



装备科技译著出版基金

CAMBRIDGE

# 稀疏图像与信号处理： 小波，曲波，形态多样性

Sparse Image and Signal Processing :  
Wavelets, Curvelets, Morphological Diversity

[法] 让-吕克·斯塔克 (Jean-Luc Starck)

[英] 菲昂·穆尔塔格 (Fionn Murtagh)

著

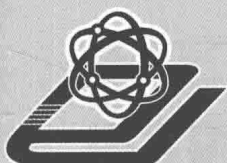
[法] 贾拉勒·法蒂里 (Jalal M. Fadili)

肖亮 张军 刘鹏飞 译

韦志辉 审校



国防工业出版社  
National Defense Industry Press



装备科技译著出版基金

CAMBRIDGE

# 稀疏图像与信号处理： 小波，曲波，形态多样性

Sparse Image and Signal Processing :  
Wavelets, Curvelets, Morphological Diversity

[法] 让-吕克·斯塔克 (Jean-Luc Starck)

[英] 菲昂·穆尔塔格 (Fionn Murtagh) 著

[法] 贾拉勒·法蒂里 (Jalal M. Fadili)

肖亮 张军 刘鹏飞 译

韦志辉 审校



国防工业出版社

National Defense Industry Press

## 内 容 简 介

本书涵盖稀疏图像、多尺度分析和信号处理的领域,包括线性多尺度变换,如小波、脊波、曲波变换以及非线性多尺度变换。书中描述了稀疏度和形态分量分析方面的最新研究进展,应用这些研究内容,能够处理多种问题,如去噪、稀疏信号分解、盲源分离和压缩感知等,而且给出了稀疏图像与信号处理广泛应用的数值计算方法。本书清晰地说明了高维信号稀疏表示技术的学术思想、发展脉络、算法设计和应用方法,同时提供了从小波、脊波、曲波变换以及非线性多尺度变换,形态分量分析的软件包和数值实验指南。

本书通过天文、生物、物理、数字媒体和法医鉴定等诸多应用实例,有机地将理论原理与工程实践结合在一起,深入浅出。

本书可作为高校电子工程、信号与信息处理、应用数学等专业的高年级本科生或研究生的教材,也可作为从事稀疏表示和图像处理方面研究人员的参考书。

## 著作权合同登记 图字:军-2014-034号

### 图书在版编目(CIP)数据

稀疏图像与信号处理:小波,曲波,形态多样性/(法)斯塔克(Starck, J. L.), (英)穆尔塔格(Murtagh, F.), (法)法蒂里(Fadili, J. M.)著;肖亮,张军,刘鹏飞译. —北京:国防工业出版社,2015.5

书名原文: Sparse Image And Signal Processing: Wavelets, Curvelets, Morphological Diversity

ISBN 978-7-118-09699-6

I. ①稀… II. ①斯… ②穆… ③法… ④肖… ⑤张… ⑥刘…  
III. ①数字图像—信号处理 IV. ①TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 094582 号

This is a translation of the following title published by Cambridge University Press:

Sparse image and signal processing: wavelets, curvelets, morphological diversity ISBN 978-0-521-11913-9

© Jean - Luc Starck, Fionn Murtagh, Jalal M. Fadili 2010

This translation for the People's Republic of China(excluding Hong Kong, Macau and Taiwan) is published by arrangement with the Press Syndicate of the University of Cambridge, Cambridge, United Kingdom.

© Cambridge University Press and National Defense Industry Press 2015

This translation is authorized for sale in the People's Republic of China(excluding Hong Kong, Macau and Taiwan) only. Unauthorised export of this translation is a violation of the Copyright Act. No part of this publication may be reproduced or distributed by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of Cambridge University Press and National Defense Industry Press.

※

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号 邮政编码100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

新华书店经售

\*

开本 710×1000 1/16 插页 8 印张 20 $\frac{1}{4}$  字数 380 千字  
2015年5月第1版第1次印刷 印数 1—3000 册 定价 56.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店: (010) 88540777

发行传真: (010) 88540755

发行邮购: (010) 88540776

发行业务: (010) 88540717

# 译者序

图像处理、分析和理解的一个重要问题是如何能够用尽可能简洁的方式表示图像。几十年来,小波分析凭其优越的性能成为解决这一问题的主流方法之一。近年来,多尺度几何分析和基于字典的稀疏表示理论已逐渐发展成为继小波分析之后的新一代图像表示与建模的前沿理论及主要工具。稀疏域模型可以为视觉信息的底层感知与复原乃至与高层理解和识别提供有效的支撑,并已成为图像处理模式识别以及计算机视觉领域的一个研究热点和重要学术分支,受到广泛关注。

译者在多年从事经典小波分析和稀疏表示的研究与教学中,深感有必要给高年级本科生和研究生搭建由经典小波分析通向基于字典的稀疏表示理论的知识桥梁,但国内还没有这方面的比较系统而深入浅出的参考书。值得庆幸的是,我们欣喜地发现由剑桥出版社出版的《稀疏图像与信号处理:小波,曲波,形态多样性》为我们架起了这座桥梁。

本书的著者之一 Jean - Luc Starck 教授是 CEA - 萨克雷宇宙基础规律研究所的资深科学家,是国际知名的信号处理专家,其代表性的贡献是提出形态分量分析方法 (Morphological Component Analysis), Google Scholar 引用已超过 27000 次, H 因子达 81。由他主笔的《稀疏图像与信号处理:小波,曲波,形态多样性》以数学的完美和深入浅出的应用实例,全面论述了图像处理中小波、脊波、曲波等固定基函数多尺度几何分析下的稀疏表示原理,介绍了非线性多尺度变换,阐述了稀疏表示和形态分量分析的重要概念,反映了该主题在当今图像处理领域所起的关键作用,特别是图像反问题处理(去噪、恢复、修补、盲源分离和压缩感知等)中的应用前景。

本书既可以让具有扎实理论功底的数学专业的学生了解数学公式的工程意义,也可以让具有良好工程背景的计算机及电子工程系的学生了解工程问题的数学描述。对于稀疏表示理论与应用的研究人员,本书更是一本极具价值的参考书。

本书由肖亮教授策划,组织南京理工大学数字媒体理论与工程系博士生,如王力谦、黄伟、唐松泽等,进行了研讨,他们尝试性地翻译了部分内容。最终由肖亮教授翻译了第 1 章、第 3 章、第 4 章、第 8 章、第 10 章和第 11 章,并负责全书的通稿和校对。张军副教授翻译了第 6 章、第 7 章、第 9 章,刘鹏飞博士翻译了第 2 章、附录及符号表,并对插图进行了重新加工和制作。

#### IV ■ 稀疏图像与信号处理:小波,曲波,形态多样性

全书由韦志辉教授审阅,并提出了宝贵意见,在此致以衷心的感谢。

在本书翻译过程中,还得到了南京理工大学研究生院的大力支持,在此表示深切的谢意。

本书的出版得到国家自然科学基金(61171165、61101198、1431015、61071146),中央高校基本科研业务费专项资金(30915012204)和江苏省“六大人才高峰”及“333工程”的资助,在此表示衷心的感谢。

本书不仅涉及图像和信号处理的内容,而且有许多数学模型和数学工具,并涵盖许多数学、物理、天文等方面的应用背景,因此翻译难度很大。译者本着忠实原著的基本原则,力求符合中文表达习惯,并与目前国内研究文献的专业词汇尽量吻合,历经初译、整理、再译、整理、加工修订等诸多过程,三易其稿,终成此书。虽然如此,由于译者知识水平有限,恐仍有不妥之处,还请读者和专家批评指正。

译者

2014年9月



# 关于本书

## 稀疏图像与信号处理:小波,曲波,形态多样性

本书介绍了稀疏和多尺度图像与信号处理的最新进展,涵盖诸如小波、脊波和曲波变换等线性多尺度变换,基于中值和数学形态学运算法的非线性多尺度变换。描述了最近关于稀疏性和形态多样性的概念,并在诸如去噪、反问题正则化、稀疏信号分解、盲源分离和压缩感知等不同问题中得到应用。

本书通过考察天文、生物、物理、数字媒体和法医鉴定等众多应用例子,有机地将理论和实践相结合。最后一章探讨了信号处理中的一种体系的改变,表明以前关于信息采样和抽取的局限性可以在很大程度上克服。

作为方法和应用的有益补充,本书提供的 MATLAB 和 IDL 代码可以进行重复性实验,以说明其研究的依据和方法论。这些代码可以在相关的网站上下载。

## 著者

**Jean - Luc Starck:**

CEA - 萨克雷宇宙基础规律研究所的资深科学家。他获得法国尼斯大学和蔚蓝海岸天文台的博士学位,具有巴黎第十一大学的大学教授资格。他是欧洲南方天文台、加利福尼亚洛杉矶分校、斯坦福大学统计系的访问学者。他是《图像和数据分析:多尺度方法》和《天文图像和数据分析》等书籍的作者。在 2009 年,他获得了欧洲科学研究会的高级研究员奖。

**Fionn Murtagh:**

他指导爱尔兰国家科学基金资助计划在信息和通信技术、能源领域的科学基金。他拥有法国巴黎第 6 大学的数学统计学博士学位和斯特拉斯堡大学的教授资格。他拥有阿尔斯特大学计算机科学、英国贝尔法斯特女王大学的教授职位,现在为英国皇家霍洛威大学教授任职。他是爱尔兰皇家科学院的成员,是国际模式识别学会的 Fellow 和英国计算机学会的 Fellow。

**Jalal M. Fadili:**

## VI ■ 稀疏图像与信号处理:小波,曲波,形态多样性

他毕业于法国冈城国立高等工程师学校(ENSI),获得信号处理的硕士和博士学位,具有法国冈城大学的教授资格。他是1999—2000年度剑桥大学 McDonnell - Pew Fellow 奖获得者。2001年以来,他是 ENSI 的副教授。他是澳大利亚昆士兰理工大学、斯坦福大学、加州理工学院和瑞士洛桑理工大学(EPFL)的访问学者。

# 缩写词中英文对照

| 缩写词           | 英文全称                                                | 中文                                   |
|---------------|-----------------------------------------------------|--------------------------------------|
| 1-D, 2-D, 3-D | one-dimensional, two-dimensional, three-dimensional | 一维, 二维, 三维                           |
| AAC           | advanced audio coding                               | 先进音频编码                               |
| AIC           | Akaike information criterion                        | 赤池信息准则                               |
| BCR           | block-coordinate relaxation                         | 块坐标松弛                                |
| BIC           | Bayesian information criterion                      | 贝叶斯信息准则                              |
| BP            | basis pursuit                                       | 基追踪                                  |
| BPDN          | basis pursuit denoising                             | 基追踪去噪                                |
| BSS           | blind source separation                             | 盲源分离                                 |
| CCD           | charge-coupled device                               | 电荷耦合器件                               |
| CeCILL        | CEA CNRS INRIA Logiciel Libre                       | 法国全国研究中心 (CNRS) 及信息技术和自动化研究所 (INRIA) |
| CMB           | cosmic microwave background                         | 宇宙微波背景                               |
| COBE          | Cosmic Background Explorer                          | 宇宙背景探测器                              |
| CTS           | curvelet transform on the sphere                    | 球面上曲波变换                              |
| CS            | compressed sensing                                  | 压缩感知                                 |
| CWT           | continuous wavelet transform                        | 连续小波变换                               |
| dB            | decibel                                             | 分贝                                   |
| DCT           | discrete cosine transform                           | 离散余弦变换                               |
| DCTG1         | first-generation discrete curvelet transform        | 第一代离散曲波变换                            |
| DCTG2         | second-generation discrete curvelet transform       | 第二代离散曲波变换                            |
| DR            | Douglas-Rachford                                    | Douglas-Rachford                     |
| DRT           | discrete ridgelet transform                         | 离散脊波变换                               |
| DWT           | discrete wavelet transform                          | 离散小波变换                               |
| ECP           | equidistant coordinate partition                    | 等距坐标划分                               |
| EEG           | electroencephalography                              | 脑电图                                  |
| EFICA         | efficient fast independent component analysis       | 高效快速独立成分分析                           |
| EM            | expectation maximization                            | 期望最大化                                |
| ERS           | European remote sensing                             | 欧洲遥感                                 |
| ESA           | European Space Agency                               | 欧洲航天局                                |
| FB            | forward-backward                                    | 前向-后向                                |
| FDR           | false discovery rate                                | 错误发现率                                |
| FFT           | fast Fourier transform                              | 快速傅里叶变换                              |
| FIR           | finite impulse response                             | 有限脉冲响应                               |
| FITS          | Flexible Image Transport System                     | 灵活图像传输系统                             |



|         |                                                     |                           |
|---------|-----------------------------------------------------|---------------------------|
| fMRI    | functional magnetic resonance imaging               | 功能磁共振成像                   |
| FSS     | fast slant stack                                    | 快速倾斜堆积                    |
| FWER    | family wise error rate                              | 族错误率                      |
| FWHM    | full width at half maximum                          | 全宽度半最大值                   |
| GCV     | generalized cross-validation                        | 广义交叉验证                    |
| GGD     | generalized Gaussian distribution                   | 广义高斯分布                    |
| GLESP   | Gauss-Legendre sky pixelization                     | 高斯勒让德天空像素化                |
| GMCA    | generalized morphological component analysis        | 广义形态成分分析                  |
| GUI     | graphical user interface                            | 图形交互界面                    |
| HEALPix | hierarchical equal area isolatitude pixelization    | 分层等面积同纬度像素化               |
| HSD     | hybrid steepest descent                             | 混合最速下降                    |
| HTM     | hierarchical triangular mesh                        | 层状三角形网格                   |
| ICA     | independent component analysis                      | 独立成分分析                    |
| ICF     | inertial confinement fusion                         | 惯性约束聚变                    |
| IDL     | interactive data language                           | 交互数据语言                    |
| IFFT    | inverse fast Fourier transform                      | 快速傅里叶反变换                  |
| IHT     | iterative hard thresholding                         | 迭代硬阈值                     |
| iid     | independently and identically distributed           | 独立同分布                     |
| IRAS    | Infrared Astronomical Satellite                     | 红外天文卫星                    |
| ISO     | Infrared Space Observatory                          | 红外太空观察站                   |
| IST     | iterative soft thresholding                         | 迭代软阈值                     |
| IUWT    | isotropic undecimated wavelet (starlet) transform   | 各向同性非抽取小波 (starlet) 变换    |
| JADE    | joint approximate diagonalization of eigen-matrices | 特征矩阵联合近似对角化               |
| JPEG    | Joint Photographic Experts Group                    | 联合图像专家组或 JPEG (静止图像压缩) 标准 |
| KL      | Kullback-Leibler                                    | —                         |
| LARS    | least angle regression                              | 最小角度回归                    |
| LP      | linear programming                                  | 线性规划                      |
| lsc     | lower semicontinuous                                | 下半连续                      |
| MAD     | median absolute deviation                           | 中间绝对值偏差                   |
| MAP     | maximum a posteriori                                | 最大后验估计                    |
| MCA     | morphological component analysis                    | 形态成分分析                    |
| MDL     | minimum description length                          | 最小描述长度                    |
| MI      | mutual information                                  | 互信息                       |
| ML      | maximum likelihood                                  | 最大似然                      |
| MMSE    | minimum mean squares estimator                      | 最小均方估计                    |
| MMT     | multiscale median transform                         | 多尺度中值变换                   |
| MMV     | multiple measurements vectors                       | 多个测量向量                    |
| MOLA    | Mars Orbiter Laser Altimeter                        | 火星轨道器激光高度计                |
| MOM     | mean of maximum                                     | 最大值均值                     |
| MP      | matching pursuit                                    | 匹配追踪                      |
| MP3     | MPEG-1 Audio Layer 3                                | MP3                       |
| MPEG    | Moving Picture Experts Group                        | 运动图像专家组                   |
| MR      | magnetic resonance                                  | 磁共振                       |
| MRF     | Markov random field                                 | 马尔可夫随机场                   |

# XVII ■ 稀疏图像与信号处理:小波,曲波,形态多样性

|         |                                                      |                |
|---------|------------------------------------------------------|----------------|
| MSE     | mean square error                                    | 均方误差           |
| MS-VST  | multiscale variance stabilization transform          | 多尺度方差稳定变换      |
| NLA     | nonlinear approximation                              | 非线性逼近          |
| OFRT    | orthonormal finite ridgelet transform                | 正交有限脊波变换       |
| OMP     | orthogonal matching pursuit                          | 正交匹配追踪         |
| OSCIR   | Observatory Spectrometer and Camera for the Infrared | 天文台分光计和红外摄像机   |
| OWT     | orthogonal wavelet transform                         | 正交小波变换         |
| PACS    | Photodetector Array Camera and Spectrometer          | 光电探测器阵列照相机和光谱仪 |
| PCA     | principal components analysis                        | 主成分分析          |
| PCTS    | pyramidal curvelet transform on the sphere           | 球面上塔型曲波变换      |
| PDE     | partial differential equation                        | 偏微分方程          |
| pdf     | probability density function                         | 概率密度函数         |
| PMT     | pyramidal median transform                           | 塔型中值变换         |
| POCS    | projections onto convex sets                         | 凸集投影           |
| PSF     | point spread function                                | 点扩散函数          |
| PSNR    | peak signal-to-noise ratio                           | 峰值信噪比          |
| PWT     | partially decimated wavelet transform                | 部分抽取小波变换       |
| PWTS    | pyramidal wavelet transform on the sphere            | 球面上塔型小波变换      |
| QMF     | quadrature mirror filters                            | 镜像滤波器          |
| RIC     | restricted isometry constant                         | 约束等距常数         |
| RIP     | restricted isometry property                         | 约束等距性质         |
| RNA     | relative Newton algorithm                            | 相对牛顿算法         |
| SAR     | Synthetic Aperture Radar                             | 合成孔径雷达         |
| SeaWiFS | Sea-viewing Wide Field-of-view Sensor                | 海洋观测宽场视传感器     |
| SNR     | signal-to-noise ratio                                | 信噪比            |
| s.t.    | subject to                                           | 使得             |
| STFT    | short-time Fourier transform                         | 短时傅里叶变换        |
| StOMP   | Stage-wise Orthogonal Matching Pursuit               | 分阶段正交匹配追踪      |
| SURE    | Stein unbiased risk estimator                        | Stein 无偏风险估计   |
| TV      | total variation                                      | 全变差            |
| UDWT    | undecimated discrete wavelet transform               | 非抽取离散小波变换      |
| USFFT   | unequipped fast Fourier transform                    | 非等距快速傅里叶变换     |
| UWT     | undecimated wavelet transform                        | 非抽取小波变换        |
| UWTS    | undecimated wavelet transform on the sphere          | 球面上非抽取小波变换     |
| VST     | variance-stabilizing transform                       | 方差稳定化变换        |
| WMAP    | Wilkinson Microwave Anisotropy Probe                 | 威尔金森微波各向异性探测器  |
| WT      | wavelet transform                                    | 小波变换           |

# 数学符号表

## 函数和信号

|                                               |                                                                                            |
|-----------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| $f(t)$                                        | 连续时间函数, $t \in \mathbb{R}$                                                                 |
| $f(\mathbf{t})$ 或 $f(t_1, t_2, \dots, t_d)$   | $d$ -维连续时间函数 $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^d$                                                 |
| $f[k]$                                        | 离散时间信号, $k \in \mathbb{Z}$ 或者一个有限维信号的第 $k$ 个分量                                             |
| $f[\mathbf{k}]$ 或 $f[k, l, \dots]$            | $k$ -维离散时间信号, $\mathbf{k} \in \mathbb{Z}^d$                                                |
| $\bar{f}$                                     | 函数 $f$ 或者信号的时间反转形式, 即 $\bar{f}(t) = f(-t), \forall t \in \mathbb{R}$                       |
| $\hat{f}$                                     | $f$ 的傅里叶变换                                                                                 |
| $f^*$                                         | 函数的复共轭或者信号的复共轭                                                                             |
| $H(z)$                                        | 数字滤波器 $h$ 的 $Z$ 变换                                                                         |
| $\text{lhs} = O(\text{rhs})$                  | $\text{lhs}$ 为 $\text{rhs}$ 阶, 存在一个常数 $C$ 使得 $\text{lhs} \leq C\text{rhs}$                 |
| $\text{lhs} \sim \text{rhs}$                  | $\text{lhs}$ 为 $\text{rhs}$ 等价, 即 $\text{lhs} = O(\text{rhs}), \text{rhs} = O(\text{lhs})$ |
| $\mathbf{1}_{ \text{condition} }$             | 如果 condition 满足, 则为 1, 否则为 0                                                               |
| $L_2(\Omega)$                                 | 连续域 $\Omega$ 上的平方可积函数空间                                                                    |
| $\ell_2(\Omega)$                              | 离散域 $\Omega$ 上的平方可和函数空间                                                                    |
| $\Gamma_0(\mathcal{H})$                       | 由 $\mathcal{H}$ 到 $\mathbb{R} \cup \{+\infty\}$ 的下半连续凸函数类信号或函数上的算子                         |
| $[\cdot]_{\downarrow 2}$                      | 以因子为 2 的下采样或抽取                                                                             |
| $[\cdot]_{\downarrow 2^e}$                    | 保留偶数样本, 以因子为 2 的下采样或抽取                                                                     |
| $[\cdot]_{\downarrow 2^o}$                    | 保留奇数样本, 以因子为 2 的下采样或抽取                                                                     |
| $\widetilde{\cdot}$ or $[\cdot]_{\uparrow 2}$ | 以因子为 2 的上采样, 即两个样本间零插入                                                                     |
| $[\cdot]_{\uparrow 2^e}$                      | 偶数样本零插入                                                                                    |
| $[\cdot]_{\uparrow 2^o}$                      | 奇数样本零插入                                                                                    |
| $[\cdot]_{\downarrow 2, 2}$                   | 对二维图像各方向以因子为 2 的下采样或抽取                                                                     |
| $*$                                           | 连续卷积                                                                                       |
| $\star$                                       | 离散卷积                                                                                       |
| $\odot$                                       | 合成(任意)                                                                                     |

矩阵、线性运算和范数

|                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| $T$                            | 向量或矩阵的转置运算                     |
| $M^*$                          | $M$ 的伴随矩阵                      |
| $M$ 的 Gram 矩阵                  | $M^*M$ 或 $M^T M$               |
| $M[i,j]$                       | 矩阵 $M$ 中第 $i$ 行第 $j$ 列的元素      |
| $\det(M)$                      | 矩阵 $M$ 的行列式                    |
| $\text{rank}(M)$               | 矩阵 $M$ 的秩                      |
| $\text{diag}(M)$               | 具有与 $M$ 相同的对角线元素的对角矩阵          |
| $\text{trace}(M)$              | 方阵 $M$ 的迹                      |
| $\text{vect}(M)$               | 将矩阵 $M$ 的列堆成的长列向量              |
| $M^+$                          | 矩阵 $M$ 的伪逆                     |
|                                | 具有一定维数的单位算子或单位矩阵               |
| $I$                            | $I_n$ 表示维数不定的情形                |
| $\langle \cdot, \cdot \rangle$ | 内积算子                           |
| $\  \cdot \ $                  | 表示相关的范数                        |
| $\  \cdot \ _p$                | $p \geq 1$ , 信号的 $\ell_p$ 范数   |
| $\  \cdot \ _0$                | 信号的 $\ell_0$ 范数或者信号的非零元素个数     |
| $\  \cdot \ _{TV}$             | 离散全变差范数                        |
| $\bar{\nabla}$                 | 图像的离散梯度                        |
| $\overline{\text{div}}$        | 离散散度算子 ( $\bar{\nabla}$ 的伴随算子) |
| $\  \cdot \ $                  | 线性算子的谱范数                       |
| $\  \cdot \ _F$                | 矩阵的 F 范数                       |
| $\otimes$                      | 张量积                            |

随机变量和向量

|                                               |                                                       |
|-----------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| $\varepsilon \sim \mathcal{N}(\mu, \Sigma)$   | $\varepsilon$ 为服从均值为 $\mu$ 、协方差为 $\Sigma$ 的正态分布       |
| $\varepsilon \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ | $\varepsilon$ 为服从均值为 $\mu$ 、方差为 $\sigma^2$ 的加性白高斯随机变量 |
| $\varepsilon \sim \mathcal{P}(\lambda)$       | $\varepsilon$ 为服从强度(均值)为 $\lambda$ 的泊松分布              |
| $E[ \cdot ]$                                  | 期望算子                                                  |
| $\text{Var}[ \cdot ]$                         | 方差算子                                                  |
| $\phi(\varepsilon; \mu, \sigma^2)$            | 均值为 $\mu$ 、方差为 $\sigma^2$ 的正态概率密度函数                   |
| $\Phi(\varepsilon; \mu, \sigma^2)$            | 均值为 $\mu$ 、方差为 $\sigma^2$ 的累积正态分布                     |

# 前 言

目前,人们往往通过系列重要应用以及它们如何成为科学与工程应用的基础来说明公众对数学和严谨性的理解。从这个层面而言,正如本书深入探讨的图像和信号处理中的多分辨率方法一样,其重要性不言而喻。这些方法的结果往往是可见的,其结果也是按照人们易于理解的方式呈现。本书除了对人们所青睐的方法加以重点强调之外,研究者可以在本书所涵盖的内容中找到在统计和信号处理中引用最多的文献的相关工作。

本书所讨论的方法是数据分析的重要基础,也与多媒体数据处理、图像、视频和信号处理紧密相关。同时,所讨论的方法在统计学、数学方法和计算技术等方面起着重要的作用。

本书所涵盖的应用领域非常广,包括生物、医学和生命科学中的成像及信号处理;天文、物理和自然科学;地震学和土地利用研究;地球科学中地质与地理学等子领域;材料科学、计量以及机械和土木工程等领域;图像与视频压缩、分析和电影电视的合成等等。

尽管该领域已有的一些文献写得很好,但它们仍有缺点:方法描述非常严谨,同时也意味着思想非常深奥。当将应用手段和实验方法分离时,则导致其理论和基础需要大量的背景知识及刻苦的研究才能掌握其本质内容。

本书的目的在于在理论背景和易于应用的实验之间架起一座桥梁。还有一个目的,即将本书所涵盖的内容尽可能地延伸到动态和宽广的处理领域。

基于大量实际参与的许多应用领域的实例,我们的方法是将理论和实践相结合。本书使用了各种各样的应用实例来解释和深入讨论。我们这样做是很自然的,因为小波和其他多分辨率方法已经无所不在。这些变换已经成为大多数数据、信号、图像和实际信息处理中问题描述的关键模块。我们的方法可看做一个“嵌入式系统”的前端,并考察小波和多分辨方法在何处并是如何作用的。

本书的每一章都有“数值实验指南”一节作为补充和说明。事实上,这些章节为读者独立地提供了快速简易的实验和方法评估的大量秘籍。我们使用开源代码和广泛使用的 MATLAB 工具箱架起理论和实践之间的桥梁。此外,采用交互式数据语言,所有使用的代码都可以公开获取。

本书中所讨论的脚本和样本图像可以在网址 <http://www.SparseSignalRecipes.info> 上获得。以这样的方式,软件代码在本书的文本中能够简洁而方便地说明。代码可以在常用平台:Windows, Macintosh, Linux 和其他 Unix 系统中运行。

本书中,我们特别强调“可重复研究”的理念。“可重复性”是科学方法和成功技术的核心。在理论学科,数学是黄金标准,它们往往通过规范的证明,在原理上允许人们重复通向定理证明的系列认知步骤。而在实验学科,如生物、物理或者化学,对于将建立的结论,人们特别关注实验的可重复性。相比于数学,计算科学年轻得多,但是已经非常重要。通过可重复性研究,研究项目的特点在于其产出不仅仅是结果发表,而是所给出结果的重复性环境,包括数据、软件和文档。早期的一个令人鼓舞的例子是 Don Knuth 所提出的文献编程的开创性方法,该方法是在其于 20 世纪 80 年代所发明,以确保软件代码和算法可信性甚至可理解力。在 20 世纪 80 年代后期,斯坦福大学的 Jon Claerbout 使用 Unix Make 工具来确保一篇文章中结果的自动重建。他对其团队强制了一条纪律,他们团队的研究书籍和出版物都是完全可重复的。

在计算科学中,最终示范性的产物是论文中的图片。不幸的是,很少有读者能够试图重建作者的复杂系统,并理解其花费了几个月甚至几年的时间才能得到结果。通过本书中提供的软件与与图片相应的数据集,读者能够得到重复性的结果。通过实际的应用,读者能得到大量关于所论述的许多尖端的信号处理方法的认知。作为一本参考书,我们相信该书能在出版后很长一段时间保持高价值。

本书面向研究生水平和高年级本科生的学习,也可自学。目标读者包括所有对图像和信号处理具有专业性兴趣的人员。另外,目标读者也包括那些希望在所研究领域采用创新方法的广大应用领域中的数据分析专家。进一步的一类目标读者是那些有兴趣学习并对所有多尺度方法的潜力有所认识的人群,同时也包括对该领域的最新研究现状有完整纵观的人群。毫无疑问,另一类目标读者是学生。例如:高年级本科生项目的学生,或者那些博士生,他们希望快速而准确地掌握包括统计学、面向工业的数学、电子工程的理论和众多应用领域的知识。

本书的中心主题是“尺度”“稀疏性”和“形态多样性”。术语“稀疏性”隐含了一种简约性,而“尺度”等同于分辨率。

我们感谢下列同事,包括 Bedros Afeyan, Nabila Aghanim, Albert Bijaoui, Emmanuel Candès, Christophe Chesneau, David Donoho, Miki Elad, Olivier Forni, Yassir Moudden, Gabriel Peyré 和 Bo Zhang。特别感谢 Jérôme Bobin,是他贡献了稀疏盲源分离一章。我们同时也对参与第 1 章中所有图片分析的 Will Aicken, P. A. M. Basheer, Kurt Birkle, Adrian Long 和 Paul Walsh 等人表示致谢。

本书的封面设计由 Aurélie Bordenave (<http://www.aurel-illus.com>) 完成。在此,对他们的工作表示感谢。



# 目 录

缩写词中英文对照

数学符号表

前言

|                            |    |
|----------------------------|----|
| 第1章 稀疏世界导论 .....           | 1  |
| 1.1 稀疏表示 .....             | 1  |
| 1.1.1 引言 .....             | 1  |
| 1.1.2 什么是稀疏性? .....        | 2  |
| 1.1.3 稀疏性术语 .....          | 4  |
| 1.1.4 最佳字典 .....           | 4  |
| 1.2 从傅里叶到小波 .....          | 5  |
| 1.3 从小波到过完备表示 .....        | 6  |
| 1.3.1 过完备表示的好处 .....       | 6  |
| 1.3.2 走向形态多样性 .....        | 6  |
| 1.3.3 压缩感知:稀疏性与采样的联系 ..... | 7  |
| 1.3.4 稀疏表示的应用 .....        | 7  |
| 1.4 小波与曲波的新应用 .....        | 7  |
| 1.4.1 地球观测图像的边缘检测 .....    | 8  |
| 1.4.2 一幅彗星图像的小波显示 .....    | 9  |
| 1.4.3 超声心动图仪图像的增强 .....    | 10 |
| 1.4.4 图像分级和检索的曲波矩方法 .....  | 11 |
| 1.5 总结 .....               | 14 |
| 第2章 小波变换 .....             | 15 |
| 2.1 引言 .....               | 15 |

|       |                       |    |
|-------|-----------------------|----|
| 2.2   | 连续小波变换 .....          | 15 |
| 2.2.1 | 定义 .....              | 15 |
| 2.2.2 | 性质 .....              | 16 |
| 2.2.3 | 反变换 .....             | 16 |
| 2.3   | 小波函数的实例 .....         | 17 |
| 2.3.1 | Morlet 小波 .....       | 17 |
| 2.3.2 | 墨西哥帽小波 .....          | 17 |
| 2.3.3 | Haar 小波 .....         | 18 |
| 2.4   | 连续小波变换算法 .....        | 19 |
| 2.5   | 离散小波变换 .....          | 21 |
| 2.5.1 | 多分辨率分析 .....          | 21 |
| 2.5.2 | 快速金字塔算法 .....         | 23 |
| 2.5.3 | 二维抽取小波变换 .....        | 25 |
| 2.6   | 非二进分辨率因子 .....        | 28 |
| 2.7   | 提升格式 .....            | 29 |
| 2.7.1 | 利用提升的小波变换例子 .....     | 31 |
| 2.8   | 小波包 .....             | 32 |
| 2.8.1 | 一维小波包 .....           | 32 |
| 2.8.2 | 小波包二叉树 .....          | 33 |
| 2.8.3 | 快速小波包变换 .....         | 33 |
| 2.8.4 | 最优小波包基 .....          | 34 |
| 2.8.5 | 二维小波包 .....           | 35 |
| 2.9   | 数值实验指南 .....          | 36 |
| 2.9.1 | 软件 .....              | 36 |
| 2.9.2 | 一维分段光滑信号的连续小波变换 ..... | 36 |
| 2.9.3 | 离散小波变换的非线性逼近 .....    | 37 |
| 2.9.4 | 小波包的非线性逼近 .....       | 39 |
| 2.10  | 总结 .....              | 42 |
| 第3章   | 冗余小波变换 .....          | 43 |
| 3.1   | 引言 .....              | 43 |
| 3.2   | 非抽取小波变换 .....         | 43 |
| 3.2.1 | 一维非抽取小波变换 .....       | 43 |
| 3.3   | 部分抽取小波变换 .....        | 47 |
| 3.4   | 对偶树复值小波变换 .....       | 48 |

|       |                                        |    |
|-------|----------------------------------------|----|
| 3.5   | 各向同性非抽取小波变换: Starlet 变换 .....          | 51 |
| 3.5.1 | 非抽取小波变换和 Starlet 变换的联系 .....           | 55 |
| 3.6   | 非正交滤波器组的设计 .....                       | 56 |
| 3.6.1 | 正性重构滤波器 .....                          | 56 |
| 3.6.2 | 由非抽取 Haar 小波系数重构 .....                 | 57 |
| 3.6.3 | 迭代重建 .....                             | 60 |
| 3.7   | 金字塔小波变换 .....                          | 62 |
| 3.7.1 | 拉普拉斯金字塔 .....                          | 62 |
| 3.7.2 | 具有截止频率的尺度函数 .....                      | 63 |
| 3.7.3 | 其他塔型小波构造 .....                         | 68 |
| 3.8   | 数值实验指南 .....                           | 68 |
| 3.8.1 | 利用非抽取小波变换去噪 .....                      | 68 |
| 3.8.2 | 利用 IDL Starlet 变换的动态范围压缩 .....         | 70 |
| 3.9   | 总结 .....                               | 73 |
| 第 4 章 | 非线性多尺度变换 .....                         | 74 |
| 4.1   | 引言 .....                               | 74 |
| 4.2   | 抽取非线性变换 .....                          | 74 |
| 4.2.1 | 整数小波变换 .....                           | 74 |
| 4.2.2 | 非规则网格上的小波变换 .....                      | 75 |
| 4.2.3 | 自适应小波变换 .....                          | 76 |
| 4.3   | 多尺度变换和数学形态学 .....                      | 76 |
| 4.3.1 | 数学形态学 .....                            | 76 |
| 4.3.2 | 提升格式与数学形态学 .....                       | 77 |
| 4.3.3 | 金字塔变换 .....                            | 78 |
| 4.3.4 | 非抽取多尺度形态变换 .....                       | 78 |
| 4.4   | 基于中值变换的多分辨分析 .....                     | 79 |
| 4.4.1 | 多尺度中值变换 .....                          | 79 |
| 4.4.2 | 塔型中值变换 .....                           | 81 |
| 4.4.3 | 融合小波与多尺度中值变换 .....                     | 82 |
| 4.5   | 数值实验指南 .....                           | 83 |
| 4.5.1 | 利用 IDL 的 Starlet、多尺度中值变换和中值一小波变换 ..... | 83 |
| 4.6   | 总结 .....                               | 85 |