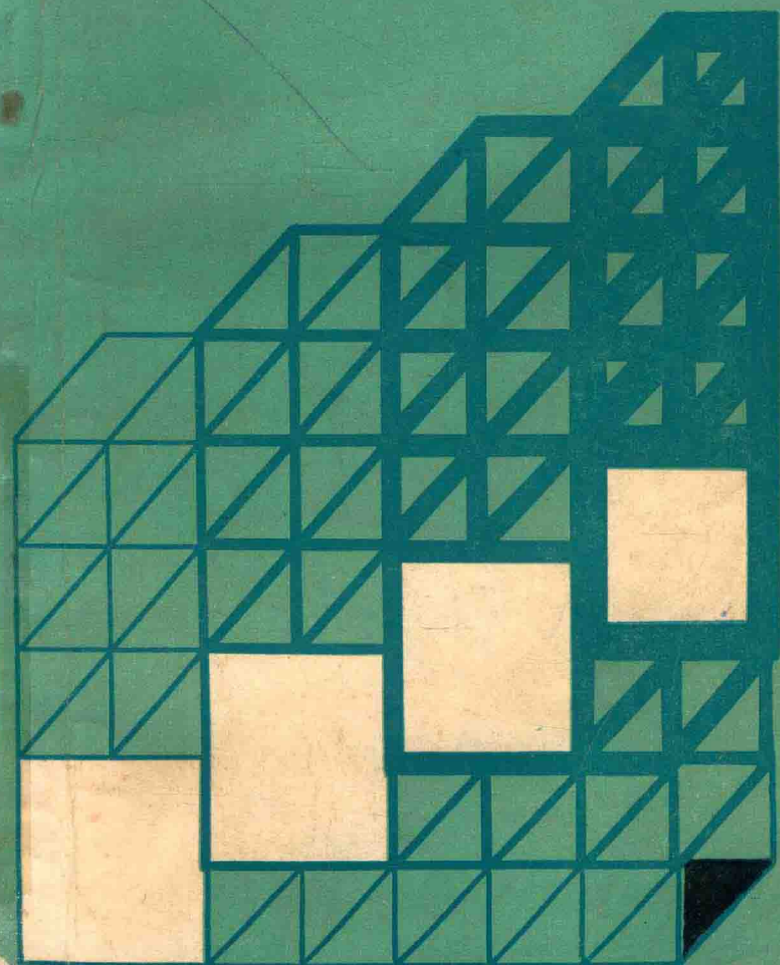


思维训练丛书

初中代数

思维训练

第一册



初中代数思维训练

第一册

于凤良 刘忠舜 编著

大连出版社

1992·大连

初中代数思维训练（第一册）

于凤良 刘忠舜 编著

大连出版社出版

辽宁省新华书店经销

（大连市中山区大公街23号）

朝阳新华印刷厂分厂印刷

字数：156千

开本：787×1092 1/32

印张：7.25

印数：1—15000

1992年7月第1版

1992年7月第1次印刷

责任编辑：高素珍

版式设计：马 壮

封面设计：关 伟

责任校对：童 娇

ISBN 7-80555-615-9/G · 191

登记号：（辽）第15号

定价：3.30元

思维训练丛书编委会

主 编 苏 才

副主编 韩宏宇 于凤良

《初中数学思维训练》主编 魏超群

编写说明

《初中数学思维训练》是国家教委八五期间科研项目的实验参考资料，是辽宁省普通教育教学用书审编委员会办公室批准的思维训练读物。全书共六册，其中初中代数思维训练四册，初中几何思维训练两册，各册都根据《中学数学教学大纲》的要求，按照教材中的单元编写，将教材中的思维训练因素作为思维训练要点，通过分析、判断、比较、抽象、概括等方法，对学生进行思维训练；在思维训练过程中，对学生思维的敏捷性、深刻性、全面性、灵活性和创造性进行测量与评估，并在每一单元的最后，对学生的思维品质作出评价。

思维训练丛书是“思维规律和思维训练”这一科研项目应用研究的一部分，是为思维训练教学实验服务的。所以，《初中数学思维训练》既可以作为初中数学思维训练教学实验的课外读物，也可以作为初中生学习数学、训练思维的参考资料。

参加编写工作的有于凤良、魏超群、高文生、刘会成、刘忠舜、张晖、苏建一、官长泰、刘长辉、金广成、王立端。魏超群任主编并统稿，韩宏宇、高素珍总策划。在编写过程中得到辽宁省普通教育教学用书审编委员会办公室和辽宁教

育学院科研处、中教部的大力支持，在此一并致谢。

学科主编 **魏超群**

1992年2月

加强思维训练 提高教学质量

《思维训练丛书》是一套兼顾普及和提高的思维科学丛书。这套书从幼儿思维训练开始，依次包括小学、中学、大学以至成人的思维训练，形成一个系统开发和培育人们思维能力的智力工程。这套书的陆续出版，希望能对培养我国广大青少年的聪明才智，提高我们民族的文化素质，造就下个世纪从事社会主义现代化建设的大批人才，起到应有的作用。

思维训练不同于一般的知识、技能或方法的训练，也不同于寻常的智力游戏，它着眼于人的思维能力的提高。从思维科学角度看，思维的过程是人对外界信息进行加工处理，使之变换和增殖的过程。在这个过程中，由于传统文化、教育、习俗和大众传播模式等各种因素影响，使人们对外界信息的接受方式、处理方法、变换能力各有不同。有人才思敏捷，有人反应迟钝；有人能突发异想，有人思路平庸。这些差别不是先天的，而是后天逐渐形成的。因而可以通过有意识的自觉训练，变愚钝为聪敏，化平庸为奇才。目前，美国、苏联、日本等国家都有思维训练方面的研究和应用活动。我国前一时期的有关智力开发和创造发明方法训练等活动，也包含着思维训练的内容。但是，专门以思维训练为目

的，并结合我国实际情况，具有我国特色的思维训练著作，在我国目前还不多见。我们这套丛书就是力求在这方面进行探索，作出我们的贡献。当然，限于各种客观条件和我们自身的水平，目前拿出来的这套丛书还是很不完美的，疏漏和谬误之处在所难免。我们希望与学术界同行共同努力，不断补充和完善这套丛书的内容，使它充分发挥应有的作用。

在编写这套丛书的过程中，我们注意到了这样几个问题。

第一，思维训练尽可能与教学活动相结合。这套丛书的内容尽量与各阶段教学内容相衔接，针对教学过程中的思维活动进行分析和阐释，使学生们的思维能力的提高直接促进教学质量的提高，使思维训练成为教育改革的有机组成部分。《思维训练丛书》可以作为各层次教学的补充教材，思维训练活动可以穿插在教学过程中灵活安排，以便于学生的知识和能力水平共同提高。

第二，《思维训练丛书》注意吸收和消化国内外思维科学研究和思维训练的新成果，同时着重总结我国教育工作者在长期教学实践中积累的丰富经验，使之上升为理论，同我国教育事业的实际需要密切结合起来。思维训练的对象是各具特点的人，在我国开展思维训练必须考虑到我国少年儿童和各阶层群众的思维特点，考虑到我国传统文化的影响和现阶段的实际思想状况。这是具有一定难度的工作，但我们力图在这方面走出自己的路。

第三，思维训练要注意知识性、趣味性和哲理性。

《思维训练丛书》力求体现上述特点。我们希望思维训练立足于宽厚的知识基础之上，但又不成为专门的知识传授。我们希望思维训练充满机智风趣，引人入胜，但不流于

单纯的娱乐游戏，而是从中启迪智慧，发人深省。我们希望思维训练充分反映深刻的哲理，但又不采用说教方式，而是把哲理寓于生动活泼的思维活动过程之中。我们是向这个方向努力了，但未必做得完美，还需要不断下功夫。

《思维训练丛书》的陆续问世，使我们的成果有了一个同学界友人和广大读者见面的机会，竭诚希望大家给予批评指教。愿我们一起来推进思维训练活动，使它有助于我国教育事业的发展，创造我们祖国更美好的未来。

《思维训练丛书》主编 苏 才

1991年3月

目 录

第一章	有理数	1
一	有理数的意义	1
二	有理数的加法和减法	17
三	有理数的乘法和除法	32
四	乘方	50
第二章	整式的加减	69
一	整式	69
二	整式的加减	95
第三章	一元一次方程	112
第四章	一元一次不等式	176

第一章 有理数

一 有理数的意义

【问题与思考】

问题 1 在实际生活中，只有小学学过的算术数（整数、小数、分数）够用吗？试举例说明。

问题 2 甲、乙二人在同地出发，相背而行，甲向东走 15m，乙向西走 10m，你能在同一条直线上表示他们所在的位置吗？怎样表示他们的距离？

问题 3 温度从 2°C 下降 5°C ，结果是零下 3°C ，你会用一个数表示零下 3°C 吗？

问题 4 数零（0）在小学里，可以把它理解为“没有”，那么温度是 0°C 时，是表示没有温度吗？

如果真正学会了有理数的意义，就可以解决上面的问题。

【思维对象】

正数与负数是具有相反意义的数，它是实际生活中经常遇到相反意义的量而产生的。比如，收入 50 元，支出 20 元，温度升高 0.3°C ，下降 1.5°C ；赢球 4 个，输球 3 个；东行

$7\frac{1}{2}$ 米，西行 $15\frac{2}{3}$ 米……。人们通常把“收入”、“升高”、

“赢球”、“东行”规定为正，那么与其相反意义的“支出”、“下降”、“输球”、“西行”就是负的了。正数与负数是相对而言的，为了区分它们，正数在算术数前面加正号，即“+”号；负数在算术数前面加负号，即“-”号。

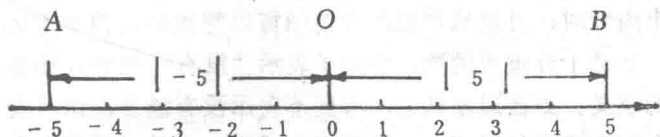
在算术数的基础上产生了负数，使数的范围扩大了。人们把这些数总结归类，概括为正整数、负整数、零，统称为整数；正分数、负分数统称为分数；整数与分数统称为有理数。

为了解决运算上的需要，把有理数在规定了原点、正方向和长度单位的直线上表示出来，这样性质的直线叫数轴。数轴也是从实际生活中抽象出来的。比如直尺就是从0开始标有刻度单位；称杆上的定盘星也是从0开始，标有刻度单位；温度计是在一条直线上，以0为“分界”标有刻度单位。零上温度为正数，零下温度为负数。有了数轴，所有的有理数都能在数轴上表示出来；在数轴上观察有理数，很容易理解具有相反意义的量；借助数轴，还能清楚地表现相反数和绝对值，同时，可直观地比较两个有理数的大小。

相反数是具有相反意义的量的特殊情况。两个量中，意义相反，“数值”相同，用有理数表示就是互为相反数。如+5和-5， $+\frac{1}{3}$ 和 $-\frac{1}{3}$ ，+1.75和-1.75，它们都是互为相反数。

如何给相反数下定义呢？这里要用到“数值”，就是绝对值。绝对值的定义必须从三个方面加以说明：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值就是它的相反数；零的

绝对值是零。从数轴上看，一个数的绝对值就是表示这个数的点离开原点的距离。例如，5的绝对值表示为 $|5|$ ，-5的绝对值表示为 $|-5|$ ，它们在数轴上表示+5与-5所对应的点A、B分别到原点O的距离，如图：



显然 ± 5 的绝对值（A到O的距离，B到O的距离）都等于+5。

有了绝对值的定义后，可以用它给相反数下定义：绝对值相等，符号相反的两个数互为相反数。如上图，+5的绝对值是+5，-5的绝对值也是+5，它们的绝对值相等而符号相反，所以+5与-5是互为相反数。也可以说，+5是-5的相反数，-5是+5的相反数，两个相反数“合”起来，相互抵消，其结果为零，也可以说，两个相反数相加，其和为零。

【思维顺序】

请同学们按下列顺序来记忆知识：

相反意义的量 $\Longleftrightarrow$ 正数与负数 $\Longleftrightarrow$ 有理数 $\Longleftrightarrow$ 数轴 $\Longleftrightarrow$ 相反数 $\Longleftrightarrow$ 绝对值。

【障碍与排除】

1. 0属于整数但不属于正数和负数。它是正、负数的“界线”。初学者常把它误为正数，写成+0，这往往是受小学学过的算术数的干扰，没有很透彻地理解数0的实际意义。此外，0不属于分数，但当分子为0时，这个分数值等

于0，比如 $\frac{0}{3}=0$ ，初学者也可能把0说成是分数，这一点

必须清楚， $\frac{0}{3}$ 是分数形式，不能因此就说0是分数。在记忆这个内容时，可以这样说：分数值可以等于0，但0不是分数。0是十分重要的数，它除了表示“没有”以外，还有丰富的意义。如在温度计上，零度不表示没有温度，而是表示一个完全确定的温度，又从数轴上看出，0是一切正数和负数之间的界线，是一个唯一真正的“中性数”。0的绝对值和0的相反数都是0。

2. 有理数-20，不能理解为它是由“-”号与“20”组成的，要把-20看作一个整体，即是个负数。省略“+”号的正20在读数法上可以读作正20，也可以读作20，其意义都是+20。

3. 非负数是指零和正数；非正数是指零和负数，这里容易忽略零，零既不是正数也不是负数。

4. 不要把数轴只理解为直线，切记数轴的三要素：原点、正方向、长度单位。画数轴时，这三要素缺一不可，考虑问题要全面。

5. 所有的有理数所对应的点都能在数轴上表示出来，反过来数轴上的点所对应的不都是有理数。就是说，数轴上有的点表示别的数，这些数以后学习。

6. 一个数的绝对值在数轴上只有一个点与其对应，这个对应点是非负数。例如 $|-2|$ 与数轴上2所对应的点相对应，但是某数的绝对值等于一个正数，某数在数轴上有两个对应点，它们与原点的距离相等，是互为相反数。

7. 相反数是相互的. 2是-2的相反数, -2是2的相反数, 互为相反数的两个数绝对值相等而符号相反. 初学者从形式上理解相反数, 于是会出现繁琐的式子, 例如把-3的相反数记作 $-(-3)$. 要克服这一点, 就必须抓住相反数的实质是“相反”两个字. 零的相反数是零, 不能认为零没有相反零.

8. 在实际生活中, 负数的大小问题一般情况下是不会弄错的. 比如北京某一天的最低气温是 -14°C , 沈阳这一天的最低气温是 -25°C , 哪个城市气温低? 谁都会说沈阳气温低. 可是, 抽象地问 -25 和 -14 哪个大? 就会有同学回答: -25 比 -14 大, 这是什么原因呢? 刚读初一的同学往往一提比大小, 就会想到正数比大小的法则, 忘了负数是正数的相反数这一本质特征, 这种思维障碍要克服. 另外还应多利用数轴这个重要工具, 因为在数轴上不管是正数还是负数, 谁靠右边谁就大.

9. 负数和绝对值的关系, 初学时接受起来也是比较困难的, 比如请回答 $|a|=a$; $|a|=-a$, 哪个对? 回答是, 不管哪个都不对.

这两个等式的左边都是 a 的绝对值, 由于绝对值是非负数, 要使上面两个等式成立, 就必须保证 $|a|=a$ 中的 a 或 $|a|=-a$ 中的 $-a$ 不是负数才可以. 但是字母 a 可以取任何数(有理数), a 、 $-a$ 都不能保证不是负数. 比如当 $a=-3$ 时, $|a|=a$ 就成了 $|-3|=-3$, 这显然是不对的. 又比如当 $a=4$ 时, $|a|=-a$ 就成了 $|4|=-4$, 这也是不对的. 因此这两个式子都不成立, 正确的答案应是

$$|a| = \begin{cases} a & a \geq 0 \\ -a & a < 0 \end{cases}$$

这时，不管 a 取正数、负数或零，等式都成立。（同学们自己试一试）

由此我们就有了一条经验，遇到绝对值符号里面有字母的时候，一定要分情况讨论。例如计算 $|1-a|+|2a+1|+|a|$ （其中 $a < -2$ ）。

在这道题中，限定了字母 a 的值要小于 -2 ，那么在去掉绝对值符号时，要保证每一个绝对值都不是负数，因此有

$$|-a| = 1-a > 0;$$

$$|2a+1| = -(2a+1) > 0;$$

$$|a| = -a > 0.$$

$$\text{这样， } |1-a| + |2a+1| + |a|$$

$$= 1-a + [-(2a+1)] + (-a)$$

$$= -4a$$

进一步考虑，在这道题中，如果不给条件 $a < -2$ 的限制，你还会作吗？解这类题的主要思维途径是：要记住绝对值不能是负数这一实质，先一个一个讨论，再综合在一起得出答案。具体解法是：先求出可使其中一个绝对值等于0的 a 值，它们是 $-\frac{1}{2}$ 、0、1。

$$\text{当 } a < -\frac{1}{2} \text{ 时， } |1-a| + |2a+1| + |a|$$

$$= 1-a - (2a+1) - a$$

$$= 1-a-2a-1-a$$

$$= -4a$$

当 $-\frac{1}{2} \leq a < 0$ 时,

$$\begin{aligned} & |1-a| + |2a+1| + |a| \\ &= 1-a+2a+1-a \\ &= 2 \end{aligned}$$

当 $0 \leq a < 1$ 时,

$$\begin{aligned} & |1-a| + |2a+1| + |a| \\ &= 1-a+2a+1+a \\ &= 2a+2 \end{aligned}$$

当 $a \geq 1$ 时,

$$\begin{aligned} & |1-a| + |2a+1| + |a| \\ &= -(1-a)+2a+1+a \\ &= -1+a+2a+1+a \\ &= 4a \end{aligned}$$

综上所述

$$|1-a| + |2a+1| + |a| = \begin{cases} -4a & (a < -\frac{1}{2}) \\ 2 & (-\frac{1}{2} \leq a < 0) \\ 2a+2 & (0 \leq a < 1) \\ 4a & (a \geq 1) \end{cases}$$

【思维训练】

(一) 训练你的判断能力

1. 下列各组量中, 哪组是具有相反意义的量:

(1) 商店进货用35000元, 一个月卖货58000元.

(2) 在银行存款500元, 一年后得利息45元.