

# 旋转机械典型结构动力学 相似设计理论与方法

罗 忠 刘永泉 王德友 韩清凯 著



科学出版社

# 旋转机械典型结构动力学

## 相似设计理论与方法

罗 忠 刘永泉 王德友 韩清凯 著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书以航空发动机典型结构的动力学相似试验模型为典型研究对象，介绍了旋转机械的板壳结构及转子-支承系统动力学理论、相似试验模型设计与修正，以及模型结构简化方法等方面系列化最新理论研究成果。

主要内容包括：薄壁板壳结构及复杂板壳结构的基本理论介绍，包含不同边界条件下板壳固有频率、振型及响应的通用解法；薄壁结构件的完全几何动力学相似模型设计方法；薄壁板壳、复合材料板壳及涂层板壳结构的畸变动力学相似关系及几何适用区间的建立方法；带篦齿圆柱壳及旋转圆柱壳结构的简化模型设计方法；薄壁结构件动力学相似设计的一般方法；转子系统的轴盘结构、轴承及转子-支承系统的动力学相似试验模型设计方法及典型故障再现方法。本书还附有必要数值仿真流程和程序。

本书对板壳振动理论、模型试验方法、转子动力学等方面的研究具有重要的参考价值。本书可供从事模型试验设计方面，特别是动力学模型试验研究的科技人员阅读，也可以为从事板壳振动、转子动力学等领域的科技人员提供参考。同时，从事板壳力学、转子动力学、模型试验方法学等相关学科学习和科研工作的教师和研究生也可参考本书。

### 图书在版编目 (CIP) 数据

旋转机械典型结构动力学相似设计理论与方法 / 罗忠等著. —北京：科学出版社，2015.10

ISBN 978-7-03-045928-2

I . ①旋… II . ①罗… III . ①旋转机构-结构动力学-相似设计-研究  
IV . ①TH210.22

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 237522 号

责任编辑：毛 莹 张丽花 / 责任校对：桂伟利

责任印制：徐晓晨 / 封面设计：迷底书装

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码：100717

<http://www.sciencep.com>

北京京华虎彩印刷有限公司 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2015 年 10 月第 一 版 开本：787×1092 1/16

2015 年 10 月第一次印刷 印张：18

字数：413 000

定价：90.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

## 前　　言

相似是指遵循同一物理方程的两个同类现象对应的物理量成比例，即在对应的时空点，各标量物理量的大小成比例，各向量物理量大小成比例且方向相同。相似理论的研究最早可追溯至17世纪，意大利物理学家伽利略(Galileo Galilei,1564—1642)在《关于两门新科学的对话》中曾指出：威尼斯人在比照相似的小船而建造大船时，发现桅柱如只按几何尺寸简单放大则强度不够，事实上，如果物体的尺寸减小，它的强度并不按相同的比例减小，物体越小其相对强度越大。这一论述已经深入到相似理论的实质问题，应该认为这是相似科学的最早萌芽。相似现象广泛存在于自然界、工程技术、社会经济等领域。相似理论和其他科学理论一样，都是随着社会生产需要，基于基础科学和有关相邻学科理论，以及观察、试验和测量技术的发展而发展起来的。

在机械工程领域，相似理论主要用于指导试验设计，以达到减小加工制造难度、降低试验成本、提高试验效率的目的。相似试验模型的设计主要包括完全相似模型和畸变相似模型，由于完全相似模型在实际工程应用上的局限性，畸变相似模型已成为重要的研究热点。

转子叶片、转盘、转鼓等旋转结构件是旋转机械功能转换、连接和传递力矩的关键部件，它们在正常工作过程中，主要承受转动产生的离心力、离心弯矩以及恢复扭转载荷，气体作用产生的气动力以及弯矩、扭矩和轴向力载荷，涡轮部分还承受温度差产生的热应力。且在非正常工作条件下，还要承受强迫振动或自激振动引起的共振、喘振和颤振等载荷。旋转结构件工作环境恶劣、承载情况复杂，所以对它们进行有效的动力学特性及典型振动故障分析，直接关系到旋转机械的性能、耐久性、可靠性和寿命问题。航空发动机被称为“飞机的心脏”，在国防科技领域有着举足轻重的地位，其具有复杂的结构形式(大多为双转子结构)，是工况复杂多变的典型旋转机械。

由于旋转结构件受转速、离心力、离心弯矩、恢复扭矩载荷、陀螺力矩和尺寸效应等复杂因素的影响，旋转结构件的动力学问题仅靠理论上的解析和数值模拟等不能解决，必须通过物理试验来研究。然而在工程实际中，直接采用原型进行试验存在很大局限性：几何尺寸的限制、旋转台动力和空间的限制、试验难度大、试验成本高等。因此，必须开展动力学相似试验模型的研究工作。旋转典型结构模型试验的动力学相似设计是指为了达到让试验模型与原型结构在旋转状态下的动力学固有特性、模态振型、动力学响应行为，甚至包括典型故障特征等在一定范围内一致或成固定比例关系，而建立起模型与原型的结构参数、材料参数、载荷条件(激励)和边界条件成相似比例映射关系的方法。在工程实际中，采用物理模型试验来有效物理模拟动力学特性及响应过程、再现原型的典型故障特征、再由模型试验结果反推原型的动力学参数和特性，进而实现对原型的结构修改。基于敏感性分析方法，不但可以用最经济的成本和最短的周期来进行研究，还可以使本来无法做试验的研究对象成为可能。

本书在对相似试验模型设计理论的目的和意义、国内外研究现状进行综合评述后，针对航空发动机的转子系统及其相关结构件，重点介绍了如下几个方面的内容：①薄壁板壳结构及复杂板壳结构的基本理论，即针对相似设计的需要，简明地对板壳结构理论进行介绍。

②介绍薄壁结构件的完全动力学相似模型设计方法。③针对板结构(薄板、复合材料层合板、夹层板和涂层板)及圆柱壳结构(薄壁圆柱壳、复合材料层合圆柱壳和涂层圆柱壳)建立畸变动力学相似关系，并分析畸变相似关系的适用范围(适用区间)。④分析带篦齿圆柱壳及旋转圆柱壳结构的简化设计方法及其动力学相似关系。⑤对薄壁结构件动力学相似设计的相关内容进行整合，通过数学建模方法给出薄壁结构件动力学相似试验模型设计的一般方法。⑥对转子系统的轴盘结构、轴承及转子-支承系统的动力学相似试验模型设计方法，及典型故障再现方法进行深入的探讨与阐述。

本书共 10 章，每章均附有作者独有的科研成果及代表性实例。最后书中还向读者介绍了必要的仿真程序。

本书研究内容是在中航工业沈阳发动机设计研究所博士后工作站工作期间(2010 年 7 月至 2012 年 10 月)所取得成果的基础上，进一步深入研究的主要成果。得到了国家自然科学基金资助项目(No.51105064)、国家重点基础研究发展计划项目(973 计划)项目(No.2012CB026000)、中央高校基本科研业务费专项资金项目(N130503001、N140301001)、辽宁省高等学校创新团队项目(LT2014006)和辽宁省高校优秀人才支持计划(LJQ2015038)等项目的支持。

本书由罗忠副教授、刘永泉研究员、王德友研究员和韩清凯教授共同撰写完成。在撰写过程中朱云鹏博士做了大量工作，秦高明、张凯、闫宇龙、张海军、陈晓兵、李建章、孙宁、陈广凯、郭健和王有等硕士研究生参与了本书有关内容的研究和整理工作。作者还特别感谢在撰写过程中给予帮助的中航工业沈阳发动机设计研究所杜少辉研究员、王相平研究员、王洪斌研究员、冯国全研究员、王雅谋研究员和姜广义高工等专家。

由于水平有限，本书若存在不妥之处，敬请广大读者批评指正。

作 者

2015 年 9 月

# 目 录

## 前言

<b>第1章 绪论</b>	1
1.1 目的与意义	1
1.2 国内外研究现状	2
1.2.1 旋转机械典型构件的动力学分析	3
1.2.2 动力学相似理论在大型结构试验模型中的应用	3
1.2.3 动力学畸变相似试验模型的设计	4
1.2.4 动力学畸变相似关系的修正方法	4
1.3 本书主要内容	5
参考文献	6
<b>第2章 薄壁构件动力学基本理论</b>	10
2.1 引言	10
2.2 弹性薄板振动基本理论	10
2.2.1 薄板基本假设及本构方程	11
2.2.2 薄板固有频率与振型	14
2.2.3 薄板的动力响应分析	19
2.3 薄壁圆柱壳动力学基本理论	21
2.3.1 薄壁圆柱壳假设及动力平衡方程	21
2.3.2 薄壁圆柱壳固有频率与振型	25
2.3.3 薄壁圆柱壳动力响应分析	31
2.4 薄壁构件固有特性的传递矩阵分析方法	34
2.4.1 圆柱壳传递矩阵形式	34
2.4.2 圆柱壳传递矩阵的求解	37
2.5 本章小结	38
参考文献	38
<b>第3章 层合薄壁结构件动力学特性及敏感性分析</b>	40
3.1 引言	40
3.2 层合板壳结构振动特性分析	40
3.2.1 层合板壳结构本构方程	40
3.2.2 层合板壳动力平衡方程	44
3.2.3 层合板壳固有特性分析	46
3.3 夹层板壳结构振动特性分析	48
3.4 板壳结构敏感性分析方法	56
3.4.1 有限元方法	57
3.4.2 数值拟合方法	58

3.5 本章小结	60
参考文献	60
<b>第4章 薄壁构件完全几何相似设计方法</b>	61
4.1 引言	61
4.2 相似模型设计方法	61
4.2.1 基本理论及概念	62
4.2.2 量纲分析法	63
4.2.3 方程分析法	68
4.3 完全几何相似模型的设计方法	69
4.3.1 动力学完全相似模型	69
4.3.2 完全几何相似模型	72
4.4 本章小结	78
参考文献	78
<b>第5章 薄板的几何畸变动力学相似模型</b>	80
5.1 引言	80
5.2 弹性薄板几何畸变相似模型的设计	80
5.2.1 弹性薄板待定相似关系推导	81
5.2.2 弹性薄板近似相似关系建立方法	82
5.2.3 弹性薄板精确相似关系建立方法	86
5.2.4 弹性薄板几何适用区间的确定	92
5.3 层合薄板畸变相似模型的设计	96
5.3.1 复合材料层合板动力学相似模型设计	97
5.3.2 涂层板的动力学相似模型设计	100
5.3.3 夹层板的动力学相似模型设计	103
5.4 薄板结构振动强度相似关系	106
5.4.1 完全相似与完全几何相似关系	106
5.4.2 几何畸变相似关系	108
5.5 扭叶片自相似性及修正方法	110
5.5.1 基本理论	110
5.5.2 完全相似关系	111
5.5.3 不完全相似关系	112
5.5.4 实验验证	114
5.6 本章小结	115
参考文献	116
<b>第6章 薄壁圆柱壳的几何畸变动力学相似模型</b>	118
6.1 引言	118
6.2 静止态薄壁圆柱壳畸变相似模型设计	118
6.2.1 薄壁圆柱壳待定相似关系推导	118
6.2.2 薄壁圆柱壳近似相似关系建立方法	120

6.2.3 薄壁圆柱壳精确相似关系建立方法	123
6.2.4 薄壁圆柱壳几何适用区间的确定	133
6.3 层合薄壁圆柱壳畸变相似模型设计	135
6.3.1 复合材料层合圆柱壳	135
6.3.2 涂层圆柱壳	140
6.4 薄壁圆柱壳的强度相似关系	144
6.5 本章小结	147
参考文献	147
<b>第 7 章 薄壁圆柱壳动力学简化及相似设计</b>	<b>149</b>
7.1 引言	149
7.2 旋转态薄壁圆柱壳振动分析	149
7.2.1 旋转态圆柱壳平衡方程	149
7.2.2 旋转态圆柱壳振动响应分析	151
7.3 旋转态薄壁圆柱壳畸变相似模型设计	159
7.3.1 旋转态圆柱壳几何畸变模型相似关系	160
7.3.2 旋转态圆柱壳几何适用区间	162
7.4 带篦齿圆柱壳的简化模型设计方法	165
7.4.1 圆柱壳篦齿结构的 T 形齿简化方法	165
7.4.2 圆柱壳篦齿结构的矩形齿简化方法	170
7.4.3 带篦齿圆柱壳与光滑圆柱壳的等效设计方法	172
7.5 薄壁圆柱壳非线性动力学相似设计方法	175
7.5.1 非线性动力学平衡方程	175
7.5.2 旋转圆柱壳非线性动力响应	176
7.5.3 旋转圆柱壳非线性动力学相似关系	177
7.6 本章小结	181
参考文献	182
<b>第 8 章 薄壁构件的动力学相似设计原理</b>	<b>183</b>
8.1 引言	183
8.2 薄壁构件动力学分析模型	183
8.3 薄壁结构件动力学相似模型设计方法	186
8.3.1 完全几何相似关系	186
8.3.2 待选相似关系	187
8.3.3 薄壁构件动力学相似关系准则	188
8.3.4 几何适用区间的确定	191
8.4 算例——薄盘结构的动力学几何畸变模型设计	193
8.4.1 薄壁转盘动力平衡方程	193
8.4.2 薄壁转盘完全几何相似关系建立	194
8.4.3 畸变相似关系推导	195
8.4.4 薄壁转盘几何适用区间的确定	197

8.5 本章小结 .....	200
参考文献 .....	200
<b>第 9 章 转子-支承系统动力学相似设计方法 .....</b>	<b>201</b>
9.1 引言 .....	201
9.2 转子-支承系统动力学分析 .....	201
9.2.1 转子-支承系统临界转速及振型计算 .....	202
9.2.2 转子-支承系统完全相似关系 .....	207
9.3 转轴动力学相似设计 .....	208
9.3.1 转轴完全相似关系 .....	208
9.3.2 转轴敏感性分析 .....	209
9.3.3 转子-支承系统转轴相似模型设计方法 .....	212
9.4 转盘动力学相似设计 .....	217
9.5 轴承动力学相似设计 .....	220
9.5.1 转子-支承系统的支承相似关系 .....	221
9.5.2 滚动轴承接触刚度的数值计算 .....	225
9.5.3 滚动轴承动力学相似关系修正方法 .....	227
9.6 转子-支承系统动力学相似试验验证 .....	229
9.6.1 静止态试验验证 .....	229
9.6.2 旋转态试验验证 .....	233
9.7 本章小结 .....	235
参考文献 .....	235
<b>第 10 章 复杂转子系统模型设计与典型故障再现方法 .....</b>	<b>236</b>
10.1 引言 .....	236
10.2 双转子-支承系统动力学相似设计 .....	236
10.2.1 复杂转子支承系统临界转速分析 .....	236
10.2.2 双转子-支承系统结构简化 .....	240
10.2.3 双转子-支承系统动力学相似设计 .....	243
10.3 转子-支承系统再现碰摩故障的模型设计 .....	244
10.3.1 转子-支承系统碰摩方程建立 .....	245
10.3.2 碰摩响应的求解 .....	245
10.3.3 动力学相似关系推导 .....	251
10.4 本章小结 .....	257
参考文献 .....	258
<b>附录 A 常用不同边界条件的梁函数系数 .....</b>	<b>259</b>
<b>附录 B 简支薄壁板壳模态分析 ANSYS 程序 .....</b>	<b>261</b>
<b>附录 C 薄壁圆柱壳的传递矩阵 MATLAB 程序 .....</b>	<b>264</b>
<b>附录 D 薄板结构敏感性分析 MATLAB 程序 .....</b>	<b>266</b>
<b>附录 E 转子系统典型部件传递矩阵 .....</b>	<b>278</b>

# 第1章 绪论

本章对试验模型动力学相似设计问题的基本概念和内涵、研究目标与研究现状进行评述，并简要介绍本书的主要内容。

## 1.1 目的与意义

叶片、鼓筒、转盘及转子-轴承系统是航空发动机、压缩机、鼓风机、汽轮机、水泵和水轮机等大型旋转机械装备中关键基础单元构(部)件，常处于振动工作状态，因此，对其进行动力学特性分析和振动分析十分重要，对于这类基础单元构(部)件的分析方法主要有理论解析、数值模拟和试验验证<sup>[1-4]</sup>。在理论解析和数值模拟分析研究中，关于基础单元构件的研究比较成熟，经典的研究文献很多，如 Simitses<sup>[5]</sup>和 Khandan<sup>[6]</sup>等分别对复合材料圆柱壳和薄板进行了总结与综述，曹志远<sup>[7]</sup>详细分析了板壳振动的相关理论。尽管理论解析和数值模拟对实际的工程设计提供一定理论指导，但对实际结构进行试验分析仍十分必要，然而，在工程实际中，直接采用原型结构进行试验往往存在很大限制，如存在试验台动力和空间的限制、试验复杂度的限制以及试验成本高和试验周期长等众多问题，所以开展模型试验是常用的试验研究方法，但是，试验模型的动力学特性是否能正确反映原型的动力学特性是关键问题所在，采用动力学相似模型试验可以较好地解决这个问题，不仅可以合理调整结构、材料和工艺，降低试验成本，还可以人为控制主要影响因素，剔除次要影响因素，降低试验难度，缩短试验周期。因此，研究能通过相似模型试验来有效物理模拟动力学特性及响应过程、再现原型的典型故障特征、再由模型试验结果反推原型的动力学参数和特征等关键问题，不仅具有重要的理论研究价值，更具有重要的工程实际应用价值。

在研制大尺寸、高难度和高成本的复杂设备之前，或者是对大型复杂旋转设备进行排故时，如果能利用相似理论设计出试验模型，采用物理模拟的试验方法来预测原型结构的动力学特性或再现原型结构的故障特征，不但可以用最经济的成本和最短的周期来进行研究，还可以使本来无法做试验的研究对象成为可能。

相似模型的设计是以相似理论为基础，使试验模型与原型结构物理学相似，满足几何相似、运动相似和动力学相似，即几何尺寸相似、模型材料与原型材料的应力-应变关系相似、质量和重力相似以及初始条件和边界条件相似等。相似现象古已有之，人们观察到自然界的相似现象，并加以运用。1868年，法国科学家 Bertrand<sup>[8]</sup>以力学方程分析为基础，首先确定了相似第一定理，即“对于相似现象，其相似指标等于1，或其相似准则的数值相等”。1914年，美国的 Buckingham<sup>[9]</sup>提出了相似第二定理(即称  $\pi$  定理<sup>[10]</sup>)，分析了相似现象各物理参量的表达。1930年，苏联学者 Kirpichev 和 Gukhman<sup>[11]</sup>提出了相似第三定理，又称相似逆定理，即“对于同一类物理现象，如果单值量相似，而且由单值量所组成的相似准则在数值上相等，则现象相似”。相似三定理也成为相似模型设计的最基本理论，其中，

以 $\pi$ 定理的应用最为广泛。在国内，周美立<sup>[12]</sup>较早地将相似设计理论及方法发展为一门学科，并介绍其在工程领域中的应用。

事实上，对于旋转机械典型基础单元构件的动力学相似设计研究尚且不多，现有研究大多集中于气动流体动力学方面的问题，如邹滋祥<sup>[13]</sup>利用相似原理分析了叶轮机械考虑气动力学的模型设计问题。郑哲敏等<sup>[14]</sup>在《相似理论与模化》一书中，详细阐述了考虑流体动力学的相似试验模型设计问题。对于考虑结构动力学的相似模型设计问题，总体上讲，主要研究内容包括：①完全相似模型的设计，即相似模型与原型的几何尺寸完全成比例，且材料相同。②完全几何相似模型的设计，即只保证相似模型与原型几何尺寸完全成比例，而模型材料与原型不相同。③几何畸变相似模型的设计，即相似模型与原型的几何尺寸不完全成比例。

由于几何畸变相似模型与原型的映射关系(即相似关系)很难通过结构构件的运动方程直接得到，因此要尽可能地保证试验模型满足完全几何相似关系。然而，在实际工程中，这一要求往往很难达到。例如：航空发动机叶片具有扭型、凸肩等不规则结构，转鼓带有封严篦齿等，在进行试验模型设计时，对其进行完全相似设计成本高且试验周期大大延长。再如，薄壁构件的厚度很薄，在进行试验模型设计时，若对其进行完全相似设计，其模型厚度过薄而导致无法加工等。所以考虑动力学特性的典型结构件几何畸变模型设计包含着许多方面的理论与技术价值，具有独特性，通过几何畸变模型的设计，合理调整结构、材料和工艺，将大大降低试验成本，还可以人为控制主要影响因素，剔除次要影响因素，降低试验难度，缩短试验周期。

目前，动力学相似模型试验方面重点关注的理论与技术问题集中于：基于敏感性分析，简化模型结构的同时使模型试验结果对原型特性的预测尽可能精确；如何通过模型动力学设计再现原型结构的故障特征，进而对原型结构的结构动力修改提供依据；如何进行系统级的相似模型设计，如组合结构、转子-支承系统甚至包括复杂轴系等，其中涉及连接、耦合、能量传递等多方面的问题。另外，工程中的旋转机械构件变得越来越复杂，转速越来越高，越来越多地采用轻质复合材料，一方面，复合材料的大量应用使得试验模型难以达到与原型完全相似，各种涂层减振、表面强化等技术的应用使得典型构件的动力学特性更加复杂，甚至会产生尺寸效应<sup>[15, 16]</sup>；另一方面，人们对构件的性能要求越来越高，对试验预测结果的精度要求十分严格，由此对其运行过程中所呈现的动力学特性的研究与预测显得尤为重要，传统的相似分析方法已经无法满足预测精度的需求，必须采用新的建模方法和分析方法才能解决此类问题。

## 1.2 国内外研究现状

目前，国内外对于板壳结构动力学相似设计理论和方法的研究已经相对成熟，但其他典型旋转结构件的动力学相似设计理论与方法研究不多，尤其是畸变模型动力学相似设计的研究。模型畸变主要包括材料畸变(完全几何相似)和几何畸变(不完全几何相似)，几何模型畸变设计又可细分为模型畸变和模型简化。对于几何模型畸变和模型简化的设计问题，目前还没有人加以系统的研究。以下分别加以介绍和评述。

### 1.2.1 旋转机械典型构件的动力学分析

旋转机械典型构件主要包括板壳构件(如叶片、转鼓等)和转子系统构件(如叶盘、轴、轴承等)。对于板壳构件,其理论分析隶属于板壳理论的研究范畴,国内外已有许多学术专著对其进行介绍与探究。如何福保<sup>[17]</sup>、刘鸿文<sup>[18]</sup>等编著的《板壳理论》详细地分析了薄板和薄壁圆柱壳的本构方程,运动方程及其不同边界条件下的求解方法。Leissa<sup>[19]</sup>对壳体的振动问题进行了详细的分析阐述。以美国学者 Soldatos 等为首的研究队伍,针对复合材料层合板壳的理论分析做了大量的研究工作,并取得了一系列重要的成果<sup>[20, 21]</sup>。

在板壳结构的动力学分析中,常用的方法有解析法、有限元法、传递矩阵法等。其中,解析法对于复杂边界条件问题并不适用,对于非四边简支边界条件的弹性薄板,很难直接求得其固有频率的精确解<sup>[22]</sup>。为此,研究者们发展了有限样条法、梁函数法等一系列方法解决这一问题<sup>[23, 24]</sup>。另一方面,有限元方法的出现及有限元软件的发展大大简化了板壳振动分析工作,对于一些复杂结构板壳的分析,如加筋板、变厚度板、加筋壳等,也提供了重要的解决方案<sup>[25]</sup>。传递矩阵法最早由 Tottenham<sup>[26]</sup>应用于板壳理论的分析中,其作为一种半解析方法,兼具了解析法与有限元法的优点,不仅大大缩短了计算时间,也使得其表达式更具有物理意义。

对于转子系统的动力学分析,以 Rao<sup>[27]</sup>、闻邦椿<sup>[28]</sup>等为代表的科学家,对转子动力学的相关问题进行了深入的研究,并取得了一系列研究成果。这里仅列出国内外部分转子动力学的主要专著,以供读者参考,如文献[29~34]。

### 1.2.2 动力学相似理论在大型结构试验模型中的应用

动力学相似理论在大型结构的动力试验模型设计中已有广泛应用,如海洋结构、土建结构及动力装备结构等。已有文献表明,动力学相似理论最早应用于海洋结构的模型试验设计中,如以 Kure<sup>[35]</sup>为代表对海洋平台的相似模型试验方法进行了阐释。Adrezin 等<sup>[36]</sup>也针对海洋平台结构的不同模型设计方法进行了综述。此后,文献[37]详细介绍了海洋平台的动力学相似模型设计方法,利用量纲分析法分析了垂荡幅值的相似关系和波幅与波频的相似常数,分别讨论了忽略和计及液体黏度影响条件下的波浪力相似关系。国内以马汝建为首的研究团队对于海洋平台动力学相似模型设计有较深入的研究。文献[38]对海洋平台的相似模型设计进行了综述。此外,俞孟萨等<sup>[39]</sup>以弹性矩形板为例,分析它在已知外力激励下,振动、耦合振动和声辐射的相似性,从而给出弹性结构振动和声辐射的相似条件和相似关系。

在建筑、桥梁等领域,动力学相似理论的应用相对成熟。其主要分析内容集中在钢筋混凝土试件的相似模型设计方法上,重点研究了结构动力模型试验与动力模型破坏试验中保持模型与原型相似的基本要求与处理技巧<sup>[40, 41]</sup>。在 *Structural Modeling and Experimental Techniques* 一书中, Harris 等<sup>[42]</sup>详细介绍了相似原理和相似试验模型在桥梁、建筑结构上的应用。

在航空航天动力装备试验模型设计研究中,相似理论的应用最早应用于风洞试验中。2002 年, Pototzky<sup>[43]</sup>介绍了一种根据全尺寸飞行器的气动弹性运动方程,获得风洞试验模

型气动弹性运动方程的缩比方法。Jordan<sup>[44]</sup>等介绍了兰利研究中心(LaRC)对风洞测试模型设计和开发的标准和过程。此外,学者们还将动力学相似设计方法应用在直升机模型设计上,利用试验模型分析直升机旋翼的气动特性<sup>[45, 46]</sup>。除此之外,在核工程装备、航空发动机及水下动力装备结构的研究上,动力学相似理论也有相关研究,文献[47~49]分别阐述了动力学相似设计在这三个领域中的相关研究。

### 1.2.3 动力学畸变相似试验模型的设计

在设计相似试验模型时,由于原型结构本身的复杂性以及尺寸参数的限制等,很少采用完全几何相似的模型,如较薄的原型层合板结构。如果厚度的缩尺比例同长度和宽度的一样,则模型的厚度将变得很小而无法加工,所以不完全几何相似模型,即畸变模型的应用更为广泛<sup>[50, 51]</sup>。在相似第二定理的描述中,当相似模型和原型的所有 $\pi$ 项中有一个或几个起支配作用的模型设计条件不能被满足时,所得到的相似模型称为畸变模型<sup>[52]</sup>。Jha等<sup>[53]</sup>以悬臂梁模型为例讨论了完全相似模型与几何畸变模型问题,提出“虚拟质量”的方法来满足模型的重力相似关系以修正畸变。Wu等<sup>[54]</sup>和Morton<sup>[55]</sup>分别探讨了薄板畸变相似模型的设计方法。Simitses等<sup>[56]</sup>分析了四边简支薄板在线性载荷条件下的相似关系,尝试利用方程分析法研究几何尺寸畸变时薄板的不完全相似关系及其适用范围。

值得一提的是,Simitses和Rezaeepazhand在复合材料板壳的完全几何相似模型设计上做了大量研究工作,在利用相似模型对层合板振动响应进行预测的研究中,分别研究了完全相似和包括材料、层数及铺层角度不同时层合板畸变模型的动力学相似关系<sup>[57]</sup>。与此同时,Simitses等<sup>[58]</sup>还研究了临界载荷下层合板屈曲的相似问题,分析了复合材料层合板屈曲时横向载荷和切向载荷作用的相似关系。随后,Ungbhakorn等<sup>[59]</sup>指出Simitses等的不完全相似关系是基于解析解推导得到的,很难应用于其他边界条件的板类结构相似性分析问题中,进而发展了基于平衡方程分析法的不完全相似关系推导方法。同时,在畸变相似模型的处理上,Ungbhakorn等采用等效刚度的方法,简化了Simitses等的分析过程,并以复合材料层合板为例,给出了动力学相似关系的选择方法。

在这些研究中,板壳结构的相似关系推导步骤可概括为:①列出板壳结构的平衡方程。②令方程对应项的相似因子均相等。③由步骤②可得到完全相似关系,若分析材料畸变的完全几何相似模型,则令目标相似因子(如固有频率)与其余相似因子分别相等,得到待定相似关系。④通过数值仿真方法确定最终的畸变相似关系。然而,在很多情况下,尤其是几何畸变时,所得到的待定相似关系均不能准确地预测原型的动力学特性,这就需要发展新的相似关系确定方法和准则以解决这一问题,这也是本书所要重点阐述的内容。

此外,在转子系统相似模型设计方面,胡培民<sup>[60]</sup>针对转子扭转振动特性相似模型试验做了基础性的分析,并从理论上研究了两端支承转子弯曲振动的试验相似律,认为对两端刚性支承转子,当其几何尺寸按比例缩小到原来的 $1/n$ 时,其固有频率将增大到原来的n倍,频率特性曲线形状相同,振型相同。

### 1.2.4 动力学畸变相似关系的修正方法

随着相似试验模型设计理论与方法的发展和完善,研究者们逐渐发展了不同的畸变模

型设计和修正方法，如 Cho 等<sup>[61]</sup>针对组合结构系统的畸变相似模型试验问题提出了 ESM (Empirical Similarity Method) 畸变模型试验方法，其在文献中分别用弓箭和散热片进行了说明。对于结构件的畸变模型修正与设计，目前主要有两类方法：第一类是通过数值拟合修正曲线进行修正；第二类是针对应变率敏感材料的尺寸效应而发展的畸变模型设计方法。数值拟合修正方法是指在根据量纲分析法设计相似试验模型时，若模型产生畸变，则模型参数的预测结果的  $\pi$  项不全相等，则需要通过数值方法求得  $\pi$  项的修正系数。在畸变分析时通常为 1~2 个畸变变量单独考虑，对此，秦高明<sup>[62]</sup>运用数值修正的方法分析了薄板几何畸变下固有频率的预测系数及畸变相似关系。最近，有学者基于该方法发展了一种转子畸变模型的补偿方法，并得到了相应的畸变补偿量，推导了畸变补偿模型与原型的动力学特性畸变相似准则，实现了通过畸变补偿模型直接获得原型动力学特性的目的<sup>[63]</sup>。应变率敏感材料的模型设计方法是以 Oshiro 等为首提出的一种针对板壳结构强度分析的畸变模型修正方法。Wen 等<sup>[64]</sup>在进行薄板冲击相似模型试验时发现，针对应变率不敏感材料（如铝）制作的薄板进行试验时，根据完全相似关系进行的相似模型试验能够准确预测原型响应和破坏，而针对应变率敏感材料（如低碳钢）的模型试验则预测误差较大，出现了明显的尺寸效应问题。针对这一问题，Oshiro 等<sup>[65]</sup>通过引入过渡模型，提出一种通过改变冲击速度而达到模型试验结果能够准确反映原型响应的畸变模型设计方法。此后，Alves<sup>[66]</sup>基于此方法分析了通过应变率不敏感材料模型预测应变率敏感材料原型的方法，并将此方法用于分析圆管受轴向冲击的屈曲问题，可得到准确的预测结果。然而作为相似关系，文献[66]所给出的形式过于复杂，Oshiro<sup>[67]</sup>又引入 Norton-Hoff 方程使得相似关系形式更加简洁，并进一步讨论了当模型的几何尺寸产生畸变时模型冲击速度的确定方法。De Rosa<sup>[68]</sup>使用模态方法推导了矩形板的动力学响应的相似关系。

总之，针对旋转机械典型构件的动力学相似试验模型的研究具有重要的理论意义和工程技术价值。目前，基于量纲分析法，方程分析法的相似设计方法已经较为成熟，完全几何相似试验模型也已经在许多大型动力装备的试验阶段得到应用。然而，在几何畸变的动力学相似试验模型设计方面，仍有一些亟待解决的问题。本书针对旋转机械典型结构件的几何畸变动力学相似模型设计问题，基于方程分析法，采用结构动力学的敏感性分析理论，结合数值仿真和试验，分别针对薄板、圆柱壳、转盘及转子系统的相关结构，从动力学固有特性，动力响应、强度及非线性动力学等方面展开研究，建立了几何畸变的动力学相似模型的设计准则，重点掌握几何畸变动力学相似关系的推导方法及其适用区间的确定。本书内容不仅对旋转机械动力学试验模型设计的理论与技术进步有着重要意义，而且还可以为其他领域装备试验模型的设计研究提供参考。

### 1.3 本书主要内容

本书在明确对旋转机械典型结构件动力学相似模型设计的目的与意义基础上，结合国内外研究现状，针对典型板壳结构和转子系统两部分内容，主要从如下几个方面进行介绍：

(1) 板壳结构振动的基本理论，包括板壳结构的本构方程推导、固有特性和动力响应的计算方法等。主要涉及薄板、层合板、薄壁圆柱壳及带篦齿圆柱壳的动力学分析方法，介

绍了敏感性分析和传递矩阵法的基本原理和应用。

(2) 相似试验模型设计的基本方法、量纲分析法和方程分析法。根据动力学相似试验模型的特点，介绍了动力学完全相似模型和考虑材料畸变的动力学完全几何相似模型的设计方法。

(3) 针对薄板类结构，分析了其几何畸变动力学相似模型的设计方法。具体涉及近似相似关系与精确相似关系的推导方法，发展了几何适用区间的概念及应用。主要针对弹性薄板及涂层板，约束阻尼层板等典型层合板类结构进行分析，总结了板类结构的动力学相似设计特点及准则，并给出相应的试验验证。

(4) 对于圆柱壳类结构，针对其几何畸变动力学相似模型的设计问题，介绍了薄壁圆柱壳动力学相似关系及几何适用区间的推导方法。相应地，以涂层壳结构为例，分析了柱壳类结构的动力学相似设计特点及准则，并给出相应的试验验证。

(5) 由于圆柱壳应用更为广泛，涉及问题也更多，进一步探讨了圆柱壳结构动力学相似模型设计的相关问题，主要涉及旋转态薄壁圆柱壳结构的几何畸变模型设计，带篦齿圆柱壳结构的篦齿简化及等效设计方法，以及圆柱壳非线性动力学的相似设计问题。

(6) 薄盘类结构既属于转子系统构件，又可作为典型薄壁构件进行分析，针对转盘结构的动力学相似模型设计问题，给出了相应的相似关系，几何适用区间等方面的设计方法。

(7) 针对典型薄壁结构件的动力学相似设计内容，对板、壳及盘结构的相似设计方法进行理论归纳，给出动力学相似试验模型设计的一般方法及数学表示，提出动力学相似设计的一般方法及准则。

(8) 主要针对转子-支承系统的动力学相似设计相关问题进行探讨，主要涉及转轴及轴承的动力学相似设计问题，分别探讨了转轴及轴承的几何畸变模型设计及考虑非线性振动的动力学相似设计方法等内容，介绍了相关的试验方法及试验验证结果。

(9) 给出了薄壁板壳结构件关于固有频率的敏感性分析程序。给出了典型单元构件计算固有特性的传递矩阵形式及计算程序等。

## 参 考 文 献

- [1] 刘永泉, 王德友, 洪杰, 等. 航空发动机整机振动控制技术分析. 航空发动机, 2013, 39(5): 1-8.
- [2] 刘永泉. 航空动力技术发展展望. 航空科学技术, 2011, 4: 1-3.
- [3] 王德友. 发动机转静件碰摩振动特征的提取与理论研究. 博士学位论文. 北京: 北京航空航天大学, 1995.
- [4] 罗忠, 朱云鹏, 韩清凯, 等. 大型高速旋转机械基础单元构件动力学相似设计的基础理论. 数字制造科学, 2013, 11(2): 1-70.
- [5] Simitses G J. Buckling of moderately thick laminated cylindrical shells: a review. Composite Part B: Engineering, 1996, 27(6): 581-587.
- [6] Khandan R, Noroozi S, Sewell P. The development of laminated composite plate theories: a review. Journal of Material Science, 2012, 47(16): 5901-5910.
- [7] 曹志远. 板壳振动理论. 北京: 中国铁道出版社, 1983.
- [8] Bertrand J. Réponse la note de M. Helmholtz. CR Acad. Sci. Paris, 1868, 67(3): 773-775.

- [9] Buckingham E. On physically similar systems, illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review*, 1914, 4(4): 345-376.
- [10] 徐挺. 相似方法及其应用. 北京: 机械工业出版社, 1995.
- [11] Kirpichev M V, Gukhman A A. Application of similarity theory of the experiment. *Trudy Leningr. ObrNII Teplotekhn. In-ta*, 1931, 1(1): 11-23.
- [12] 周美立. 相似性科学. 北京: 科学出版社, 2004.
- [13] 邹滋祥. 相似理论在叶轮机械模型研究中的应用. 北京: 科学出版社, 1984.
- [14] 郑哲敏, 谈庆明, 王补宣. 相似理论与模化. 郑哲敏文集. 北京: 科学出版社, 2004.
- [15] Sutherland L S, Shenoi R A, Lewis S M. Size and scale effects in composites: I. literature review. *Composites Science and Technology*, 1999, 59(2): 209-220.
- [16] Bažant Z P. Size effect on structural strength: a review. *Archive of Applied Mechanics*, 1999, 69(9-10): 703-725.
- [17] 何福保, 沈亚鹏. 板壳理论. 西安: 西安交通大学出版社, 1993.
- [18] 刘鸿文. 板壳理论. 杭州: 浙江大学出版社, 1987.
- [19] Leissa A W. *Vibration of Shells*. New York: Acoustical Society of America, 1973.
- [20] Soldatos K P, Ye J Q. Three-dimensional static, dynamic, thermoelastic and buckling analysis of homogeneous and laminated composite cylinders. *Composite Structures*, 1994, 29(2): 131-143.
- [21] Qatu M S, Sullivan R W, Wang W. Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells: 2000–2009. *Composite Structures*, 2010, 93(1): 14-31.
- [22] 曹国雄. 弹性矩形薄板振动. 北京: 中国建筑工业出版社, 1983.
- [23] 张佑启. 结构分析的有限条法. 北京: 人民交通出版社, 1985.
- [24] Ding Z. Natural frequencies of rectangular plates using a set of static beam functions in Rayleigh-Ritz method. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 189(1): 81-87.
- [25] 韩清凯, 孙伟. 弹性力学及有限元法基础教程. 沈阳: 东北大学出版社, 2009.
- [26] Tottenham H, Shimizu K. Analysis of the free vibration of cantilever cylindrical thin elastic shells by the matrix progression method. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1972, 14(5): 293-310.
- [27] Rao J S. *Rotor Dynamics*. New Delhi: New Age International, 1996.
- [28] 闻邦椿, 顾家柳, 夏松波, 等. 高等转子动力学——理论、技术及应用. 北京: 机械工业出版社, 2000.
- [29] Genta G. *Dynamics of Rotating Systems*. New York: Springer, 2007.
- [30] Vance J M, Zeidan F Y, Murphy B. *Machinery Vibration and Rotordynamics*. New York: John Wiley & Sons, 2010.
- [31] Rangwala A S. *Turbo-machinery Dynamics: Design and Operation*. New York: McGraw-Hill, 2005.
- [32] 张文. 转子动力学理论基础. 北京: 科学出版社, 1990.
- [33] 袁惠群. 转子动力学基础(高等). 北京: 冶金工业出版社, 2013.
- [34] 钟一鄂. 转子动力学. 北京: 清华大学出版社, 1987.
- [35] Kure K, 牛克源. 海洋结构模型试验. *华水科技情报*, 1983, 4: 51-59.
- [36] Adrezin R, BarAvi P, Benaroya H. Dynamic response of compliant offshore structures-review. *Journal of Aerospace Engineering*, 1996, 9(4): 114-131.

- [37] Vassalos D. Physical modelling and similitude of marine structures. *Ocean Engineering*, 1999, 26(2): 111-123.
- [38] 王均刚, 马汝建. 满足固有频率相似的海洋平台相似模型设计. *西安石油大学学报(自然科学版)*, 2007, 22(1): 103-106.
- [39] 俞孟萨, 史小军, 吴勇. 弹性结构振动和声辐射的相似性分析. *船舶力学*, 1998, 2(1): 55-61.
- [40] Kim N S, Lee J H, Chang S P. Equivalent multi-phase similitude law for pseudodynamic test on small scale reinforced concrete models. *Engineering Structures*, 2009, 31(4): 834-846.
- [41] 林皋, 朱彤, 林蓓. 结构动力模型试验的相似技巧. *大连理工大学学报*, 2000, 40(1): 1-8.
- [42] Harris H G, Sabinis G. *Structural Modeling and Experimental Techniques*. Boca Raton: CRC Press, 1999.
- [43] Pototzky A S. Scaling laws applied to a modal formulation of the aeroservoelastic equations. *43rd AIAA Structure, Structural Dynamics and Materials Conference*, 2002.
- [44] Jordan T L, Hutchinson M A, Watkins V E. National aeronautics and space administration langley research center's design criteria for small unmanned aerial vehicle development. *National Aeronautics Aand Space Admin Langley Research Center Hampton Va*, 2007.
- [45] Singleton J D, Yeager W T. Important scaling parameters for testing model-scale helicopter rotors. *Journal of Aircraft*, 2000, 37(3): 396-402.
- [46] Kunz P J. *Aerodynamics and Design for Ultra-Low Reynolds Number Flight*. Stanford University, 2003.
- [47] Quercetti T, Müller K, Schubert S. Comparison of experimental results from drop testing of spent fuel package design using full scale prototype model and reduced scale model. *Packaging, Transport, Storage & Security of Radioactive Material*, 2008, 19(4): 197-202.
- [48] 郝燕平. 叶轮机叶片结构相似性问题的理论研究. 南京: 中国航空学会第六届动力年会, 2006: 503-507.
- [49] 王三德. 水下复杂弹性壳体的相似性研究. 博士学位论文. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2005.
- [50] Murugan R, Prabhu R V, Thyla P R. Establishment of structural similitude for elastic models and validation of scaling laws. *Ksce Journal of Civil Engineering*, 2013, 17(1): 139-144.
- [51] Bachynski E E, Motley M R, Young Y L. Dynamic hydroelastic scaling of the underwater shock response of composite marine structures. *Journal of Applied Mechanic-Transactions of The ASME*, 2012, 79(1): 501-507.
- [52] 夏晓东. 土壤-机器系统的系列畸变模型试验技术的研究. *农业机械学报*, 1983, (4): 10-26.
- [53] Jha A, Sedaghati R, Bhat R. Dynamic testing of structures using scale models. *Proceedings of the 46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 2005.
- [54] Wu J J. Dynamic analysis of a rectangular plate under a moving line load using scale-beams and scaling laws. *Composite and Structure*, 2005, 83(19-20): 1646-1658.
- [55] Morton J. Scaling of impact loaded carbon fiber composites. *Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 28th, Monterey, CA, Technical Papers. Part 1. 1987, 6(8).
- [56] Simitses G J, Rezaeepazhand J. Structural similitude and scaling laws for laminated beam-plates. *American Society of Mechanical Engineers, Aerospace Division*, 1992, 26: 37-45.
- [57] Rezaeepazhand J, Simitses G J, Starnes J H. Use of scaled-down models for predicting vibration response