

根据国家教委最新教学大纲编写

《高考中考达标》丛书

中考 数学达标必读

丛书主编

云天陆研

本册主编

周长生

航空工业出版社

根据国家教委最新教学大纲编写

《高考中考达标》丛书

中考数学达标必读

丛书主编 云 天 陆 研

本册主编 周长生

本册编者 刘连续 冯琦琳

航空工业出版社

1994

(京)新登字 161 号

《高考中考达标》丛书

中考数学达标必读

丛书主编 云天 陆研

本册主编 周长生

本册编者 刘连续 冯琦琳

航空工业出版社出版发行

(北京市安定门外小关东里 14 号)

— 邮政编码: 100029 —

全国各地新华书店经售

北京地质印刷厂印刷

1994 年 1 月第 1 版 1994 年 1 月第 1 次印刷

开本: 787×1092 1/16 印张: 11.125

印数: 1—5 000 字数: 270 千字

ISBN 7-80046-723-6/O·023

定价: 7.90 元

编委会名单

(按姓氏笔画排列)

丛书主编	云天	陆研		
编委	云天	庄世群	李达荣	
	陆研	张继恒	孟广恒	
	周长生	祖津	陶卫	
	康振明			

前 言

《高考中考达标》丛书，是一套帮助考生复习备考，力争考试达到录取标准的复习指导丛书。

为了达此目的，编者在编写这套丛书时，作了如下努力：

第一，组成了一个由名师组成的编写核心队伍。因为只有由这些既有教学和 指导 中考、高考复习的丰富经验，又有编写教材和命题经验的教师组成的核心队伍来编此丛书，达标才有基本的保证。

第二，丛书选取了一个最佳的写作角度，即紧紧围绕达标这个中心组织材料，结构全书。那么，怎么才能达标呢？丛书分别从“循纲”、“备考”、“应试”三方面作了深入的探讨。所谓“循纲”，就是遵循各科《教学大纲》和《考试说明》所规定的知识能力要求和考试的重点、难点，结合复习，对考生进行宏观指导，以使考生一开始就能把握复习要点，瞄准“达标”这个靶子。所谓“备考”，就是根据教材的知识体系，结合考点、重点、难点，以单元练习的形式，全面、系统地对所学知识进行复习，使之“万无一失”认真备考，为达标奠定坚实的基础。所谓“应试”就是以《考试说明》和近年中考、高考试题为蓝本，从不同角度出题模拟，对考生进行全面的应试演习，以增强其应试能力。我们想，通过这样的反复训练，达标便不会是一句空话了。

由此可见，达标丛书，是名师们献给广大中、高考考生的一片爱心。这里有他们的心血，有他们的汗水，有他们的智慧，也有对考生达标的殷切期望。

我们热切地希望这套丛书能引导、伴随那些在学习道路上孜孜不倦、锲而不舍的考生，能够通过自己的努力，走向达标的成功之路。

云 天 陆 研

1993年11月于北京阳照寓所

目 录

循纲篇.....	(1)
备考篇.....	(9)
第一部分 代数.....	(9)
第一章 数与式.....	(9)
第二章 方程与方程组、指数.....	(27)
第三章 函数及其图象、不等式.....	(45)
第四章 解三角形.....	(65)
第二部分 平面几何.....	(81)
第五章 直线形.....	(81)
第六章 相似形.....	(96)
第七章 圆.....	(115)
第八章 综合题.....	(134)
应试篇.....	(144)
综合练习一.....	(144)
综合练习二.....	(146)
综合练习三.....	(148)
综合练习四.....	(150)
综合练习五.....	(152)
综合练习六.....	(154)
综合练习参考答案.....	(157)

循 纲 篇

没有规矩不成方圆。我们在中考总复习中也要按照国家教委所制订的《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲（试用）》（以下称《大纲》）而进行，只有牢牢按照《大纲》的精神和内容进行教学和复习，才能不断提高教学水平、不断提高学生的学习成绩，才能取得考试的优异成绩。

一、教学与复习的准绳——《大纲》

1. 总的原则与精神

《大纲》所阐明的教育思想是极其深刻的，所规定的内容是实际的，科学的。《大纲》的内容是由两条主线构成的，一条是教育思想，也就是说，我们要培养什么样的人？《大纲》首先说明：“…使学生受到必要的数学教育，具有一定的数学素养，对于提高全民族素质，为培养社会主义建设人才奠定基础是十分必要的。”又说：“…培养学生良好的个性品质和初步的辩证唯物主义的观点。”又谈到数学课程是进行辩证唯物主义教育的大好天地，“数学来源于实践又反过来作用于实践的观点；数学内容中普遍存在的运动变化、相互联系、相互转化等观点。”在《大纲》中，又特别强调结合教学内容对学生进行思想品德教育。明确指出：“要通过介绍我国的数学成就和社会主义建设的成就以及数学在社会主义建设中的应用，激发民族自尊心和爱国主义思想感情，使学生逐步明确要为国家富强、人民富强而努力学习。……”

事实上，这种教材比比皆是，祖冲之、杨辉、沈括、李善兰、华罗庚、陈景润、陆家羲等等；在1992年举行的第33届国际中学生数学奥林匹克竞赛，我国一举夺得了团体冠军，在参赛的6名学生中，全得了金牌。在全世界有4名学生获得满分，我们中国就占了三名，这样的成绩从1894年开赛以来是空前的。

另一条是教学内容，而在谈教学内容时，又没有泛泛而谈，而谈了主要矛盾“数学教学要立足于把学生的思维活动展开，辅之以必要的讨论和总结，并加以正确的引导。在教学时，应当注意数学概念、公式、定理、法则的提出过程，知识的形成、发展过程，解题思路的探索过程，解题方法和规律的概括过程，使学生在这些过程中展开思维，从而发展他们的能力。”又特别强调“数学教学中，发展思维能力是培养能力的核心。”

以上这些可贵的思想不仅已含在教材中，从本书以后各节来看，也深深扎根于全国各地的中考题目中。

教学目的明确指出：“使学生学好当代社会中每一个公民适应日常生活、参加生产和进一步学习所必需的代数、几何的基础知识与基本技能，进一步培养运算能力，发展逻辑思维能力、空间观念，并能够运用所学知识解决简单的实际问题。培养学生良好的个性品质和初步的辩证唯物主义的观点。”

初中数学的基础知识主要是初中代数、几何中的概念、法则、性质、公式、公理、定理以及由其内容所反映出来的数学思想和方法。”

这种规定是各地区命中考题时的主要依据。

2. 地区差异、有所不同

我国地域辽阔,沿海与内陆、城市与农村,经济发展不平衡,文化教育相差悬殊。因此《大纲》规定要“面向全体学生”即“就是要对每一个学生负责,使所有学生都达到基本要求。”《大纲》规定“六·三”制初中与“五·四”制初中的教学内容在基本要求上相同。两种学制的毕业班级,都可以根据各地的需要,选学一些应用方面的知识或适当加宽加深的内容。”又说:“农村初级中学可根据具体情况安排代数和几何的教学。”

这就说明了《大纲》具有一定的灵活性。比如沿海一带,北京、上海、天津、南京…等一些大城市,可以根据《大纲》的精神适当加宽加深一些内容,满足特长生的需要,更加有利于人才的培养。在文化教育比较发达地区成立的数学奥林匹克竞赛学校培养了许多拔尖人才,他们使用的教材比《大纲》的要求要深要宽,这些文化教育发达地区出的中考题概念深刻、题目具有新意,难度较大。

在文化教育比较薄弱的地区,只要遵循《大纲》完成“重视基础知识的教学、基本技能的训练和能力的培养。”“结合教学内容对学生进行思想品德教育。”就可以了。

因此,用这本书进行总复习时,就要考虑上述的不同因素,我们编写此书时也注意了以上两种情况,举出的典型例题有难有易,就是这种道理。

二、北京市 1993 年初中毕业、升学统一考试说明

1. 考试性质

北京市初中毕业、升学统一考试是一种综合功能考试,它是初中毕业的水平考试,也是升入高一级学校的选拔考试。这里的水平考试是考查学生的学习是否符合教学大纲的基本要求,是否真正达到合格的标准;而选拔考试是为升入高一级学校选拔人才。在水平考试与选拔考试两种功能中,水平考试是对全体初三学生的考核,促使认真学习的学生都达到及格水平。因此,水平考试以检查“双基”为主,即考查基础知识与基本技能;而选拔考试则着眼于选拔人才,除了考查“双基”以外,还要考查学生的数学思想、数学方法,以及灵活运用双基的能力。因此,中考应面向全体学生,引导广大师生在平时的教与学中,注重双基,着眼能力,努力提高初中数学的教学质量。

2. 考试范围

统编教材初级中学《代数》第一册至第四册全部必学内容,其中第四册第十三章“常用对数”移到高中学习,中考不再进行考查。初级中学《代数》第四册第十六章“统计初步”仍作为选学内容。

初级中学《几何》第一册、第二册全部为必学内容。

3. 考试目标

初中毕业、升学考试着重考核学生对初中阶段所学的数学基础知识、基本技能的掌握情况,以及对上述知识的运用能力。

中考的考试目标包括教学内容、知识点及考试水平三个方面。

教学内容是指教学大纲中规定的必学内容。知识点是指大纲中规定的具体的教学内容要点。考试水平是对各个知识点的考试要求的层次,分为了解(A)、理解(B)、掌握(C)、灵活运用(D)四个层次。

四个层次的具体涵义如下:

(A) 了解:对知识的涵义有感性的、初步的认识,能够说出这一知识是什么,能在

有关问题中识别它们。

(B) 理解: 对概念和规律(定理、定律、公式、法则等)达到了理性的认识, 不仅能够说出概念和规律是什么, 而且能够知道它是怎样得出来的, 它与其他概念和规律之间的联系, 并掌握它的简单应用。

(C) 掌握: 一般地说, 是在理解的基础上, 通过练习, 形成技能, 能够(或会)通过它去解决一些问题。

(D) 灵活运用: 是指应用知识达到迅速、灵活的程度, 并能解决一些较为复杂的问题。

初中数学各部分的具体考试目标, 详见初中数学知识双向细目表。

4. 考试方法

初中毕业、升学数学考试采用一张试卷、书面笔答、闭卷考试的方法。考试时间为120分钟。

试题类型主要有填空题、选择题和解答题三种, 其中解答题包括计算题、证明题和应用题。一些重要的作图题也可能考查。

5. 试卷结构

中考数学试卷按100分制记分。

按照知识内容的分布结构为:

代数(包括解三角形)约62分;

平面几何约38分。

按照考试目标的分布结构为:

基础试题: 约占60分;

中等试题: 约占20分;

较难试题: 约占20分。

6. 初中数学双向细目表(见下页)

三、1991~1993年度部分地区中考考查知识点的百分比(见第8页)

从表中的分析可以看出, 各地区的中考题所考查知识点的百分比相差悬殊, 很难形成某种规律。

若从北京、长春、上海等地区来看, 考查“数与式”所占的百分比最高; 考查“相似形”所占的百分比最低, 北京与上海均占5%, 长春占4.1%。

从平面几何方面看, 北京、广东、西安三个地区考查圆的百分比高于考查直线形的百分比; 而长春、上海、山东三个地区考查圆的百分比低于考查直线形的百分比。

值得注意的是, 函数及其图象的考查所占的百分比都超过10%, 最低为11.66%(长春), 最高为26.66%(西安)。

表中所选的地区有一定的代表性, 选取北京、长春代表我们国家的北方; 选取山东、上海代表我们国家的东方; 选取广东代表我们国家的南方; 选取西安代表我们国家的西方。

根据数学教学大纲的精神、各地区中考题的类型以及上面表格所反映出考查知识点的百分比, 在中考复习中, 给我们以下几点启示:

1. 牢牢抓住“数学教学大纲”全面复习。在代数部分, 要狠抓“数与式”的复习,

初中数学双向细目表

内 容	分 类	知 识 点	层 次
实数	概 念	数 轴 相 反 数 绝 对 值 倒 数 比较大小 平方根及算术平方根 立 方 根 分 类	B B C B C C B A
	运 算	有理数运算法则 运 算 律 运算顺序 表 算	D D D B
整 式	概 念	代数式分类 代数式的值 同 类 项	A C C
	运 算	运算法则 添去括号法则 乘法公式	C C D
因式分解	概 念	因式分解	A
	方 法	提取公因式法 运用公式法 十字相乘法 分组分解法 用一元二次方程求根公式分解二次三项式	D D D D C
分 式	概 念	分 式 最简分式 繁 分 式	B B B
	运 算	分式基本性质 运算法则 繁分化简	C C C
二次根式	概 念	二次根式 最简二次根式 同类二次根式	B B B
	运 算	二次根式的性质 运算法则 分母有理化	C C C
指 数	概 念	零 指 数 负整数指数 分数指数 科学记数法	C C C C
	运 算	运算法则	C

续表

内 容	分 类	知 识 点	层 次
方 程	概 念	方 程 方程的解 代数方程的分类	B B B
	解 法	一元一次方程的解法 一元二次方程的解法 高次方程的解法 分式方程的解法 无理方程的解法 配 方 法 换 元 法	D D C C C C C
	理 论	同解原理 一元二次方程根的判别式 一元二次方程根与系数的关系	A D D
方 程 组	概 念	二元一次方程的解集 二元一次方程组的解	B B
	解 法	二元一次方程组的解法 三元一次方程组的解法 特殊的二元二次方程组的解法 加减消元法 代入消元法	D C C D D
应用题		列方程或方程组解应用题	D
不 等 式	概 念	不等式, 不等式组 不等式解集, 不等式组的解集	B B
	解 法	一元一次不等式的解法 一元二次不等式的解法 一元一次不等式组的解法 $ x > a, x < a, (a > 0)$ 型不等式的解法	C C C C
	理 论	同解原理	A
直角坐标系	概 念	点的坐标 象 限	C B
	性 质	两点间距离公式	C
函 数	概 念	函 数 自变量取值范围 正比例函数 反比例函数 一次函数 二次函数	A C C C C C
	表 示 法	解 析 法 (用待定系数法求函数解析式) 图 象 法 列 表 法	C C C C

续表

内 容	分 类	知 识 点	层 次
	性 质	正比例函数的性质 反比例函数的性质	C C
函 数	性 质	一次函数的性质 二次函数的性质	C C
三角函数	概 念	三角函数 特殊角三角函数值 三角函数表	A C B
	性 质	互为余角的三角函数的关系 互为补角的三角函数的关系	C C
解三角形	概 念	解三角形	B
	理 论	直角三角形边角关系	D
		正弦定理	D
		余弦定理 三角形面积公式	D D
	解 法	解直角三角形的四种类型 解斜三角形的四种类型	D D
线段、角、相交线、平行线	概 念	直线、射线、线段、两点间的距离	B
		角及其度量	C
		角的分类	C
		对 顶 角	C
		余角、补角	C
		同位角、内错角、同旁内角	C
		垂线、点到直线的距离	C
		平行线、平行线间的距离	B
	公理、定理	直线、线段的性质	B
		平行线的性质及判定	C
		两个角的两边分别平行或垂直的定理	B
		角平分线的性质与判定	C
		线段垂直平分线的性质与判定	C
	作 图	尺规作图中的基本作图	C
三 角 形	概 念	三角形的分类	B
		三角形中的主要线段	C
		三角形的中位线	C
		三角形的内心、外心、重心	B
		轴对称及轴对称图形	B
	定 理	三角形内角和定理及其推论	C
		三角形边角不等关系定理	B
		三角形三边不等关系	B
		全等三角形的性质与判定	D
		等腰三角形的性质	C
		直角三角形的性质	C
		勾股定理	D
		三角形中位线定理	C

续表

内 容	分 类	知 识 点	层 次
三角形	作 图	已知三边、两边及夹角、两角及夹边作三角形；已知底边及底边上的高作等腰三角形；已知斜边及一直角边作直角三角形；作轴对称图形	C
四 边 形	概 念	平行四边形 矩 形 菱 形 正 方 形 梯 形 四边形分类 中心对称及中心对称图形	C C C C C B B
		多边形内角和、外角和定理 平行四边形的性质与判定 矩形的性质与判定 菱形的性质与判定 正方形的性质与判定 平行线等分线段定理 梯形中位线定理 面积计算公式	C D C C C C C C
	定 理		
	作 图	作平行四边形及特殊的平行四边形、作梯形、等分已知线段、作中心对称图形	B
相 似 形	概 念	比和比例 成比例线段 相似三角形及相似比 黄金分割 射 影	B B C B B
		比例的性质 平行线截线段成比例定理及推论 三角形一边的平行线的判定及推论 三角形内（外）角平分线性质定理 相似三角形的预备定理 相似三角形的性质与判定 直角三角形中成比例线段定理 相似多边形的性质	C C C C C D D B
	定 理		
	作 图	把已知线段黄金分割 作已知线段 a 、 b 、 c 的第四比例项 作已知线段 a 、 b 的比例中项	B C C
圆	概 念	圆的有关概念 圆心角、圆周角、弦切角 切线、割线 圆内接多边形、圆外切多边形 正多边形的有关概念 圆与圆相切、相交、相离 四种命题 轨 迹 反 证 法	C C C B B C B A B

续表

内 容	分 类	知 识 点	层 次
圆	定 理	垂径定理及其推论 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系 圆周角定理、弦切角定理及其推论 圆内接四边形的性质及判定 切线的性质及判定 圆外切四边形的性质 相交弦定理、切割线定理 两圆连心线的性质 圆周长、弧长；圆、扇形、弓形的面积 四种命题的关系 六个基本轨迹	C C D C D B D C C A B
	作 图	过不在同一直线上的三点作圆；作三角形的内切圆；作含圆周角等于已知角的弧；过一点作已知圆的切线；作两圆的公切线；等分圆周	B

地 区	年 度	数与式	方程与 方程组 (含指数)	函数及 其图象 (含不等式)	解三角形	直线形	相似形	圆	综合题
北 京	1993	21%	19%	13%	15%	10%	5%	11%	6%
长 春	1992	24.16%	14.16%	11.66%	11.66%	15%	4.1%	9%	10.26%
广 东	1992	19.16%	14.16%	16.66%	6.6%	7.5%	5.8%	25.8%	4.32%
上 海	1992	20%	11.66%	15%	13.33%	20%	5%	15.01%	—
山 东	1992	15%	15%	17.5%	7.5%	18.3%	7.5%	10.8%	8.4%
西 安	1992	6.6%	8.3%	26.66%	20.83%	3.33%	10%	14.16%	10.12%

尤其要把概念吃透，因为这是代数的基础，这部分知识不能牢固掌握，很难学好以后各章的知识。

2. 深化函数复习，尤其要让学生牢牢掌握二次函数的性质、图象及简单的应用，学好这一点，也给高中打下了良好的基础。

3. 建立平面几何概念，始于直线形，因此必须认真复习这部分的内容，由此而复习相似形、圆。在圆的复习中，概括了所有平面几何的内容，在圆的综合题目中，含直线形、相似形的知识，因此，必须给以足够的重视。从各地的考题看，在直线形中出一些综合题、比较难的题目也是常见的。总之，直线形、相似形、圆，在复习中，三者不可偏废，要“一视同仁”。

4. 每张中考试卷，最后一道题几乎都是综合题，这道题是为选拔优秀学生而设置的。有的省区明确指出，若继续升学，必须解答最后一题，若只要求取得初中毕业的资格，最后一题可不必解答。因此，在复习工作中，综合题及比较难的题目，可以不进行重点复习。在大城市及文化教育发达地区可以通过数学奥林匹克学校的培训而使优秀生成长起来。

备 考 篇

第一部分 代 数

第一章 数 与 式

〔本章要点和难点〕

本章主要内容是实数、整式、分式、根式和指数。要求学生能正确地理解实数、代数式和指数的有关概念、性质、法则，熟练地进行四则运算。

本章的重点是实数的有关重要概念、实数运算及运算律、整式的因式分解、整式、分式、根式的运算等。

难点是绝对值、算术根的概念、用字母表示数以及实数、代数式的综合运算。

本章内容是今后学习解方程、解不等式、解三角形等函数关系变换内容的基础。

〔中考题型及所占的比分〕

本章是初一、初二学习的重要内容，在中考中占较大比重，从北京近几年中考来看，考查实数与代数式（包括指数与对数）内容的题目一般占中考试卷的20%~24%，重点考查相反数、倒数、绝对值、算数根等概念及整式的因式分解，整式、分式、根式的运算等。另外在考查其他类型题目（如解方程）时也要用到数、式的基本内容（如因式分解）。

1993年北京中考考卷与数和式有关的知识约占总分21%左右。

与数和式有关的考题如下：

1. 先化简，再求值：

$$\left(\frac{1}{x+1} - \frac{x+3}{x^2-1} \cdot \frac{x^2-2x+1}{x^2+4x+3}\right) \div \frac{2}{x+1}, \text{ 其中 } x = \sqrt{3} - 1 \text{ (1991年吉林省)}$$

$$\begin{aligned} \text{〔解〕：原式} &= \left(\frac{1}{x+1} - \frac{x+3}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x+3)}\right) \cdot \frac{x+1}{2} \\ &= \left(\frac{1}{x+1} - \frac{x-1}{(x+1)^2}\right) \cdot \frac{x+1}{2} = \frac{x+1-(x-1)}{(x+1)^2} \cdot \frac{x+1}{2} = \frac{1}{x+1}. \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = \sqrt{3} - 1 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{\sqrt{3} - 1 + 1} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{2. 化简: } &\frac{(m^2-2mn+m^2)m^{\frac{2}{3}}}{m^{\frac{2}{3}}+m^{\frac{1}{3}}n^{\frac{1}{3}}+n^{\frac{2}{3}}} \div \left(1 - \frac{n^{\frac{1}{3}}}{m^{\frac{1}{3}}}\right) \text{ (1991年吉林省)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{〔解〕: 原式} &= \frac{(m-n)^2 m^{\frac{2}{3}}}{\left(m^{\frac{1}{3}}\right)^2 + m^{\frac{1}{3}} \cdot n^{\frac{1}{3}} + \left(n^{\frac{1}{3}}\right)^2} \cdot \frac{m^{\frac{1}{3}}}{m^{\frac{1}{3}} - n^{\frac{1}{3}}} \\ &= \frac{m(m-n)^2}{m-n} = m^2 - mn. \end{aligned}$$

3. 计算: $2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[3]{2}$ (1991年天津市)

$$\begin{aligned} \text{〔解〕: 原式} &= 2^1 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{8}} = 2^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}} = 2^{\frac{8+4+2+1}{8}} = 2^{\frac{15}{8}} = 2 \cdot 2^{\frac{7}{8}} = 2\sqrt[8]{2^7} \\ &= 2\sqrt[8]{128}. \end{aligned}$$

4. 如果最简根式 $\sqrt[12]{x+y}$ 和 $\sqrt[xy]{7}$ 是同类根式, 求: x 和 y 的值. (1991年济南市)

〔解〕: 由同类根式概念, 得方程组 $\begin{cases} x+y=7 \\ xy=12 \end{cases}$, 这个方程组的 x 、 y 是一元二次方程 $z^2-7z+12=0$ 的两个根, 解之, 得 $z_1=3$ 或 $z_2=4$.

$\therefore$ 原方程组的解是

$$\begin{cases} x_1=3 \\ y_1=4 \end{cases} \quad \begin{cases} x_2=4 \\ y_2=3 \end{cases}$$

5. 计算:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - (2-3)^0 \times 8^{\frac{2}{3}} + \log_{\sqrt{2}-1}(\sqrt{2}+1) - \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin^2 10^\circ} \cdot 3^{-\cos^2 10^\circ} \\ &+ \left(\frac{4}{3}\right)^{\text{ctg} 50^\circ \cdot \text{tg} 50^\circ} \quad (1991年甘肃省) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{〔解〕: 原式} &= 4 - 1 \times \sqrt[3]{64} + \log_{\sqrt{2}-1} \frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}-1)} - \left(\frac{1}{3}\right)^{\sin^2 10^\circ} \\ &\cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\cos^2 10^\circ} + \frac{4}{3} = 4 - 4 - 1 - \frac{1}{3} + \frac{4}{3} = 0. \end{aligned}$$

6. 计算: $1 - \frac{a-b}{a+2b} \div \frac{a^2-b^2}{a^2+4ab+4b^2}$ (1991年青海省)

$$\begin{aligned} \text{〔解〕: } 1 - \frac{a-b}{a+2b} \div \frac{a^2-b^2}{a^2+4ab+4b^2} &= 1 - \frac{a-b}{a+2b} \times \frac{(a+2b)^2}{(a+b)(a-b)} \\ &= 1 - \frac{a+2b}{a+b} = \frac{a+b-a-2b}{a+b} = -\frac{b}{a+b}. \end{aligned}$$

7. 已知: $x=27$, $y=16$, 求:

$\left(-3x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{4}}\right)\left(2xy^{-\frac{1}{2}}\right)x^{-\frac{2}{3}}$ 的值. (1991年西藏自治区拉萨市)

$$\text{〔解〕: 原式} = -6x^{\frac{2}{3}}y^{-\frac{1}{4}} = -6 \times 27^{\frac{2}{3}} \times 16^{-\frac{1}{4}} = -6 \times 9 \times \frac{1}{2} = -27.$$

8. (1) 化简: $\left(\frac{b}{3a^2}\right)^3 \div \left(\frac{2b}{3a}\right)^0 \left(\frac{b^2}{a^4}\right)^{-\frac{3}{2}} - \left(-\frac{3}{a^2}\right)^{-1} \cdot \sqrt{a^{-4}}.$

(2) 已知 $a=\frac{1}{2}$, $b=\frac{1}{3}$, 求: $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ 的值.

(1991年安徽省)

$$\begin{aligned}\text{〔解〕: (1) 原式} &= \frac{b^3}{3^3 a^6} \div 1 \cdot \frac{b^{-3}}{a^{-6}} - \left(-\frac{3^{-1}}{a^{-2}}\right) \cdot a^{-2} = 3^{-3} a^{-6} b^3 \cdot b^{-3} a^6 + 3^{-1} a^2 \cdot a^{-2} \\ &= \frac{1}{27} + \frac{1}{3} = \frac{10}{27}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(2) 原式} &= \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{a+b+2\sqrt{ab}}{a-b} \\ &\quad - \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{a-b} = \frac{4\sqrt{ab}}{a-b}\end{aligned}$$

$$\text{当 } a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3} \text{ 时, 原式} = \frac{4\sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{\frac{1}{6}} = 4\sqrt{6}.$$

9. (1) 看一看, 下列两组算式:

$(3 \times 5)^2$ 与 $3^2 \times 5^2$; $\left[(-\frac{1}{2}) \times 4\right]^2$ 与 $(-\frac{1}{2})^2 \times 4^2$ 每组两个算式的计算结果是否相等?

(2) 想一想, $(ab)^3$ 等于什么?

(3) 猜一猜, 当 n 为正整数时, $(ab)^n$ 等于什么? 试证明你的结论的正确性.

(1991年广西壮族自治区)

〔解〕: (1) $(3 \times 5)^2 = 3^2 \times 5^2$.

$$\left[(-\frac{1}{2}) \times 4\right]^2 = (-\frac{1}{2})^2 \times 4^2.$$

(2) $(ab)^3 = a^3 b^3$.

(3) 当 n 为正整数时, $(ab)^n = a^n b^n$.

〔证〕: $(ab)^n = \underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdots (ab)}_{n \text{ 个 } (ab)}$

$$= \underbrace{(a \cdot a \cdots a)}_{n \text{ 个 } a} \underbrace{(b \cdot b \cdots b)}_{n \text{ 个 } b} = a^n b^n.$$

升入高中后, 可以用数学归纳法加以证明.

10. (1) 将 $\frac{\sqrt{54}}{3} + \frac{3}{\sqrt{6}} - \frac{8}{\sqrt{24}}$ 化成最简根式, 其结果为

$$(A) -\frac{6}{5}\sqrt{6} \quad (B) \frac{6}{5}\sqrt{6} \quad (C) -\frac{5}{6}\sqrt{6} \quad (D) \frac{5}{6}\sqrt{6}$$

(1991年台湾台北区)

$$\text{〔解〕: 原式} = \frac{3\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{8}{2\sqrt{6}} = \sqrt{6} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{6+3-4}{\sqrt{6}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5}{6}\sqrt{6} \quad \text{故选 (D).}$$

(2) 求 $\sqrt{53^2 - 45^2}$ 的值. (1991年台湾台北区)