



中学课外辅导丛书

高中代数第三册 单元能力训练

辽宁教育出版社

高中代数第三册单元能力训练

陶迺祥 尹国儒 赵英林 编

辽宁教育出版社出版 辽宁省新华书店发行
(沈阳市南京街6段1里2号) 锦西市印刷厂印刷

字数: 38,000 开本: $787 \times 1092^{1/32}$ 印张: $1^{5/8}$

印数: 74,501—121,000

1987年6月第1版 1988年6月第2次印刷

责任编辑: 俞晓群 责任校对: 理 俞
封面设计: 王昕为

ISBN 7-5382-0556-X/G·527 定价: 0.32元

目 录

	习题	答案
第一章 一元多项式和高次方程.....	(1)	(26)
一 一元多项式.....	(1)	(26)
二 高次方程.....	(3)	(30)
第二章 排列, 组合, 二项式定理.....	(4)	(36)
一 排列与组合.....	(4)	(36)
二 二项式定理.....	(12)	(38)
第三章 概率.....	(14)	(42)

习 题 部 分

第一章 一元多项式和高次方程

一 一元多项式

1. 用综合除法计算下列各式，并且将所得结果写成

“ $f(x) = g(x)q(x) + r(x)$ ”的形式：

(1) $(x^3 + 4x^2 - 6x + 5) \div (x^2 + 1)$;

(2) $(3x^6 - 5x^5 + 3x^2 - 2) \div (x^3 - 2x^2 + 1)$;

(3) $(3x^4 - 2x^3 + 5x - 54) \div (x + 2)$.

2. 证明 x 的整式 $f(x)$ 除以 x 的一次式 $ax + b (a \neq 0)$ 时，余数等于 $f(-\frac{b}{a})$.

3. 求以 $3x - 2$ 去除 $3x^3 - 11x^2 + 18x - 3$ 之商及余数.

4. 用综合除法求 $f(x) = -2x^5 + 2x^3 + 4x - 3$ 在 $x = -3$ 时的函数值 $f(-3)$ ，并求 $(x + 3)$ 去除 $f(x)$ 的商式部分.

5. $x^3 + mx^2 + 5x - 6$ 除以 $x + 2$ 的余数与除以 $x - 3$ 的余数相等时，求常数 m 的值和余数.

6. 求 $(x^2 + 5x + 2)^3$ 除以 $x^2 + 2x + 3$ 的余式.

7. 当 a, b 是不相等的常数时， x 的整式 $f(x)$ 能被 $x - a$,

$x-b$ 整除, 证明 $f(x)$ 也能被积 $(x-a)(x-b)$ 整除.

8. 若下面各式能被 $x-2$ 整除, 求 m 的值:

(1) $x^2 - mx + 6$; (2) $m^2x^3 - 3mx + 1$.

9. 若 $3x^3 + mx^2 + nx - 2$ 除以 $3x - 2$ 时, 余数是零, 除以 $x + 1$ 时, 余数是 -20 , 求 m, n 的值.

10. 利用因式定理分解因式: $x^3 - 3x + 2$.

11. 设因式的系数是整数, 根据因式定理把下列各式分解因式:

(1) $f(x) = 8x^3 + 12x^2 - 2x + 3$;

(2) $g(x) = 4x^3 + x - 1$.

12. 有一个 x 的三次式, 它除以 $x-2, x-1, x+1, x+2$ 时, 余数分别为 $7, -4, -2, -1$, 求这个三次式.

13. 若三次式 $f(x)$ 最高次项系数为 1 , 它除以 $x-1$ 时余数为 3 , 除以 x^2+1 时余式是 $x+2$, 求这个三次式.

14. 在 x 的整式中, 求一个次数最低的, 它能被 $x+3$ 整除, 除以 $x+2, x-3$ 时, 余数分别为 $-4, 6$.

15. x 的整式除以 $x-2$ 时, 余数为 -3 ; 除以 $x+3$ 时, 余数为 27 . 求上述整式除以 $(x-2)(x+3)$ 时的余式.

16. x 的两个整式 $f(x), g(x)$, 它们除以 x^2-3x-4 时余式分别为 $3x+2, -4x+7$, 求 $f(x)+g(x)$ 除 $x-4$ 时的余数.

17. x 的整式 $f(x)$ 除以 $x+3$ 时, 余数为 -5 , 所得的商再除以 $2x-1$ 时, 余数为 4 , 求 $f(x)$ 除以 $2x-1$ 时的余数、除以 $2x^2+5x-3$ 时的余式.

18. 求证: $f(x) = x^{4444} + x^{3333} + x^{2222} + x^{1111}$ 可被 $x^4 + x^3 + x^2 + x$ 整除.

19. 若 x^3+px+q 除以 $x+1$ 的余数是 -13 , 除以 $2x-1$ 的余数是 $-\frac{35}{8}$, 求 p, q 的值.
20. $4x^3+ax^2+bx+c$ 能被 x^2-1 整除, 除以 $x+2$ 的余数是 3 . 求常数 a, b, c 的值.

二 高次方程

- 求方程 $f(x) = x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x - 12 = 0$ 在复数集 C 中的解集.
- 解方程 $x^4 - 10x^3 - 2(a-11)x^2 + 2(5a+6)x + 2a + a^2 = 0$.
- 已知两根的和为零, 解方程 $x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 8x + 6 = 0$.
- 设一个四次方程的根是 $1, 2, 3, 4$, 求这个四次方程.
- 如果 a, b 为方程 $f(x) = x^3 - 3bx + 2c^3 = 0$ 的根, 则以 a, b, c 为边的三角形是一个正三角形.
- 设 $f(x) = x^3 - 3x + 1$, 并设 α 是三次方程 $f(x) = 0$ 的一个根.
 - 求 $f(\alpha^2 - 2)$ 的值;
 - 设 β 是二次方程 $x^2 - \alpha x + 1 = 0$ 的一个根, 求 $\beta^3 + \beta^{-3}$ 的值.
- K 取什么值时, 方程 $x^3 - 2x + k = 0$ 有重根?
- 设 a, b, c 是非负实数, 并设方程 $x^3 + (a-1)x^2 + bx + c = 0$ 有根 $1+i$, 确定 a, b, c 的值, 并且求出所有的根.
- 设实系数三次方程 $x^3 + ax^2 + bx + 8 = 0$ 有三个互不相等的实根, 并且这三个根按适当顺序排成等比数列, 同时

又能按某种顺序排成等差数列，求三个根。

10. 设一个四次方程 $f(x) = 0$ 的 x^4 项的系数和常数项分别为 1 和 48，又它的四个根分别是两个正三角形的边和高，又这两个正三角形的面积的比是 4 : 1，求这个一元四次方程。

11. 如 $f(x) = 6x^4 + 5x^3 + 2ax^2 - bx + 4$ 能被 $x-1$ 整除，被 $x+2$ 除余 30，求解方程 $f(x) = 0$ 。

12. 若 a, b, c 为整系数方程 $12x^3 - 28x^2 + 17x + d = 0$ 的根，且 $b = a+1$ ，试求 a, b, c, d 的值。

13. 设 $1+i$ 为实系数方程 $f(x) = x^4 + 3x^2 - 2ax + b = 0$ 的根，试求 a, b 的值，并求解方程 $f(x) = 0$ 。

14. 已知 a 为正实数，关于 x 的两个方程

$$x^3 + x + a = 0, \quad (1)$$

$$x^2 - 3x - a = 0. \quad (2)$$

(1) 两个方程有公共解时，求 a 之值；

(2) 解方程①。

15. 如果实系数方程 $x^3 + 2kx^2 + 9x + 5k = 0$ 的一个虚根的模等于 $\sqrt{5}$ ，试求 k 的值，并解这个方程。

第二章 排列，组合，二项式定理

一、排列与组合

1. 用基本原理解答下列各题：

(1) 不用乘法指出 $(a_1 + a_2)(b_1 + b_2 + b_3)(c_1 + c_2 + c_3 + c_4)$ 展开式共多少项?

(2) 乘积 $\sum_{k=1}^m a_k \sum_{j=1}^n b_j$ 共有多少项?

(3) 农场要在同一土质上, 对四种不同品种, 进行三种不同的施肥量引种试验, 共有多少种试验方案?

(4) 有 6 本不同的中文书, 5 本不同的英文书, 4 本不同的日文书, 由其中取出不是同一国文字的两本书, 共有多少种取法?

2. 计算:

$$(1) \frac{P_9^5 + P_9^4}{P_{10}^6 - P_{10}^5}; \quad (2) \frac{7! P_{10}^3}{10!}; \quad (3) \frac{P_7^4 + P_7^3}{P_7^2}.$$

3. 证明恒等式:

$$(1) \frac{P_n^6 + P_n^5}{P_n^4} = (n-4)^2;$$

$$(2) \frac{P_{n+k}^{n+2} + P_{n+k}^{n+1}}{P_{n+k}^n} = k^2$$

4. 解方程 (组):

$$(1) P_x^3 = 120; \quad (2) \frac{P_x^7 - P_x^5}{P_x^5} = 89;$$

$$(3) \frac{P_{x+2}^{x+2}}{P_{x-1}^{x-4} \cdot 3!} = 720; \quad (4) \begin{cases} P_m^n = 120, \\ P_{m+1}^n = 360. \end{cases}$$

5. 解不等式:

$$(1) P_x^5 P > 6^{\frac{x}{2}-2}; \quad (2) 3! \cdot x < P_x^3;$$

$$(3) P_{m-2}^2 > 2 - m; \quad (4) 2 < \frac{(n+1)!}{(n-1)!} \leq 42.$$

6. 一条铁路线上共有30个车站，其中大站5个，快车只在大站停，慢车每站都停，铁路局应为这条路线准备多少种车票？
7. 按5粒不同弹子的排列顺序制造弹子锁，能生产多少种不同的锁？
8. 同一排电影票6张，三个教师三个学生按下述要求就坐，各有多少种坐法？
 - (1) 师生相间；
 - (2) 三个学生相邻。
9. 加工某种产品需要经过五道工序，按下述条件，各有多少种加工方法？
 - (1) 某一工序必须最后加工；
 - (2) 某一工序不能最后加工；
 - (3) 有两道工序必须连续加工。
10. 某班上午4节课，一个教师要给三个班讲课，三节课不连排，课程表有多少种排法？
11. 5名男生，5名女生，排成一列，且男女相间有多少种排法？
12. 一家5口人，按下列要求排坐位，各有多少种排法？
 - (1) 分成两排，父母在前排，子女在后排；
 - (2) 排成一列，父母不在两端；
 - (3) 排成一列，父母不同时在两端；
 - (4) 排成一列，父母之间必有一个子女。
13. 将8个椅子按图2—1所示的位置排列之，有A、B、C、D、E、F六人去就坐时，A和B不坐正对面，有多少种不同坐法？

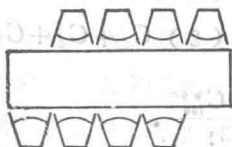


图 2-1

14. 3000和7000间有多少个没有重复数字的5的倍数?
15. 用数字0, 1, 2, 3, 4, 5组成符合下列条件的数各有多少个?
 - (1) 没有重复数字的六位数
 - (2) 没有重复数字的六位数中奇数有多少个?
 - (3) 没有重复数字的六位数中25的倍数的有多少个?
16. 用数字1, 2, 3, 4, 5组成多少个没有重复数字的五位数? 其中比32000大的有多少个?
17. 按下列条件, 从1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9中每次取5个可以组成多少个五位数.
 - (1) 能被25整除;
 - (2) 小于98000;
 - (3) 是偶数.
18. 一个班42名同学, 教室里有七行课桌, 全班有多少种坐法? 若3名近视的学生必须坐在前排, 4名高个子坐在后排, 又有多少种坐法?
19. 10个不同的大写字母和10个不同的小写字母排成一排, 如果大小写字母必须相间排列, 一共有多少种排法?
20. 10个人站成一排, 规定甲、乙二人之间必须有4人, 一共有多少种站法?

21. 计算:

$$(1) \frac{P_{12}^7 C_5^3}{11!}; \quad (2) C_8^3 + C_8^2 + C_8^1$$

$$(3) \frac{P_6^3 - C_5^3 + C_{100}^9}{4! - 3!}.$$

22. 证明恒等式:

$$(1) C_n^{k+1} : C_n^k = \frac{n-k}{k+1};$$

$$(2) C_n^{m+1} + C_n^{m-1} + 2C_n^m = C_{n+2}^{m+1};$$

$$(3) C_{4n}^{2n} : C_{2n}^n = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (4n-1)}{[1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)]^2};$$

$$(4) C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \cdots + nC_n^n = n \cdot 2^{n-1}.$$

23. 解方程(组):

$$(1) C_n^6 = C_n^{12}; \quad (2) C_{20}^{m+3} = C_{20}^{2m-4};$$

$$(3) P_n^x = 120 C_n^x \quad (n \text{ 是常数});$$

$$(4) \begin{cases} P_n^k = 272, \\ C_n^k = 136, \end{cases} \quad (5) C_n^{k-1} : C_n^k : C_n^{k+1} = 2 : 3 : 4.$$

24. 解不等式:

$$(1) C_4^m < C_6^m; \quad (2) C_n^4 > C_n^6; \quad (3) C_{24}^{2m} < C_{24}^{2m-2}.$$

25. 从 5 种药剂中任取两种, 进行配方试验, 有几种不同配方?

26. 从 14 名工人中选 5 名到 6 台不同性质的机床上工作, 每台机床分配一名工人, 有多少种分法?

27. 一个小组 25 名工人, 其中车工 6 人, 电工 5 人, 木工 4 人, 从这 25 人中选 6 人支援其他组, 且上述三个工种都各需 1 人, 有多少种选法?

28. 15名篮球运动员, 其中甲队10人, 乙队5人, 选出5人出场比赛, 其中甲队3人, 乙队2人.

(1) 不考虑布局, 有几种选法?

(2) 考虑布局, 有几种选法?

29. 从20种不同的小麦品种中, 选出5种在5块不同土质的试验田中进行试验.

(1) 共有多少种试验方案?

(2) 包括品种A在内的试验方案有多少种?

(3) 包括品种A和B在内的试验方案有多少种?

30. 8人分住两个房间, 按下列分配方案, 有多少种分配方法?

(1) 每间住4人;

(2) 一间住3人, 另一间住5人.

31. 10人分乘三台汽车A、B、C, 各车分别坐5人、3人、2人的方法有多少种?

32. M平面上有4个红点, 6个蓝点, 且任何三点不共线, 按下述要求连结线段:

(1) 两端异色的线段多少条?

(2) 两端同色的线段多少条?

33. 平面M内4个点, 平面N内5个点, 这9个点最多能确定:

(1) 几条直线? (2) 几个平面?

(3) 几个三棱锥? (4) 几个四棱锥?

(5) 几个五棱锥?

34. 平面M上10个点, 其中某4个点在一直线上, 此外没有三点在一条直线上,

(1) 可确定几条直线?

(2) 可确定几个三角形?

(3) 可确定几个四边形?

35. 3570有多少个不同的偶数约数?

36. 将7本不同的书分给两个人, 每人都能得到书, 有多少种分法?

37. 班主任计划同A、B、C、D、E五名学生中一人或几个人谈问题, 有几种不同计划?

38. 空间有三组平行平面, 第一组5个平行平面, 第二组3个平行平面, 第三组4个平行平面, 不同两组平面都相交, 且交线不都平行, 可构成多少个平行六面体?

39. 从和原点距离不大于2, 并且横纵坐标都是整数的所有点中, 任取三点为三角形的顶点作三角形, 共可作多少个不同的三角形?

40. 从数字1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9中每次取出两个数字, 其和为奇数的情况与其和为偶数的情况哪一种多?

41. 学生要从六门课程中选学两门课,

(1) 选课没有其它条件限制, 有几种选法?

(2) 有两门课时间冲突, 不能同时学, 有几种选法?

(3) 有两门课同一时间, 另两门也同时在另一时间, 有几种选法?

(4) 有两门规定的课, 必须且只能选学其中的一门, 有几种选法?

(5) 有两门规定的课, 至少选学其中的一门, 有几种选法?

42. 填空:

(1) $0! =$ _____, $C_n^0 =$ _____.

(2) 若 $C_n^7 = C_n^5$, 则 $n =$ _____, $C_n^3 =$ _____.

(3) 若 $C_{n+1}^{n-1} = 36$, 则 $n! =$ _____.

(4) 若 $C_{12}^{x+2} = C_{12}^{12-x}$, 则 $C_x^4 =$ _____.

(5) 若 $C_{x+2}^x = C_{x+1}^5 + C_{x+1}^6$, 则 $x! =$ _____.

(6) 用 1, 2, 3, 5, 7 中任意两个数可以组成 _____ 个不同的分数, 其中真分数有 _____ 个.

(7) 某市电话号码是六位数, 每位可从 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 中任取, 这个市最多可有 _____ 种不同电话号码.

(8) 若 $C_{99}^x = 1$, 则 $x =$ _____.

(9) 若 $(100-x)! = 1$, 则 $x =$ _____.

(10) 象棋单循环比赛共进行了 84 次对局, 其中两人只比赛了 3 次, 就自愿弃权, 参加比赛的有 _____ 人.

43. 下列各题各给出四个答案, 将你认为正确的答案号码填在横线上.

(1) 五边形对角线的条数为 _____.

① P_5^2 ; ② C_5^2 ; ③ $2C_5^2$; ④ $C_5^2 - 5$.

(2) 甲有 7 本不同的数学书, 乙有 9 本不同的文学书, 互相交换两本有 _____ 种方法.

① $C_7^1 + C_9^1$; ② $P_7^1 P_9^1$; ③ $C_7^2 C_9^2$; ④ $C_7^2 + C_9^2$.

(3) 数 210 有约数 _____ 个.

① C_4^1 ; ② $C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4$; ③ P_4^1 ;

④ $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 2^4$.

(4) 将 10 封信件投放入三个邮筒里, 有 _____ 种方法.

① C_{10}^3 ② 3^{10} ③ P_{10}^3 ④ 10^3 .

(5) 从 $1, i, -i, 1-i, 1+i$ 五个数中任取两个数相乘, 所得积中有_____个虚数.

① C_3^2 ② P_3^2 ③ $C_3^2 - 2$ ④ $P_3^2 - 2$.

二 二项式定理

1. 二项式 $(1+x)^n$ 的展开式中, 第 5、6、7 项的系数成等差数列, 求 n 值.

2. 二项式 $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3})^{100}$ 的展开式中有多少有理项?

3. 求 $(\sqrt[3]{3} + \sqrt{2})^5$ 的展开式中不包含无理数的项.

4. 二项式 $(\sqrt[5]{x^{-1}} - \sqrt[5]{\frac{1}{x^2}})^n$ 的展开式满足下列条件, 分别求出 n 值.

(1) 奇数项的系数和等于 1024;

(2) 第 6 项是含有 $\frac{1}{x^5}$ 项.

5. 二项式 $(x+y)^n$ 的展开式中, 第二项等于 240, 第三项等于 720, 第四项等于 1080, 求 x, y, n 的值.

6. 二项式 $(x + x^{1/5})^5$ 的展开式的第三项等于 10^6 , 求 x 值.

7. $(\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt[4]{x}})^n$ 的展开式中, 前三项的系数成等差数列, 求展开式中各有理项.

8. 二项式 $(2x+3y)^n$ 的展开式中, 有连续三项的系数分别等于 96、216、216, 求 n 的值.

9. 当 $x=5$ 时, 二项式 $(1+x)^{15}$ 的展开式中的最大项是第

几项?

10. 求二项式 $(2x-3y)^{28}$ 展开式中系数绝对值最大的项是第几项?

11. 求二项式 $\left(3x^2 - \frac{1}{2x^3}\right)^n$ 的展开式中, 含有常数项的最小正整数 n , 且求这时常数项的值.

12. 求 $(\sqrt{x} + \frac{3}{x})^9$ 的展开式中的 x^4 项的系数.

13. 求证: 当且仅当 n 是 4 的倍数时, $(x + \frac{1}{x^3})^n$ 的展开式中有常数项; 求 $\left(1+x+\frac{1}{x^3}\right)^7$ 的展开式中的常数项的值.

14. 求 $\left(1+x+\frac{2}{x}\right)^6$ 展开式中常数项的值.

15. 求 $(1+x) + (1+x)^2 + \cdots + (1+x)^{2^n}$ 中 x^n 项的系数.

16. 求证: $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^8$ 展开式中没有常数项.

17. 二项式 $(1+x)^n$ 的展开式中, 任何相邻两项的系数比等于 7:15, 求指数 n 的最小值.

18. 求 $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^{101}$ 的展开式中最大的一项.

19. 若 $a > 0, b > 0, n \in N$, 证明: $(a+b)^n$ 的展开式中不可能有三个连续的项相同.

20. 利用二项式定理,

(1) 求余数: $50^{13} \div 7$.

(2) 试证明: $2^{n-1} > n (n \geq 3)$.

21. 二项式 $(x^2-1)^n$ 展开式的第三项系数等于36, 求系数绝对值最大的项.

22. 试证明下列恒等式:

$$(1) (C_n^0 - C_n^2 + C_n^4 - \dots)^2 + (C_n^1 - C_n^3 + C_n^5 - \dots)^2 = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n.$$

$$(2) 2^n \left(\frac{1}{2^n} - \frac{C_n^1 \cos^2 x}{2^{n-1}} + \frac{C_n^2 \cos^4 x}{2^{n-2}} - \dots + (-1)^n C_n^n \cos^{2n} x \right) = (\sin^2 x - \cos^2 x)^n.$$

23. 求 $(1+2x-3x^2)^6$ 的展开式中的 x^5 项的系数.

24. 求 $\left(x^2 + \frac{4}{x^2} - 4\right)$ 的展开式中 x^4 项的系数.

25. $(ax+1)^8$ 与 $(x+a)^9$ 展开式中 x^4 项系数相等, 求 a 值.

26. 今天是星期一, 10^{90} 天后是星期几?

第三章 概 率

1. 两袋内分别有写着0、1、2、3、4、5六个数字的六张卡片, 从每袋中各取一张, 求所得两数之和等于6的概率. 现在有人给出下述两种不同解答:

解1. 两数之和共有0、1、2、 $\dots$, 10十一种不同结果, 因此所求的概率为 $\frac{1}{11}$.

解2. 从每袋中各任取一张卡片, 共有 6^2 种取法, 其中和数为6的情形共有5种: (1,5), (2,4), (3,3), (4,2),