_1^2}+\frac{S_{x2}^2}{x_2^2}+\frac{S_{x3}^2}{x_3^2}}$
$\overline{x}_1/\overline{x}_2$	$\frac{\overline{x}_1\Delta\overline{x}_2+\overline{x}_2\Delta\overline{x}_1}{\overline{x}_2^2}$	$\frac{\Delta\overline{x}_1}{\overline{x}_1}+\frac{\Delta\overline{x}_2}{\overline{x}_2}$	$\sqrt{\overline{x}_2^2S_{x1}^2+\overline{x}_1^2S_{x2}^2}$

例如，测得一金属圆柱体的长度 $l=(50.02\pm0.02)$mm，直径 $D=(2.012\pm0.002)$mm，求其体积和误差。

解：圆柱体体积

$$V=\frac{\pi d^2 l}{4}$$

$$\overline{V}=\frac{\pi\overline{d}^2\overline{l}}{4}=\frac{3.1416\times(2.012)^2\times50.02}{4}=159.0(\text{mm}^3)$$

若题设中的误差为平均绝对误差，用误差传递公式：

$$\frac{\Delta\overline{V}}{\overline{V}}=\frac{\Delta\overline{d}}{\overline{d}}+\frac{\Delta\overline{d}}{\overline{d}}+\frac{\Delta\overline{l}}{\overline{l}}=2\times\frac{0.002}{2.012}+\frac{0.02}{50.02}=0.002=0.2\%$$

$$\Delta\overline{V}=\frac{\Delta\overline{V}}{\overline{V}}\times\overline{V}=0.002\times159.0=0.3\ \text{mm}^3$$

求得其体积为

$$V=(159.0\pm0.3)\ \text{mm}^3$$

若题设中的误差为标准误差，用标准误差传递公式：

$$\frac{\Delta\overline{V}}{\overline{V}}=\sqrt{2\times\frac{S_d^2}{d^2}+\frac{S_l^2}{l^2}}=\sqrt{2\times(\frac{0.002}{2.012})^2+(\frac{0.02}{50.02})^2}$$

$$=\sqrt{0.0024}=0.001=0.1\%$$

$$\Delta\overline{V}=\frac{\Delta\overline{V}}{\overline{V}}\times\overline{V}=0.001\times159.0=0.2\ \text{mm}^3$$

求得其体积为

$$V=(159.0\pm0.2)\ \text{mm}^3$$

(二) 有效数字及其四则运算

1. 有效数字

由于任何测量都有误差，必须正确记录测量中具有实际意义的数值，以表示测量的准确性，具有实际意义的数值就是有效数字。有效数字是由几位准确数字加上一位估计数字(欠准位) 组成的。例如用米尺测量某一物体的长度，读数不可能是 10.51 mm，因为米尺上的最小刻度是毫米，比毫米小的读数只能凭眼睛估计是十分之几，而不可能准确判断是十分之几，更不可能再估计到百分之几，即 0.5 mm 这位数是估计的，不准确的，0.01 mm 这位数就没有实际意义，可能的结果为10.5 mm或10.6 mm或10.4 mm。有效数字的最

后一位数表示所用仪器的最小分度的十分之几，是不准确的一位数，表示再下一位数是所用仪器所不能测出的。

一个物理量的数值和数学上的数有着不同的意义。例如在数学上 0.2500 m = 25.000 cm。但在物理测量上 0.2500 m $\neq$ 25.000 cm，因为 0.2500 的有效位数是四位，而 25.000 的有效位数是五位。这两种不同的写法表示了两种不同精度的测量结果。

确定有效数字的位数需注意：

(1) 有效数字的位数，由所用仪器最小分度值决定。一般读数应估读到所用仪器最小分度值的下一位，但不一定估读十分之一，可根据情况（如分度的间距和数值、刻线或指针的粗细等），估读最小分度值的$\frac{1}{10}$、$\frac{1}{5}$ 或$\frac{1}{2}$。

(2) 有效数字的位数与小数点位置无关。更换单位时，有效数字的位数应保持不变。

例如：10.3 mm=1.03 cm=0.0103 m，虽然小数点位置不同，但都只准确到毫米这一位，都是三位有效数字。

(3) 有效数字中的“0”不能随意增删。有效数字与算术数值有区别，不仅表示测量量的大小，也表示测量量的准确性。“0”字在数字中间或数字后面都是有效数字，但在数字前面不是有效数字。例如，从数字上看 0.01020 m 和 0.010200 m 两数，1 前面的“0”表示数值的大小，2 以后的“0”对数值的大小不起作用，但从有效数字上看，2 后面的“0”是有意义的。前者是四位有效数字，后者是五位有效数字，两数表示了不同的精确程度。在测量结果的数字中，从左侧开始由第一位非“0”数字算起，所有数字都算有效数字。例 2.70、0.0131、3.03×10^9 都是三位有效数字。

(4) 在测量过程中往往会遇到所测量是仪器最小分度值的整数倍，这时最后一位必须加上一位 0，以表示测量的准确性。因为有效数字的最后一位数是不准确的，如果不加上这位 0，按照有效数字写法规定，与仪器最小分度对应的这位数就成为不准确的，而事实上，这位数是准确的。例如，用米尺测量一长度是毫米的 17 倍，应写成 17.0 mm，如写成 17 mm，则 17 中的 7 这位数是不准确的，但在测量中 7 mm 不是估计的，而是米尺上准确测出的。

(5) 对较大或较小的数常用 10 的幂次方表示。比如某一长度的测量值为 5.0 mm，以微米为单位时不能在此数后面加上“0”来表示大小，即不能写成 5000 μm，而应写成 5.0×10^3 μm。又如测得细菌长度为 0.00235 mm，用 10

幂次表示为 2.35×10^{-3} mm。

2. 有效数字四则运算规则

有效数字的正确运算关系到实验结果的精确表示，由于运算条件不一样，运算规则也不一样。一般可以依据以下运算规则：① 准确位与准确位的四则运算仍为准确位；② 准确位与欠准位或欠准位与欠准位的四则运算仍为欠准位；③ 最后结果按四舍五入法仅保留一位欠准位。

(1) 加减法（数字下面“_”是指误差所在位的数码）

相加：$25.8+2.26=28.1$

$$\begin{array}{r}25.\underline{8}\\ +\ \ 2.2\underline{6}\\ \hline 28.\underline{0}\underline{6}\end{array}$$

相减：$25.8+2.26=23.5$

$$\begin{array}{r}25.\underline{8}\\ -\ \ 2.2\underline{6}\\ \hline 23.\underline{5}\underline{4}\end{array}$$

(2) 乘除法

乘法：$22.1\times0.23=5.1$

$$\begin{array}{r}22.\underline{1}\\ \times\ \ 0.2\ 3\\ \hline 0.\underline{6}\underline{6}\underline{3}\\ +4.4\underline{2}\\ \hline 5.\underline{0}\underline{8}\underline{3}\end{array}$$

除法：$25.8\div2.26=11.4$

$$\begin{array}{r} 11.\underline{4}1\\ 2.2\underline{6}\,\big)\,25.\underline{8}\\ 22.\underline{6}\\ \hline 3\underline{2}0\\ 22\underline{6}\\ \hline \underline{9}\underline{4}0\\ \underline{9}\underline{0}\underline{4}\\ \hline 0\underline{3}\underline{6}\\ 22\underline{6}\\ \hline \end{array}$$

显然，用竖式进行有效数字的四则运算很不实际，为了提高运算速度，可将上面加减运算和乘除运算分别总结为如下运算规则：

① 加减法运算规则：若干项参加加减运算时，计算结果的有效数字，应保留到与参与加减运算各项中误差最大的那个数字的最后一位估计位对齐。

如 $100.0\underline{0}+10.\underline{0}+1\underline{0}-10.00\underline{0}=11\underline{0}$ 参加运算的各项误差最大的是 10，其计算结果的最后一位就保留到 10 的个位上。

② 乘除法运算规则：计算结果的有效数字位数应保留到与参与运算的各数中有效数字位数最少的那个数的位数相同。

如 $\underline{10.0}\times1.000\div10.000=\underline{1.00}$，参加运算的 10.0 有效数字是三位，为最