

颗粒流数值 模拟技巧与实践

石崇 徐卫亚 著

中国建筑工业出版社

颗粒流数值模拟技巧与实践

石 崇 徐卫亚 著

中国建筑工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

颗粒流数值模拟技巧与实践/石崇, 徐卫亚著. —北京: 中国建筑工业出版社, 2015. 8
ISBN 978-7-112-18277-0

I. ①颗… II. ①石…②徐… III. ①岩土力学-颗粒分析-研究 IV. ①TU4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 158676 号

本书的作者在岩土数值模拟方法的开发与应用领域研究多年, 并将多年积累的研究成果整理、汇总著成此书。该书具有专业性、针对性和可读性强的特点。

本书共分为 8 章, 其内容为: 颗粒流 PFC2D/3D 基本理论, 颗粒流数据前后处理技巧, 复杂数值模型与颗粒簇构建理论与技巧, 利用数字图像与 PFC 实现微观介质力学参数确定研究, 三维颗粒细观特性描述与摩擦特性分析实例, 滑坡过程与灾害评价颗粒流模拟实例, 颗粒流在抛石基床承载力分析中的应用, 附程序运行说明及常见错误分析。

书后附赠的光盘内容, 为作者自己研发的颗粒流数值模拟的软件应用程序, 可供相关专业的读者使用。

* * *

责任编辑: 张伯熙

责任设计: 李志立

责任校对: 张颖 党蕾

颗粒流数值模拟技巧与实践

石崇 徐卫亚 著

*

中国建筑工业出版社出版、发行 (北京西郊百万庄)

各地新华书店、建筑书店经销

霸州市顺浩图文科技发展有限公司制版

廊坊市海涛印刷有限公司印刷

*

开本: 787×1092 毫米 1/16 印张: 13 字数: 318 千字

2015 年 8 月第一版 2015 年 8 月第一次印刷

定价: 58.00 元 (含光盘)

ISBN 978-7-112-18277-0

(27500)

版权所有 翻印必究

如有印装质量问题, 可寄本社退换

(邮政编码 100037)

前 言

岩土工程学科涉及水电、土木、矿山、能源、交通、港航、国防等多种行业。在这些领域内，诸如水电水利工程中的堆积体边坡、堆石坝，铁路路基的碎石垫层、软土地基的砂垫层，港口航道工程中的抛石路基等，本质上均是由散体介质胶结或者架空而成，通过颗粒介质材料承受并传递上部荷载。由于其本身散体介质的特性，采用传统的岩土力学等固体力学理论研究此类材料的力学特性时，无法解释一些典型的力学现象，如应力链和拱效应以及散体结构受力后发生的自身结构性调整等。因此随着计算机技术的发展，数值模拟方法在岩土工程中得到越来越多的应用，尤其是离散元颗粒流方法（PFC）从散粒介质的微观力学特征出发，将物理域内真实的散粒介质微粒（grains）被数学域内抽象的颗粒单元（particles）所代表，通过设计试样颗粒单元的几何性状，选择颗粒间接触类型，施加数值模型边界条件，进行模型若干应力平衡状态的迭代分析，能实现数值模型宏观力学响应特性逼近真实材料的力学响应特征，在各种数值模拟方法中显示出巨大的优势。但是在岩土工程领域，虽有诸多工程应用尝试，却缺少系统介绍离散元软件 PFC2D/3D 功能、使用技巧、案例说明方面的参考书。

笔者多年从事各种岩土数值模拟方法的开发与应用研究工作，为了便于颗粒流数值模拟方法的推广和应用，笔者基于 PFC2D/3D 英文帮助，将多年的研究成果汇总归纳编成本书供研究者参考。

回忆本书的撰写过程，作者应特别感谢在此过程中提出宝贵意见的诸位同仁与颗粒流的研究爱好者，通过众人不断地探讨和辛勤地劳动为笔者提供了无私的帮助和动力。特别对河海大学倪小东副教授、四川大学周家文副研究员、中国电建集团华东勘测设计研究院有限公司褚卫江高工，以及在课题组中研究颗粒离散元理论与应用的研究生（王盛年、张强、王海礼、张玉龙、张海龙、姚贺冬、徐安权、陈凯华等），致以衷心的感谢！

本书由河海大学岩土工程科学研究所石崇、徐卫亚统稿。研究生白金州参与了第 4 章的整理工作，沈俊良参与了第 5 章的整理工作，王芳参与了第 6 章的整理工作，李德杰参与了第 7 章的整理工作。

本书受以下基金课题联合资助：

国家重点基础研究发展计划（973 计划）（2015CB057903），国家自然科学基金（51309089，11202063，41472272，51309086，51209075，51379065），“十二五”国家科技支撑计划（2013BAB06B01），江苏省自然科学基金（BK20130846），中央高校基本科研业务费专项资金（编号 2015B06014）。

本书是笔者对颗粒流方法的浅陋之见，由于作者的知识结构、认识水平与工程实践条件的限制，难免出现谬误之处，恳请有关同行及读者批评指正，提出宝贵意见，以便笔者及时修订、更正和完善。联系邮箱：303813500@qq.com。

2015 年 5 月 12 日著者于清凉山下

目 录

第 1 章 颗粒流 PFC2D/3D 基本理论	1
1. 岩土工程颗粒流方法应用背景	1
2. 颗粒流数值模拟方法的发展历程	2
3. 颗粒流数值模拟基础理论	4
4. 宏观细观参数对应研究	13
5. 颗粒流数值模拟的发展趋势	27
6. 本书主要内容	28
本章参考文献	28
第 2 章 颗粒流数据前后处理技巧	29
1. 常用颗粒流命令与计算流程	29
2. AUTOCAD R12 格式 DXF 文件	39
3. 从连续数值模型中提取图元	54
4. 图元-PFC (2D/3D) 转化	59
5. 本章小结	63
本章参考文献	64
第 3 章 复杂数值模型与颗粒簇构建理论与技巧	65
1. 颗粒流数值模拟对颗粒体系的要求	65
2. 动态膨胀法颗粒模型构建	66
3. 边界伺服法动态颗粒模型	74
4. 逐步填充法生成颗粒模型	78
5. 复杂可重叠颗粒簇构建	96
6. 利用有限元网格生成模型	102
7. 各种细观建模方法的适用性	113
本章参考文献	113
第 4 章 利用数字图像与 PFC 实现微观介质力学参数确定研究	116
1. 土石堆积体“概念模型”的建立	116
2. 细观特征的随机生成	121
3. 细观结构-PFC 转化	126
4. 堆积体颗粒流二维数值模拟成果	136
5. 堆积体 PFC3D 直接剪切模拟试验	143
6. 结论	146
本章参考文献	147
第 5 章 三维颗粒细观特性描述与摩擦特性分析实例	149
1. 问题描述	149

2. 三维颗粒细观表征描述方法	149
3. 随机形态颗粒集的生成	153
4. 圆柱形试件压缩数值模拟	155
5. 结论与探讨	159
本章参考文献.....	160
第 6 章 滑坡过程与灾害评价颗粒流模拟实例	162
1. 问题描述	162
2. 数值计算方案	163
3. 三维滑坡过程仿真模拟	166
4. 滑动后堆积分析	172
5. 典型滑坡模拟命令流解释	176
6. 总结与探讨	177
本章参考文献.....	177
第 7 章 颗粒流在抛石基床承载力分析中的应用	180
1. 问题描述	180
2. 抛石基床随机模型构建	181
3. 压载作用下抛石基床受力模拟	183
4. 密实度-承载力相关性模拟	186
5. 抛石基床夯击特性研究	189
6. 总结与探讨	194
本章参考文献.....	194
第 8 章 附程序运行说明及常见错误分析	196
1. 所附程序功能一览	196
2. 常见使用错误分析	197
3. 颗粒流 PFC2D/3D 使用经验	199

第 1 章 颗粒流 PFC2D/3D 基本理论

1. 岩土工程颗粒流方法应用背景

我国持续发展的基础建设使得工程条件越来越复杂,尤其在岩土工程领域内许多研究对象如堆积体边坡、堆石坝、碎石垫层、砂垫层、抛石路基等,本质上是由散体介质胶结或者架空而成,通过颗粒介质材料承受并传递上部荷载。多数工程涉及的材料种类多样、几何形态多样、力学环境复杂,使得工程上应用材料力学、结构力学、弹性力学、土力学、岩石力学等传统方法难以在数学上获得解析解,而对于大多数问题,由于材料和几何的非线性,无法对工程做出系统、全面的理解。在这种背景下,伴随着计算机技术的飞速发展,数值分析方法已经成为大型土木工程求解科学问题不可或缺的分析手段。

目前的数值模拟方法中,主要包括确定性分析和非确定性分析方法两类,而确定性分析又可分为连续介质分析与非连续介质分析方法。其中连续数值分析方法有有限单元法、边界元法、有限差分法等,非连续介质分析方法有块体离散元法、颗粒离散元法、关键块体理论、不连续变形分析(DDA法)等。

由于岩土工程的复杂性,常规的数值模拟方法如有限单元法、有限差分法、块体离散单元法等,在分析大变形及岩土破坏问题时均带有局限性,使得近年来颗粒离散元方法,又称颗粒流方法,在各类工程中获得了大量的尝试与应用。研究者期望利用该方法解决传统的岩土力学理论无法解释的典型力学现象,揭示复杂条件下微、细观介质的累积损伤与破坏机理,形成了当前该方法被高度重视与关注的局面。

几种常见数值模拟方法的优缺点对比见表 1-1。

几种常用的数值模拟方法对比

表 1-1

方法名称	优点	缺点
有限元法	适用于变形介质的分析方法。①能够对具有复杂地貌、地质的边坡进行计算;②考虑了土体的非线性弹塑性本构关系,以及变形对应力的影响;可与多种方法相结合,发挥出更大的优势。如:刚体极限平衡有限元法	不能体现颗粒间的复杂相互作用及高度非线性行为;不能真实刻画散体材料的流动变形特征。有限元对于大变形求解、岩体中不连续面、无限域和应力集中等问题的求解还不理想
块体离散单元法	用于节理岩石的稳定分析,便于处理以所有非线性变形和破坏都集中在节理面上为特征的岩体破坏问题	对连续介质有一定的局限性,对节理面上的法向及切向弹簧刚度参数的确定问题有待解决
快速拉格朗日元法 (常用软件 FLAC3D)	能处理大变形问题,模拟岩体沿某一弱面产生的滑动变形。可比较真实地反应实际材料的动态行为。能有效模拟随时间演化的非线性系统的大变形力学过程	采用屈服准则,但求得的是局部单元的屈服破坏情况,而对整个边坡的稳定情况评价力度不足

续表

方法名称	优点	缺点
非连续变形分析法(DDA)	主要适用于不连续块体系统。可模拟出岩石块体的移动、转动、张开、闭合等全部过程,并据此判断岩体的破坏程度、破坏范围	参数直接影响到计算结果,一般假定岩体为弹性的,塑性、黏性不适用。对软岩、软硬相间的情况处理困难。另外,对静态问题处理过于简单
颗粒流方法(颗粒离散元法)软件(PFC2D/3D)	不受变形量限制,可方便地处理非连续介质力学问题,体现多相介质的不同物理关系,可有效地模拟介质的开裂、分离等非连续现象,可以反映机理、过程、结果	参数标定困难、复杂模型建立困难,力学机理复杂,工程应用缺少验证

2. 颗粒流数值模拟方法的发展历程

1) 离散元方法的发展历程

离散元法是 Cundall 于 1971 年提出,初始用于分析准静力、动力条件下节理岩体的力学问题分析。

1979 年, Cundall 和 Strack 提出了适用于土力学的离散元法,推出了二维圆盘(disk)程序 BALL 和三维圆球程序 TRUBAL,后来逐步发展为商业软件 PFC2D/3D,成为当前较为系统性的方法。

1984 年, Lorig 开发出前处理与后处理的离散元法和边界元法耦合的程序。后来发展为前处理程序 CREATE(类似于网格划分)和离散元法程序 BLOCK。

1985 年, Cundall 在研究块体受力破坏判据允许断裂的离散元法基础上,完成了 UDEC(Universal Distinct Element Code)程序,至今仍然是岩石力学与工程领域对节理岩体开展研究的有力工具。

1986 年,三维离散元法 3DEC(3 Dimension Distinct Element Code)开发成功,其数据结构有了较大改进。

而我国,直到 1986 年后,王泳嘉在第一届全国岩石力学与会议上介绍了离散元法原理后,才开始利用离散元法解决工程问题。目前,该方法在岩土工程、水电工程、采矿工程中应用甚多。

在颗粒离散元(颗粒流方法)方面,目前应用较多、比较成熟的软件为 Itasca 公司的 PFC2D/3D,还有三个应用较广的开源离散元软件 Yade、ESyS-Particle、LIGGGHTS。

Yade 和 ESyS-Particle 主要应用于岩土工程领域,如岩石破碎、山体滑坡、地震等问题;而 LIGGGHTS 主要应用于颗粒流,如支持复杂几何模型、运动几何、颗粒传热等,其功能与 EDEM 具有一定相似性。Yade 采用 OpenMP 并行,而 ESyS-Particle 和 LIGGGHTS 采用 MPI 并行,尤其是 LIGGGHTS 源自于分子动力学程序 LAMMPS,具有超强的并行计算能力。LIGGGHTS 可以与 OpenFOAM 耦合进行 CFD-DEM 仿真,一直作为独立的社区项目在开发;ESyS-Particle 也可以与 OpenFOAM 耦合(中国人 chen feng 开发),可以在 windows 下运行,但在 2012 年发布了 esysfoam0.1 版本后没有更新;Yade 也可以与 OpenFOAM 耦合。Yade 和 ESyS-Particle 采用 Python 作为脚本语言,可

扩展性强；LIGGGHTS 则是继承 LAMMPS 的脚本语言，功能有限。计算速度有待于比较。

PFC2D/3D 是 Itasca 公司开发的颗粒流二维与三维程序，目前已经发展至 V5.0 版本。其中 V5.0 版本无论是命令流及功能较以前版本均有较大变化（本书基于 V3.1 版本，命令书写格式请参考相应版本的帮助文件）。

本书主要针对 PFC2D/3D 开展岩土工程领域的应用开发技术研究，故未与其他颗粒流软件进行计算速率、计算效果等方面的对比分析。

2) PFC2D/3D 方法

PFC 的基本原理来源于分子动力学，是从微观结构角度研究介质力学特性和行为的工具，它的基本构成为圆盘和圆球颗粒，然后利用边界墙（Wall）约束。计算时不需要给材料参数定义宏观本构关系和对应的参数，而是采用局部接触来反映宏观问题，因此只需要定义颗粒和黏结的几何和力学参数。PFC2D/3D 既可解决静态问题也可解决动态问题；既可用于参数预测，也可用于在原始资料详尽细情况下的实际模拟，可以代替室内试验。

颗粒流基于分子动力学思想导出，其最初研究对象为散粒体介质，因此颗粒之间允许完全脱离，在计算过程中新产生的接触也能被自动辨识。由于 PFC 的基本构成是颗粒，因此它适合从本质上研究散体、黏结介质的力学特性，不仅可以研究岩土工程中破裂和裂纹的发展，还可研究颗粒间的相互作用问题、大变形问题、断裂问题等。

相比于其他连续数值模拟方法有如下不同：

(1) 颗粒流模型介质的宏观力学性质不能根据介质的宏观物理试验结果直接赋值，必须通过对颗粒的几何参数、接触特性等进行赋值，选取合适的细观参数，使颗粒模型介质体现的宏观性质与实际介质的宏观性质相匹配。同一宏观性质与颗粒细观参数不具有映射关系。

(2) 颗粒材料物理力学特性由其细观结构特征决定，初始条件如地应力场分布，会对细观结构特征产生影响，从而影响宏观物理力学特性。在研究材料的物理力学特性不能忽略地应力场。不同于传统数值方法，体现了应力环境对介质物理性质的影响。

(3) 模型介质中颗粒的结构和接触特性，决定了该介质的宏观力学特性，因此分析过程中如无特别需要，介质不需要单独赋予本构关系模型。介质的本构特性由颗粒间的相互作用及状态的变化来体现，如接触的破坏和发展标志着介质由线性转化为非线性、弹性转向弹塑性的力学特性。

(4) 颗粒流模型中，除圆球形颗粒单元外，另一基本单元为“墙体”。墙体与颗粒间通过接触发生作用，对于每一个颗粒，都能满足运动方程；由于墙体没有质量，因此墙体受到的不平衡力无法影响墙体的运动，即墙体不满足运动方程；墙与墙之间不发生力的作用，墙体运动预先输入控制。总体而言，颗粒流模型中，只存在颗粒间及颗粒与墙间两种接触形式。

正是由于上述与其他数值方法的差异，Cundall (2002) 博士认为 PFC 在描述岩土体介质特殊特性方面有着其他常用数值方法不可比拟的优势，主要表现在如下方面：

- ① 能自动模拟介质基本特性随应力环境的变化；
- ② 能实现岩土体对历史应力-应变记忆特性的模拟（屈服面变化 Kaiser 效应等）；

- ③ 反映剪胀及其对历史应力等的依赖性；
- ④ 自动反映介质的连续非线性应力-应变关系屈服强度和此后的应变软化或硬化过程；
- ⑤ 能描述循环加载条件下的滞后效应；
- ⑥ 描述中间应力增大时介质特性的脆性、塑性转化；
- ⑦ 能考虑增量刚度对中间应力和应力历史的依赖性；
- ⑧ 能反映应力-应变路径引起的刚度和强度的各向异性问题；
- ⑨ 描述了强度包络线的非线性特征；
- ⑩ 介质材料微裂缝的自然产生过程；
- ⑪ 介质破裂时声能的自然扩散过程。

3. 颗粒流数值模拟基础理论

1) PFC2D/3D 基本假定

在 PFC 模型中，主要有如下假设：

- (1) 模型中的颗粒单元都被视为刚体；
- (2) 颗粒之间的接触只发生在很小的区域内，近似点接触；
- (3) 接触行为具有柔性特性，允许接触处刚体颗粒之间具有一定叠合量，但该值远小于颗粒半径；
- (4) 接触力与颗粒间的叠合量通过力-位移定律建立联系；
- (5) 颗粒间接触部位可以建立黏结特性；
- (6) 基本颗粒单元为圆盘或者球体。

作为扩展，可以采用块 (Clump) 或簇 (Cluster) 的构成方式，形成任意形状边界、可以变形的超级颗粒，如椭圆柱体、块体和不规则形状体等。

2) PFC 的求解及接触判别

一般离散单元法中所用到的求解方法有静态松弛法和动态松弛法。其中，动态松弛法是把非线性静力学问题化为动力学问题求解的一种数值方法，该方法的实质是对临界阻尼振动方程进行逐步积分。

动态求解法的突出优势在于处理物理不稳定系统和路径相关问题时，不会出现解的不稳定性。为了保证求得准静解，一般都采用质量阻尼和刚度阻尼来吸收系统的能量，当阻尼系数取值稍小于某一临界值时，系统的振动将以尽可能快的速度消失，同时函数收敛于静态值。这种带有阻尼项的动态平衡方程，利用有限差分法按时步在计算机上迭代求解就是所谓的动态松弛法。

由于被解方程是时间的线性函数，整个计算过程只需要直接代换，即利用前一迭代的函数值计算新的函数值，因此，对于非线性问题也能加以考虑，这是动态松弛的最大优点。

离散单元法的基本运动方程为：

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \tag{1.3.1}$$

式中： m ——单元的质量；

x ——位移；
 t ——时间；
 c ——黏性阻尼系数；
 k ——刚度系数；
 f ——单元所受的外荷载。

式 (1.3.1) 的动态松弛解法就是假定 $t+\Delta t$ 时刻以前的变量 $f(t)$, $x(t)$, 以及 $x(t-\Delta t)$ 等已知, 利用中心差分法, 式 (1.3.1) 可以转化为:

$$m[x(t+\Delta t)-2x(t)+x(t-\Delta t)]/(\Delta t)^2+c[x(t+\Delta t)-x(t-\Delta t)]/(2\Delta t)+kx(t)=f(t) \quad (1.3.2)$$

式中 Δt 为计算时步。

由式 (1.3.2) 可以解得:

$$x(t+\Delta t)=\left\{(\Delta t)^2 f(t)+\left(\frac{c}{2}\Delta t-m\right)u(t-\Delta t)+[2m-k(\Delta t)^2]u(t)\right\}/\left(m+\frac{c}{2}\Delta t\right) \quad (1.3.3)$$

由于式 (1.3.3) 中等式右侧项均为已知, 因此可求的 $x(t+\Delta t)$ 。将其代入式 (1.3.4), 可得到颗粒在 t 时刻的速度加速度。

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [x(t+\Delta t)-x(t-\Delta t)]/(2\Delta t) \\ \ddot{x}(t) &= [\dot{x}(t+\Delta t)-2\dot{x}(t)+\dot{x}(t-\Delta t)]/(\Delta t)^2 \end{aligned} \quad (1.3.4)$$

不难看出, 离散单元法利用中心差分法进行动态松弛求解, 是一种显式解法。其不需要求解大型矩阵, 计算简单, 也节省计算时间, 且允许单元发生很大的平移和转动, 因此克服了既有有限单元和边界单元法的小变形假设, 可以用于分析一些非线性问题。

与传统离散单元法一致, PFC 同样采用中心差分法在整个时间域内对颗粒运动方程进行积分, 以确保解的精度及其稳定性, 即所谓的动态求解方法。

进行显式迭代分析时, 主要对两组方程进行求解, 即运动方程与力-位移方程。PFC 在执行求解迭代的同时, 颗粒间接触状态的侦查尤为突出, 包括新接触的产生与原有接触的脱离, 接触状态所消耗的时间与颗粒数目呈线性关系。采用圆球形单元作为基本单元时, 仅需得到圆心及半径信息, 在计算过程中能够自动辨识新的接触, 因此整个模型具有较高的计算效率。

3) 颗粒流方法基本方程及物理模型

相对需同时满足平衡方程、物理方程和变形协调方程的连续介质模型, 基于非连续介质理论的颗粒流模型, 由于组成介质的单元为离散颗粒体, 颗粒间的运动不需要受变形协调方程的约束, 而这种运动又不是完全自由的, 相邻颗粒间的阻力会有影响, 颗粒间的接触力与相对位移通过一种内置的物理方程支配, 它随颗粒分布和应力状态不同的表现出线性或者非线性规律, 故颗粒流模型只需要满足平衡方程即可。

整个分析过程中, 以力-位移定律和牛顿第二定律为基本理论, 通过力-位移定律, 更新接触部分的接触力; 通过牛顿第二定律, 更新颗粒与墙体的位置, 重新调整颗粒之间接触关系。二者交替作用, 按时步迭代并遍历整个颗粒集合, 直至达到平衡状态或发生破坏无法保持稳定状态为止, 其计算过程见图 1-1。

颗粒流模型中两种最基本的单元是颗粒单元和“墙单元”。颗粒单元即组成材料介质

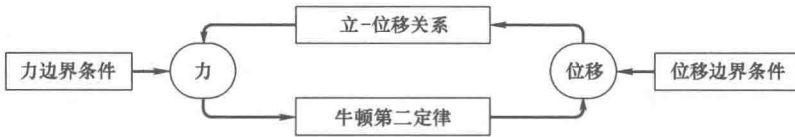


图 1-1 PFC 迭代过程示意图

的单元，“墙单元”是用来生成模型边界条件的单元，在墙单元上不能直接施加力的边界条件，只能通过施加速度间接达到颗粒集合的位移和力的边界条件。作用在“墙单元”上的接触力与墙体的运动无关，故“墙单元”的运动不需要满足运动方程。

(1) 物理方程

物理方程即接触颗粒对之间的接触力-相对位移的关系。颗粒流模型中有“颗粒-颗粒”接触与“颗粒-墙”接触两种接触类型，详细见图 1-2。

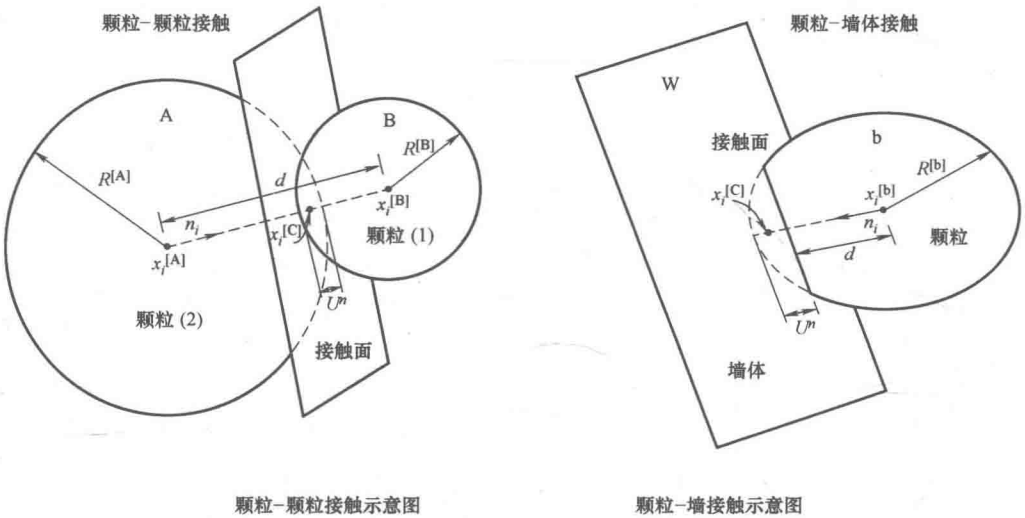


图 1-2 实体接触示意图

假定两接触实体单元之间的法向接触力 F^n 与它们之间法向相对位移量 U^n （颗粒-颗粒或颗粒-墙体的变形重叠量）成正比，即：

$$F_i^n = K^n U^n n_i \tag{1.3.5}$$

式中 K^n ——法向接触刚度系数；

n_i ——接触法向。

式 (1.3.5) 中变形重叠量为分析时假定的一个量，将其乘以一个比例系数作为法向力的一种度量。分析过程中， K^n 选择较为重要，必须较为准确，否则整体结构运动变形过程将和实际相差较大。由于颗粒所受剪切力与颗粒运动和加载历史或途径有关，所以对剪切力以增量形式计算。

由于颗粒所受的切向接触力（即剪切力）与颗粒运动和荷载历史或路径有关，所以剪切力以增量形式来计量。当接触形成时，总剪切力 F^s 初始化为零，此后每一时步发生的相对位移所引起的弹性剪切力累加至当前值，因此可以表示为：

$$\Delta F_i^s = -k^s \Delta U^s \tag{1.3.6}$$

式中 k^s ——切向接触刚度系数；

ΔU^s ——法向相对位移量。

(2) 运动方程

根据上述原理可计算出作用于每个颗粒上的合力和合力矩，此时根据牛顿第二定律可确定颗粒的加速度与角加速度，进而可以确定单位时间步长内颗粒速度和角速度以及位移和转动量。

运动方程由两组向量方程表示，一组表征不平衡力与平移运动的关系，另一组表征不平衡力矩与旋转运动的关系，假定时间 t_0 时颗粒在 x 方向合力为 F_x ，弯矩为 M_x ，转动惯量为 I_x ，则颗粒在 x 方向平均加速度和转动加速度分别为：

$$\ddot{u}_x(t_0) = \frac{F_x}{m} \quad (1.3.7)$$

$$\ddot{\omega}_x(t_0) = \frac{M_x}{I_x} \quad (1.3.8)$$

式中 F_x —— x 方向的不平衡力；

m ——颗粒质量；

M_x ——不平衡力矩；

I_x ——角动量。

对上式采用向前差分格式进行积分，在时间 $t_1 = t_0 + \frac{\Delta t}{2}$ 时，颗粒在 x 方向速度和转动速度为：

$$\dot{u}_x(t_1) = \dot{u}_x\left(t_0 - \frac{\Delta t}{2}\right) + \ddot{u}_x(t_0)\Delta t \quad (1.3.9)$$

$$\omega_x(t_1) = \omega_x\left(t_0 - \frac{\Delta t}{2}\right) + \ddot{\omega}_x(t_0)\Delta t \quad (1.3.10)$$

式中 t_0 ——起始时间；

Δt ——时步， $t_1 = t_0 + \Delta t$ 。

4) 颗粒流的接触模型

颗粒流通过接触本构模型来模拟材料的本构模型。接触本构模型分为：接触刚度模型；接触滑动模型；黏结模型。

(1) 接触刚度模型

接触刚度模型 (Contact-stiffness model) 是在颗粒接触力和相对位移之间规定弹性关系。法向和切向接触力与其相对位移之间的关系可参考前述公式 (1.3.5) 和 (1.3.6)。

接触刚度模型可分为线性模型 (Linear contact model) 及简化的 Hertz-Mindlin 模型两种。简化 Hertz-Mindlin 模型适用于模拟无黏结、小应变和只受压应力的颗粒体系。因此除了少数特殊情况，一般使用线性刚度模型。

① 线性刚度模型使用两个接触实体 (球体与球体或者球体与墙体) 的法向刚度和切向刚度定义，量纲为 N/m。线性刚度模型假定两个接触实体的刚度串联在一起相互作用，法向割线接触刚度 K^n 和切向接触刚度 k^s 分别由下式计算。

$$K^n = \frac{k_n^A k_n^B}{k_n^A + k_n^B} \quad (1.3.11)$$

$$k^s = \frac{k_s^A k_s^B}{k_s^A + k_s^B} \tag{1.3.12}$$

式中 k_n^A 、 k_n^B ——分别为 A 与 B 两接触实体的法向接触刚度；

k_s^A 、 k_s^B ——分别为 A 与 B 两接触实体的切向接触刚度。

对于线性接触模型，法向割线接触刚度 K^n 与法向切线接触刚度 k^n 相等，这是因为

$$k^n = \frac{dF^n}{dU^n} = \frac{d(K^n U^n)}{dU^n} = K^n \tag{1.3.13}$$

② Hertz-Mindlin 接触模型

Hertz-Mindlin 模型的参数主要包括两接触颗粒的剪切模量 G 以及泊松比 ν 。该模型中不涉及法向、切向刚度。同一集合中不允许出现两种接触模型。即线性模型颗粒与 Hertz-Mindlin 模型颗粒间不能构成接触，因为其行为没有定义；相应的 Hertz-Mindlin 模型颗粒和黏结模型颗粒之间也不允许接触，因为 Hertz-Mindlin 模型没有拉应力的定义，在此不作详细介绍。

(2) 接触滑动模型

滑动模型 (Slip model) 主要刻画法向和切向接触力之间的关系，用来描述两个接触颗粒间的相对运动。它是两接触颗粒间的内在特性，其不能承受法向的拉力，没有法向抗拉强度。约束颗粒只有在达到设定的最大切向接触力后才能发生滑动，允许颗粒在抗剪强度范围内发生滑动，该模型在接触黏结模型发生作用之前一直有效。

滑动模型采用摩擦系数来定义，如果两个接触实体中摩擦系数不一致则取最小摩擦系数值。采用“property”命令的关键字“friction”来定义内摩擦系数。因 PFC 接触模型中接触为点接触，故该内摩擦系数与宏观层面基于面接触得出的摩擦系数并不相同。

滑动模型一般与其他模型共同使用，如常与线性接触模型同时构成常用无黏性土结构模型。以砂土为例，可建立图 1-3 所示的非黏结线性接触模型，颗粒间法向通过弹簧阻尼器建立接触，切向除弹簧阻尼器外设置了滑移器，在切向力超过临界值时滑动模型启用，此时将允许颗粒之间发生相对滑移。

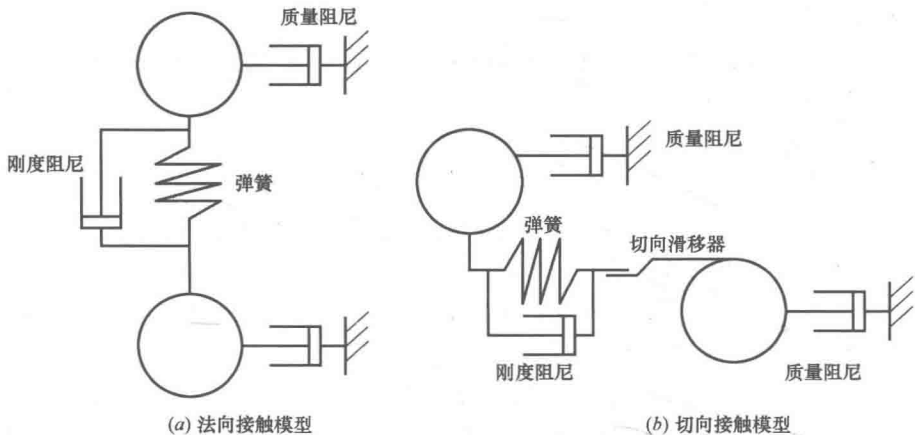


图 1-3 线性接触及滑移模型

滑动模型的参数主要有摩擦系数 μ 。两个具有不同摩擦系数的单元接触时， μ 取两接触单元中较小者。如接触单元间重叠量 U^n 小于或等于零，表明颗粒间无接触，此时令法

向和切向接触力等于零。发生滑动的判别条件为：

$$F_{\max}^s = \mu | F_i^n | \quad (1.3.14)$$

如果 $| F_i^n | > F_{\max}^n$ ，则发生滑动，并在下一循环步时 F_i^s 为：

$$F_i^s \leftarrow -F_i^s (F_{\max}^s / | F_i^s |) \quad (1.3.15)$$

(3) 黏结模型

黏结模型是对法向力和剪切力的合力最大值的规定。在颗粒流模型中，默认情况下颗粒之间是没有黏结的，允许建立的颗粒黏结模型有两种：接触黏结模型和平行黏结模型（图 1-4）。

接触黏结模型是类似于点接触的很小范围内的黏结，只能传递力；平行黏结模型是通过在颗粒间注入一定截面形状和尺寸的黏结材料的黏结，除了能传递力还能传递弯矩。两种模型允许同时存在，但黏结模型只在颗粒间有效，颗粒与墙体之间不能设定黏结（图 1-4）。

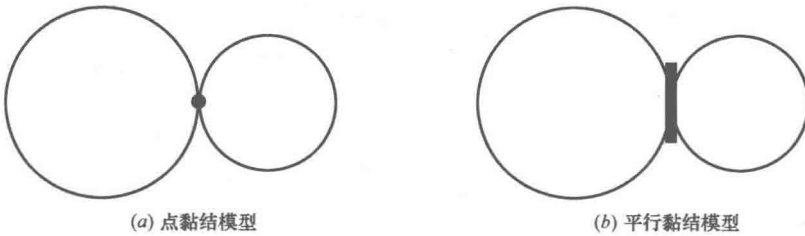


图 1-4 黏结模型

① 接触黏结模型

接触黏结模型通过在颗粒接触点处沿法向和切向方向分别设置一对具有给定刚度的弹簧实现，弹簧能够承受相应的拉应力和剪应力。在接触黏结未发生破坏时，颗粒间不会发生相对滑动。

接触黏结模型包括法向黏结强度和切向黏结强度两个参数。

当颗粒间重叠量 $U^n < 0$ 时，表征颗粒间脱离接触，此时接触黏结处出现张力，当法向接触张力超过接触黏结法向强度，黏结失效，并且法向和切向接触力归零；当切向接触力大于或等于切向接触黏结强度时，黏结同样失效，但在切向力达到摩擦极限前，接触力保持不变。接触黏结模型本构关系如图 1-5 所示。

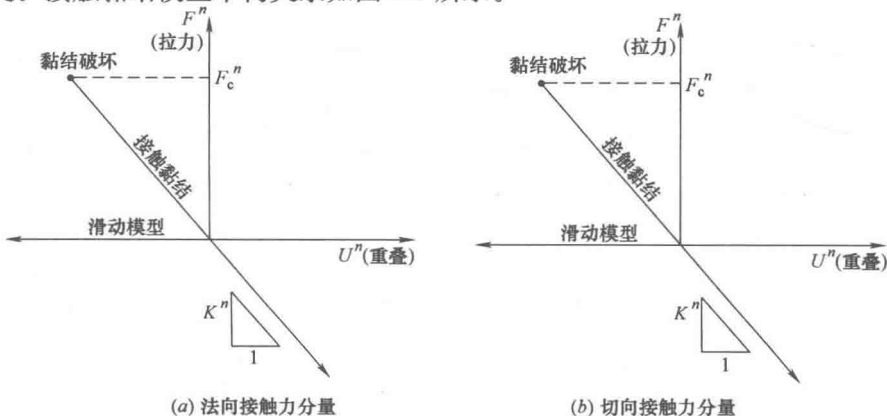


图 1-5 接触黏结接触位置本构关系示意图

② 平行黏结模型

平行黏结模型用以描述颗粒间有限尺寸内有夹层材料或胶结材料的本构特性，材料的截面可以为圆形或矩形。平行黏结可以想象为一组有恒定法向刚度与切向刚度的弹簧均匀分布于接触平面内。

颗粒接触位置的相对运动在胶结材料中产生力和弯矩。力和弯矩作用于两个黏结颗粒，并且与黏结材料的黏结边界上的最大法向和切向应力相关。如果当中任何一个方向上最大应力超过相应的黏结强度，平行黏结就破裂。

平行黏结模型主要包括五个特征参数：法向和切向刚度、法向和切向强度、黏结半径。它反映了接触颗粒在有限区域内有填充胶合材料的本构特性，可与前面所述的滑动模型或接触连接模型同时存在，平行连接模型模型示意图见图 1-6。

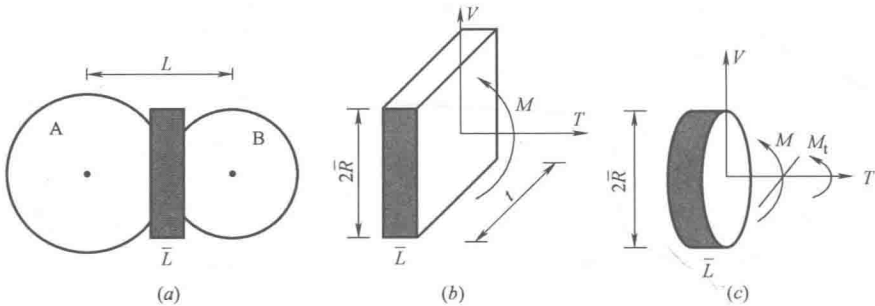


图 1-6 平行黏结示意图

③ 滑动模型和黏结模型的关系

滑动模型是相互接触实体的一种固有特性，它没有法向抗拉强度，通过限定剪切力允许颗粒发生滑动。这种模型总是被激活的，除非接触黏结模型出现。在这种情况下，接触黏结模型替代滑动模型。颗粒之间赋予“黏结力”，当颗粒间接触力小于其黏结力，则颗粒间不发生相对滑动。当接触力超过该黏结力时，黏结力消失，相互接触的两个颗粒间改而服从滑动摩擦模型。这两种模型描述的都是发生在接触点处的颗粒接触本构。另外，平行黏结模型描述的是存在于两个颗粒间的胶结材料的物理力学行为。因此，黏结与滑动行为可以同时出现，而在没有黏结接触时，滑动模型可以与平行黏结模型同时起作用。

④ 颗粒间黏结破坏过程模拟

颗粒流理论之所以能模拟试样中裂缝的产生与发展，在于它所引入的颗粒接触黏结本构模型；颗粒接触连接处允许产生裂纹，类似于实际试样中的微弱结构面，从而为模拟岩土体裂缝的形成与发展提供了条件，如图 1-7 中理想模型所示。

在 PFC 软件中，颗粒黏聚力由颗粒间的法向黏结强度 (n_bond) 和切向黏结强度 (s_bond) 和颗粒间摩擦系数来确定。如果颗粒间的实际的轴向拉力或者切向力有一个大于相应的轴向黏结强度 (n_bond) 或切向黏结强度 (s_bond) 的初始设定值，则颗粒间的黏结就会发生破坏，微裂纹产生。

PFC 中只有在黏结接触 (contact bond and parallel) 模式中才能形成裂纹。因此裂纹形成的数量和位置受初始试样中颗粒的黏结参数接触所影响。微裂纹的几何尺寸和位置具

体受到产生微裂纹的两个颗粒的大小和位置所影响。

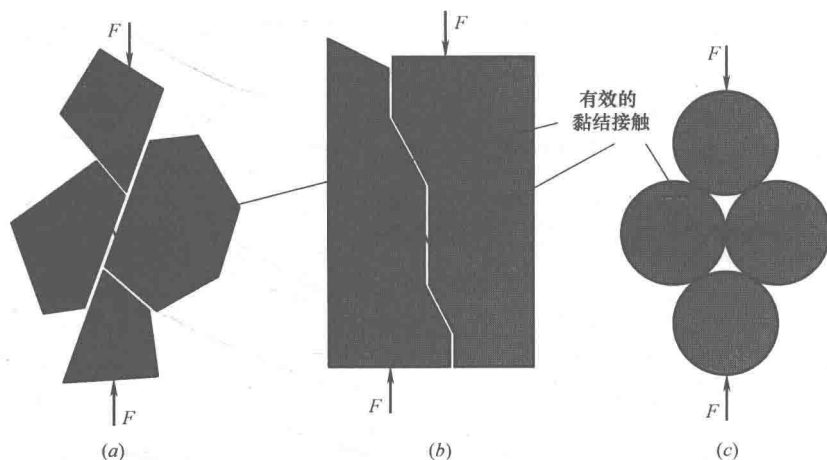


图 1-7 岩块开裂示意图

颗粒及颗粒间黏结可简化为一个圆柱面，其法线方向在模型平面内如图 1-8 所示。

假定产生裂纹的两个颗粒分别为 A、B，则裂纹圆柱面的厚度可表示为：

$$t_c = d - (R^{[A]} + R^{[B]}) \quad (1.3.16)$$

式中 d ——两颗粒之间的距离；

$R^{[A]}$ ——颗粒 A 的半径；

$R^{[B]}$ ——颗粒 B 的半径。

圆柱面的中心可表示为：

$$x_i = x_i^{[A]} + (R^{[A]} + t_c/2)n_i \quad (1.3.17)$$

式中 n_i ——从 $x_i^{[A]}$ 指向 $x_i^{[B]}$ 的法线方向。

圆柱面半径为：

$$R_c = R^{[A]} + (R^{[B]} - R^{[A]}) \left(\frac{R^{[A]} + t_c/2}{d} \right) \quad (1.3.18)$$

每条微裂纹由厚度、半径、法向方向以及中心点的位置这几个参数来表示，厚度等于两个颗粒间的间隙；裂纹半径为两颗粒连接柱面的中面长度；裂纹法线方向与两颗粒中心点的连线方向一致；中心点为产生该裂纹的两个颗粒中心点位置的连线与颗粒间距中心线的交点。

上述处理的主要优点是使得 PFC 具有描述细观结构微裂纹的力学特性的能力，能把岩体宏观力学行为和裂纹发展的微结构机制相联系。

比较图 1-9 及图 1-10 可知：

接触黏结模型具有存在和消失两种状态。一旦在剪切向或者法向超过强度极限，则颗粒间的约束消失，转化为无约束状态，此时，颗粒相互作用可遵从滑移模型；接触黏结模型简单地将颗粒间相互作用在法向和切向引入了本构关系，但没有描述颗粒间扭转特性，