

《著名重点中学各科学习指导与测试》

初三代数

潘慰高 主编

周强华 郑娥英 马元鹿 编

南京大学出版社

著名重点中学各科学习指导与测试

初三代数

主编 潘尉高

编者 周强华 郑娥英 马元鹿

南京大学出版社

1996·南京

著名重点中学各科学学习指导与测试

初三代数

潘慰高 主编

周强华 郑娥英 马元鹿 编写

*

南京大学出版社出版

(南京大学校内 邮编 210093)

江苏省新华书店发行 武进市第三印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张 4.875 字数 108 千

1994 年 5 月第 1 版 1996 年 5 月第 3 次印刷

印数 14 851—24 850

ISBN 7-305-02196-2/O · 136

定价:4.00 元

(南大版图书若有印、装错误可向承印厂退换)

出版说明

为了帮助中学生学好基础知识，掌握基本的技能技巧，训练思维方法，提高解题能力，我社组织了南京师范大学附中、金陵中学等著名重点中学的特级教师、高级教师，编写了这套“著名重点中学各科学学习指导与测试”丛书，它包括初高中语文、英语、数学、物理、化学五个学科。

本丛书紧扣教材，每一节分三个部分：第一部分为知识要点，提纲挈领，突出重点要点，对复习起指导作用；第二部分为学习指导，通过典型例题的分析评述，着重指导解题的思想与方法，提高解题的技能技巧，加强对基础知识和基本技能的训练，以提高学生解题的自觉性、科学性、技巧性；第三部分为复习与测试，供学生用以训练、巩固和提高基本知识、基本技能和基本方法。

本丛书的作者们有厚实的业务基础，丰富的教学经验，培养了一批又一批基础扎实、思维敏捷、作风过硬、能力卓著的优秀学生，在国内享有较高声誉。本丛书是他们数十年经验的总结，智慧的结晶。相信本丛书是广大中学生的良师益友，对指导学习、锻炼思维、提高分析解题能力，握握基本的知识体系是大有裨益的。

南京大学出版社

目 录

第十四章 函数及其图像	(1)
一、直角坐标系	(1)
二、两点间的距离	(6)
三、函数	(12)
四、正比例函数与反比例函数	(19)
五、一次函数的图像和性质	(27)
六、二次函数的图像和性质	(34)
七、一元一次不等式组和一元二次不等式	(42)
期中测试	(48)
第十五章 解三角形	(53)
一、三角函数	(53)
二、 30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值及三角函数表	(59)
三、直角三角形中边与角的关系	(66)
四、解直角三角形	(72)
五、应用举例	(78)
六、化钝角三角函数为锐角三角函数	(83)
七、余弦定理	(89)
八、正弦定理	(95)
九、解斜三角形应用举例	(103)
第十五章测试	(110)
第十六章 统计初步	(115)
期末测试	(120)
综合练习一	(125)
综合练习二	(131)

第十四章 函数及其图像

一、直角坐标系

(一) 知识要点

1. 平面直角坐标系。平面内互相垂直而且有公共原点 O 的两条数轴构成了平面直角坐标系。通常水平的一条叫做 x 轴，铅直的一条叫做 y 轴。

2. 各象限中 x 轴、 y 轴上点的坐标的特征。第一象限同正，第二象限负、正，第三象限同负，第四象限正、负， x 轴上的点纵坐标为零， y 轴上的点横坐标为零。

3. 由已知点求坐标，由已知坐标求点。

4. 关于 x 轴、 y 轴、原点对称的点的求法。

(二) 学习指导

1. 建立了平面直角坐标系后，平面上的点与一对有序实数建立了一一对应的关系，使得数与形紧密联系在一起。求点的坐标，实际上就是将该点分别向 x 轴、 y 轴引垂线，其垂足表示的数就是该点的横坐标、纵坐标。

例1 已知如图14-1，求 P 点的坐标。

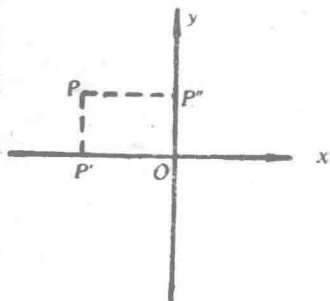


图 14-1

解 过 P 点分别向 x 轴、 y 轴引垂线,垂足分别为 P' 、 P'' ,则 P' 点在 x 轴上表示的数就是该点的横坐标, P'' 点在 y 轴上表示的数就是该点的纵坐标.点在坐标轴上,点的坐标求法同上.

2. 由坐标求点.

例2 在直角坐标系中标出点 $M(-2, -1)$.

解 在 x 轴上找出坐标为 -2 的点, y 轴上找出坐标为 -1 的点.分别经过这两点向各自所在的轴引垂线,两条垂线的交点即为所求的 M 点.

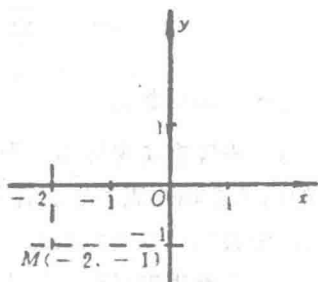


图 14-2

3. 关于 x 轴、 y 轴、原点对称的点的求法.

例3 点 $P(a, b)$ 关于 x 轴的对称点为 $P'(a, -b)$,关于 y 轴的对称点为 $P''(-a, b)$,关于原点的对称点为 $P'''(-a, -b)$.

先在直角坐标系中假设 P 点位置(如图14-3),然后根据轴对称、中心对称定义,求出对称点的坐标.

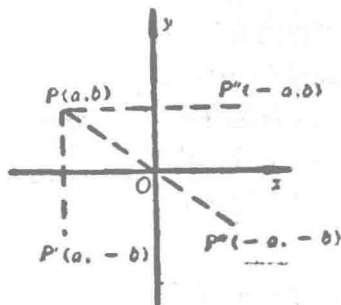


图 14-3

(三) 测试14-1 (45分钟)

一、选择题

1. 已知 $A(a+2, b-3)$ 和 $B(b-1, a-8)$ 两点关于 x 轴对称, 则 a, b 的值分别为 ()

(A) $a=7, b=4$

(B) $a=4, b=7$

(C) $a=-4, b=-7$

(D) $a=-7, b=-4$

2. 点 $P(4a+5, 2a-1)$ 在第四象限, 则 a 的取值是 ()

(A) $a > -\frac{5}{4}$

(B) $a < \frac{1}{2}$

(C) $-\frac{5}{4} < a < \frac{1}{2}$

(D) $-\frac{5}{4} \leq a \leq \frac{1}{2}$

3. 点 $(-3, 0), (-2, -5), (-\frac{1}{2}, 2), (-4, 7),$

$(2^{-1}, 3)$ 中, 在第二象限内的点的个数为 ()

(A) 0个

(B) 1个

(C) 2个

(D) 3个

4. 点 $P(m-5, n+3)$ 关于原点的对称点的坐标是 ()

(A) $(-m-5, -n+3)$

(B) $(-m+5, -n+3)$

(C) $(-m-5, -n-3)$

(D) $(-m+5, -n-3)$

5. 点 $P(x, y)$ 在一、三象限坐标轴夹角的平分线上, 则 x, y 的关系是 ()

(A) $x-y=0$

(B) $x+y=0$

(C) $x > y$

(D) $x < y$

6. 以 $A(-3, 0)$ 点为圆心, 半径为5的圆与 y 轴的交点

坐标为

()

(A) (0, 4)

(B) (0, -4)

(C) (4, 0), (-4, 0) (D) (0, 4), (0, -4)

7. 点P关于x轴、原点的对称点是同一个点, 则点P在

()

(A) x轴上

(B) y轴上

(C) 第一、二象限

(D) 第三、四象限

8. 学生甲错将P点的坐标写成它关于y轴对称的点的坐标 $(-n, -n)$, 学生乙错将点Q的横坐标与纵坐标的次序写颠倒成 (n, m) . 则P, Q两点的位置关系是 ()

(A) 关于x轴对称

(B) 关于y轴对称

(C) 关于原点对称

(D) 两点重合

二、填空题

9. 点M(-2, 1)关于x轴对称的点的坐标是_____, 关于y轴对称的点的坐标是_____; 关于原点对称的点的坐标是_____.

10. 已知正方形ABCD的对角线长是 $2\sqrt{2}$. 建立如图14-4所示的直角坐标系. 则C点的坐标是_____.

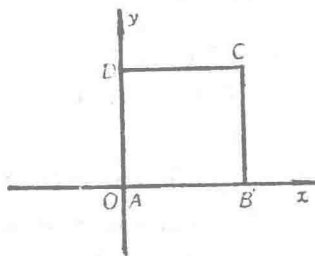


图 14-4

11. 点P(a, b)在x轴上, 则a_____, b_____.

12. 已知 $(x-2)^2 + |y+3| = 0$, 则P(x, y)点在第_____象限.

13. 点M(a-2, -3)在坐标轴夹角的平分线上, 则a=_____.

14. 已知 $A(-4, 7)$, $B(a, -3)$, 并且直线 $AB \parallel y$ 轴, 则 $a =$ _____.

三、解答题

15. 若 $A(a, -3)$, $B(-4, b)$ 两点关于原点对称. 求 a, b 的值.

16. 已知点 $P(x-5, 2y+1)$ 在第三象限, 化简

$$|5-x| - \left| -\frac{1}{2}y + \frac{1}{4} \right| - |x-8|.$$

17. 已知点 $P(3a-9, 1-a)$ 是第三象限的整点(横、纵坐标均为整数的点). 求: 点 P 的坐标.

四、选做题

18. 已知菱形 $ABCD$ 的对角线 $AC=8$, $BD=6$. 建立如

图14-5所示的直角坐标系。

求：A点的坐标。

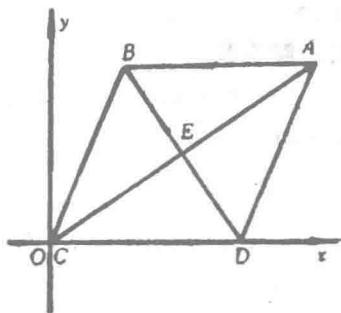


图 14-5

19. 若 $M(2a-3, 3b+1)$, $N(b+1, 2a+23)$ 两点关于 y 轴对称。求代数式 $4a-(b-7)^{a^2+3a+3}$ 的值。

二、两点间的距离

(一) 知识要点

1. 同一数轴上两点间的距离： $AB = |x_B - x_A|$ (其中 x_A 表示A点坐标, x_B 表示B点的坐标)。

2. 平面内任意两点间的距离：

$$P_1P_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(其中 (x_1, y_1) 是 P_1 点坐标, (x_2, y_2) 是 P_2 点坐标)。

(二) 学习指导

1 两点间的距离公式是学习函数及其图像的重要工具之一，可以计算线段的长度，判断三角形的形状，判断四边形的形状，以及平面几何的一些证明和求多边形的面积。

例1 已知 M, N 是同一数轴上的两点， N 点的坐标是 -3 ，并且 $MN=5$ 。

求 M 点的坐标。

解 设 M 点的坐标为 x ，

$$\therefore |-3-x|=5,$$

$$\therefore -3-x=5, \quad -3-x=-5,$$

$$\therefore x_1=-8, \quad x_2=2.$$

答 M 点的坐标为 -8 或 2 。

例2 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别为 $A(0, 1)$, $B(-2, -3)$, $C(2, -5)$ 。

(1) 判断 $\triangle ABC$ 的形状；

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积。

$$\begin{aligned}\text{解} \quad (1) \quad AB &= \sqrt{(-2-0)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{4+16} \\ &= 2\sqrt{5},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}BC &= \sqrt{[2-(-2)]^2 + [-5-(-3)]^2} \\ &= \sqrt{16+4} = 2\sqrt{5},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}CA &= \sqrt{(0-2)^2 + [1-(-5)]^2} = \sqrt{4+36} \\ &= 2\sqrt{10}.\end{aligned}$$

$$\therefore AB^2 + BC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 = 20 + 20 = 40,$$

$$AC^2 = (2\sqrt{10})^2 = 40.$$

$\therefore AB^2 + BC^2 = AC^2$, 又 $AB = BC$.

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形, B 角为直角.

(2) $\because AB$ 和 BC 是直角边.

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} = 10.$$

2. 当 $\triangle ABC$ 不是直角三角形时, 那么已知 $\triangle ABC$ 三个顶点坐标如何求这个三角形面积呢?

例3 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标分别为 $A(1, 2)$ 、 $B(-1, -1)$ 、 $C(2, -5)$.

求 $\triangle ABC$ 的面积.

解 如图14-6. 在直角坐标系中标出 A, B, C 各点, 过 A 点, C 点分别向 y 轴引垂线, 过 B 点向 x 轴引垂线, 它们交于 D, E . 则梯形 $DECA$ 为 Rt 梯形. D 点坐标为 $(-1, 2)$, E 点坐标为 $(-1, -5)$.

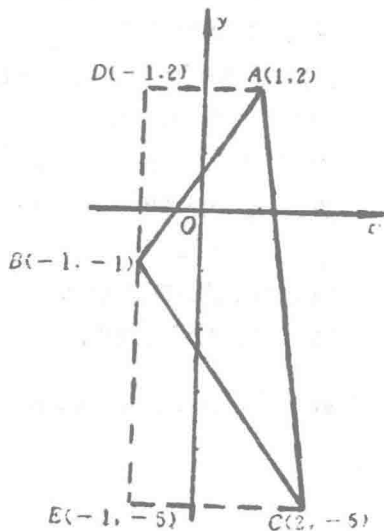


图 14-6

$$AD = |-1 - 1| = 2,$$

$$BD = |2 - (-1)| = 3, BE = |-5 - (-1)| = 4,$$

$$DE = |-5 - 2| = 7, EC = |2 - (-1)| = 3.$$

$$\therefore S_{\text{梯形} ADEC} = \frac{1}{2}(2+3) \times 7 = \frac{35}{2},$$

$$S_{\triangle ADB} = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3, \quad S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{35}{2} - 3 - 6 = \frac{17}{2}.$$

通过例3可以知道，已知多边形各顶点坐标，求多边形面积，都可用上述的转化方法去完成。

(三) 测试14-2 (45分钟)

一、选择题

1. 已知 P_1, P_2 两点的坐标分别为 $(-3, 4), (1, -5)$ ，那么 P_1P_2 的长度是 ()

- (A) 97 (B) $\sqrt{97}$
(C) 5 (D) $\sqrt{5}$

2. 已知 M, N 是同一数轴上的两点， M 点的坐标为2， $MN=4$ ，那么 N 点的坐标是 ()

- (A) 4或-4 (B) 6
(C) -2 (D) 6或-2

3. 已知 A, B 两点的坐标分别为 $(a-3, 2), (2a-1, -1)$ ，并且 $AB=\sqrt{34}$ ，那么 a 的值为 ()

- (A) 3 (B) -7
(C) 3或-7 (D) 5或-5

4. 由 $A(-2, 0), B(-3, -2), C(0, -1)$ 三点所构成的三角形的形状是 ()

- (A) 等腰三角形 (B) 等边三角形
(C) 直角三角形 (D) 等腰直角三角形

5. 在 x 轴上, 与原点 O 及 $A(5, -3)$ 等距离的点 B 的坐标是 ()

- (A) $(3.4, 0)$ (B) $(-3.4, 0)$
(C) $(2, 0)$ (D) $(-2, 0)$

6. 到 x 轴和 y 轴的距离相等的点有 ()

- (A) 1个 (C) 2个
(C) 3个 (D) 无数多个

7. 到 $A(5, 2)$, $B(-4, 5)$, $C(-2, 1)$ 三点距离相等的点 M 的坐标是 ()

- (A) $(5, 1)$ (B) $(1, 5)$
(C) $(-1, 3)$ (D) $(3, -1)$

8. 已知 P_1, P_2 两点的坐标分别为 $(a, 0), (b, 0)$, 并且 $a > b$, 又知 $P_1P_2 = 2$, 那达 a 与 b 的关系是 ()

- (A) $a = 2b$ (B) $a = b + 2$
(C) $|a| - |b| = 2$ (D) $\sqrt{a^2 + b^2} = 2$

二、填空题

9. 若 P_1, P_2 两点间的距离为 $\sqrt{13}$, 又 P_1 点的坐标是 $(-1, 0)$, P_2 点在两坐标轴夹角的平分线上, 则 P_2 点的坐标是 _____ 或 _____ 或 _____.

10. 点 $A(a, b)$ 到 y 轴的距离是 _____.

11. 已知 A 点的坐标为 $(2, 0)$, B 点的坐标为 $(4, 0)$, C 点在第一象限, 并且 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 那么 C 点的坐标是 _____.

12. 已知 $P_1(2, -3)$, $P_2(10, k)$, 并且 $P_1P_2 = 10$, 那么 $k =$ _____.

13. 已知点 A 的坐标为 $(-2, 1)$, A 点关于 x 轴的对称点

为 B 点,关于原点的对称点为 C 点,关于 y 轴的对称点为 D 点,则以 A, B, C, D 为顶点的四边形周长是_____,并且四边形 $ABCD$ 是_____形。

14. 点 $M(m+1, 3m-5)$ 到 x 轴的距离是它到 y 轴距离的一半,那么 $m =$ _____。

三、解答题

15. 如果点 P 的坐标为 (x, y) , M 点的坐标为 $(2, -1)$, N 点的坐标为 $(5, 2)$, 并且 $PM = PN$ 。求 $x + y$ 的值。

16. 已知点 $A(a+2b, 3a-b-5)$ 与点 $B(b-1, -a-2)$ 关于 x 轴对称。求: (1) a, b 的值; (2) 线段 AB 的长度。

17. 已知 A, B 两点在 x 轴上, 并且 A, B 两点的横坐标是方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两个根, 试在 y 轴上求一点 C , 使 $\triangle ABC$ 的面积等于5。

四、选做题

18. 已知 $\triangle ABC$ 的各顶点的坐标分别为 $A(2, 4)$, $B(2, 6)$, $C(2+\sqrt{3}, 6)$ 。求: (1) $\triangle ABC$ 的周长, (2) $\triangle ABC$ 的面积。

19. 已知点 A 的坐标为 $(1, 1)$, 在 x 轴上求一点 B , 在 y 轴上求一点 C , 使得 $\triangle ABC$ 为等边三角形。

三、函数

(一) 知识要点

1. 函数的定义。设在某变化过程中有两个变量 x 和 y , 如果对于 x 在某一范围内的每一个确定的值, y 都有唯一确定的值与它对应, 那么就说 y 是 x 的函数, x 叫做自变量。