

2016

挑战压轴题

中考数学

马学斌 编著

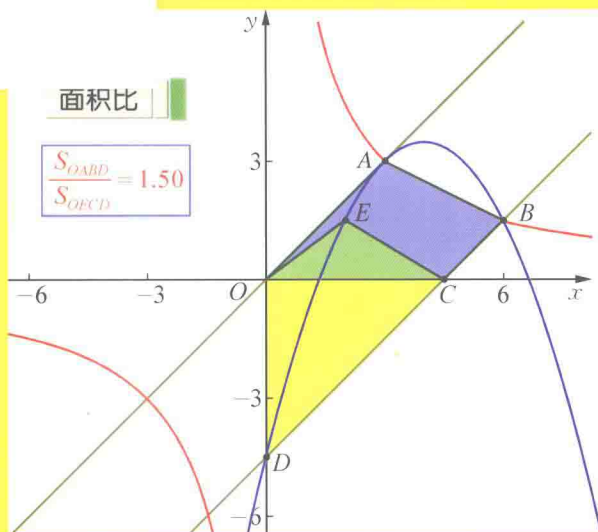
强化训练篇

(修订版)

这里有一群学霸



微信号: tiaozhanyazhoutu



著名上海市
华东师范大学出版社
全国百佳图书出版单位

挑战压轴题

中考数学

强化训练篇

(修订版)

马学斌 编著

图书在版编目(CIP)数据

挑战压轴题. 中考数学. 强化训练篇/马学斌编著. —修订本. —上海: 华东师范大学出版社, 2015. 7
ISBN 978-7-5675-3855-9

I. ①挑… II. ①马… III. ①中学数学课—初中—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 161172 号

挑战压轴题·中考数学:强化训练篇(修订版)

编 著 马学斌
总 策 划 倪 明
项目编辑 徐 平
责任编辑 孔令志
装帧设计 高 山
漫画设计 孙丽莹 胡 艺
责任发行 王 祥

出版发行 华东师范大学出版社
社 址 上海市中山北路 3663 号 邮编 200062
网 址 www.ecnupress.com.cn
电 话 021-60821666 行政传真 021-62572105
客服电话 021-62865537 门市(邮购)电话 021-62869887
地 址 上海市中山北路 3663 号华东师范大学校内先锋路口
网 店 <http://hdsdcbs.tmall.com>

印 刷 者 常熟高专印刷有限公司
开 本 787×1092 16 开
印 张 15.75
字 数 406 千字
版 次 2015 年 8 月第 3 版
印 次 2015 年 8 月第 1 次
印 数 80000
书 号 ISBN 978-7-5675-3855-9/G·8470
定 价 30.00 元

出 版 人 王 焰

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社客服中心调换或电话 021-62865537 联系)

前言

本书是《挑战压轴题·中考数学》系列的第三本,是供冲刺数学高分和满分的同学在最后一个阶段训练用的。

我们把近五年的中考数学试题,采集了 50 份样卷汇总分析压轴题。这 50 份样卷包括全省(市)统一考试的北京、上海、天津、重庆、山西、陕西、河南、河北、江西、安徽等省(市)的试卷,以市为考试单位的江苏、浙江、山东、广东、福建、湖北、湖南、四川、辽宁等省份的部分试卷,还有长春、哈尔滨、兰州、南宁、贵阳、昆明等省会城市的试卷。

中考数学压轴题的灵魂是数形结合,数形结合的精髓是函数,函数的核心是运动变化。中考数学压轴题的共同特点是题目的情景都是动态的,不同的是在图形运动变化的过程中,探究的内容不同,这些内容分为三大类。

第一类为函数图象中点的存在性问题,探究在函数的图象上是否存在符合条件的点。

第二类为图形运动中的函数关系问题,这类压轴题的主要特征是在图形运动变化的过程中,探求两个变量之间的函数关系,并根据实际情况探求函数的定义域。

第三类为图形运动中的计算说理问题,这类压轴题的主要特征是先给出一个图形进行研究,然后研究图形的位置发生变化后结论是否发生变化,进而进行证明。解决这类压轴题的关键是抓住图形运动过程中的数据特征和不变关系,通过计算进行说理。

我们把这三大类的动态题目分为 12 个专题训练,每个专题训练由五个板块组成,【专题攻略】简单介绍这个专题的一般解题步骤和策略;【针对训练】四道题目是根据历年的中考压轴题改编,针对专题内容进行训练;【三年真题】选择四道近三年的中考题供同学们训练;【两年模拟】选择两道近两年的中考模拟题供同学们训练;【自编原创】是我们参考近十年的中考题,编制的一道训练题。

在选择题和填空题中,也有一些动态图形的题目,我们把这些题目分为 9 个专题,提供给同学们训练。

压轴题肯定是有难度的,因此我们在书的后半部分提供了详尽的解答过程,个别题目还提供了多种解法。这个解答过程,保持了《挑战压轴题·中考数学》系列的优势和特点,本书用尽可能多的图形帮助同学们理解题意,同时在题干下的作图区提供必要的备用图,以使读者更方便作辅助线解题。

您在使用本系列图书的过程中,有什么意见和建议,请提供给我们(tzzksxyzt@163.com),以便我们学习和修改。

作者
2015 年 6 月

目 录

第一部分 压轴题强化训练题

- 专题训练一 等腰三角形的存在性问题 / 1
- 专题训练二 相似三角形的存在性问题 / 10
- 专题训练三 直角三角形的存在性问题 / 19
- 专题训练四 平行四边形的存在性问题 / 28
- 专题训练五 梯形的存在性问题 / 37
- 专题训练六 面积的存在性问题 / 46
- 专题训练七 相切的存在性问题 / 55
- 专题训练八 线段和差最值的存在性问题 / 64
- 专题训练九 由比例线段产生的函数关系问题 / 73
- 专题训练十 由面积产生的函数关系问题 / 82
- 专题训练十一 代数计算及通过代数计算进行说理问题 / 91
- 专题训练十二 几何证明及通过几何计算进行说理问题 / 100

第二部分 填空题选择题中的动态图形训练题

- 一、图形的平移 / 109
- 二、图形的翻折 / 112
- 三、图形的旋转 / 115
- 四、三角形 / 118
- 五、四边形 / 121
- 六、圆 / 124
- 七、函数的图象及性质 / 127
- 八、新定义 / 130
- 九、找规律 / 132

参考答案 / 136

专题训练一 等腰三角形的存在性问题

专题攻略

如果 $\triangle ABC$ 是等腰三角形,那么存在 ① $AB = AC$, ② $BA = BC$, ③ $CA = CB$ 三种情况.

已知腰长画等腰三角形用圆规画圆,已知底边画等腰三角形用刻度尺画垂直平分线.

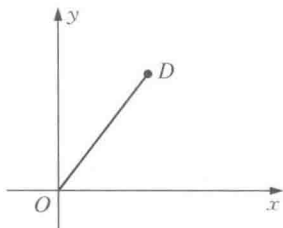
解等腰三角形的存在性问题,有几何法和代数法,把几何法和代数法相结合,可以使得解题又好又快.

几何法一般分三步:分类、画图、计算.

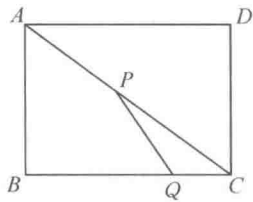
代数法一般也分三步:罗列三边长、分类列方程、解方程并检验.

针对训练

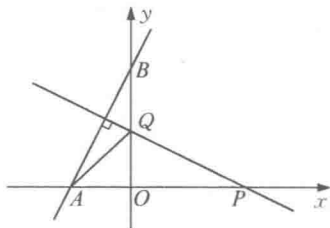
- ① 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,已知点 D 的坐标为 $(3, 4)$,点 P 是 x 轴正半轴上的一个动点,如果 $\triangle DOP$ 是等腰三角形,求点 P 的坐标.



- ② 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 8$,动点 P 以 2 个单位 / 秒的速度从点 A 出发,沿 AC 向点 C 移动,同时动点 Q 以 1 个单位 / 秒的速度从点 C 出发,沿 CB 向点 B 移动,当 P 、 Q 两点中其中一点到达终点时停止运动.在 P 、 Q 两点移动过程中,当 $\triangle PQC$ 为等腰三角形时,求时间 t 的值.

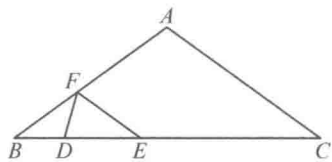


- ③ 如图,直线 $y = 2x + 2$ 与 x 轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 点 P 是 x 轴正半轴上的一个动点, 直线 PQ 与直线 AB 垂直, 交 y 轴于点 Q , 如果 $\triangle APQ$ 是等腰三角形, 求点 P 的坐标.



- ④ 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, $BC = 16$, $DE = 4$. 动线段 DE (端点 D 从点 B 开始) 沿 BC 以每秒 1 个单位长度的速度向点 C 运动, 当端点 E 到达点 C 时运动停止. 过点 E 作 $EF \parallel AC$ 交 AB 于点 F (当点 E 与点 C 重合时, EF 与 CA 重合), 连结 DF , 设运动的时间为 t 秒 ($t \geq 0$).

- (1) 直接写出线段 BE 、 EF 的长 (用含 t 的代数式表示);
 (2) 在整个运动过程中, $\triangle DEF$ 能否为等腰三角形? 若能, 请求出 t 的值; 若不能, 请说明理由.



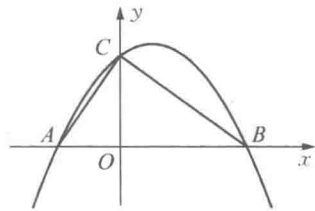
三年真题

⑤ (15 遂宁 25) 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过 $A(-2, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 三点.

(1) 求该抛物线的解析式;

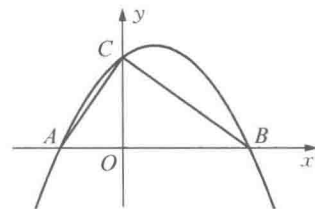
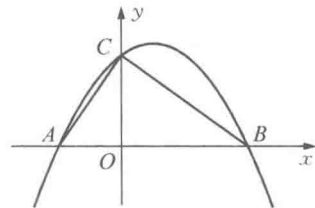
(2) 在 y 轴上是否存在点 M , 使 $\triangle ACM$ 为等腰三角形? 若存在, 请直接写出所有满足要求的点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由;

(3) 若点 $P(t, 0)$ 为线段 AB 上一动点 (不与 A 、 B 重合), 过点 P 作 y 轴的平行线, 记该直线右侧与 $\triangle ABC$ 围成的图形面积为 S , 试确定 S 与 t 的函数关系式.



解答区

作图区

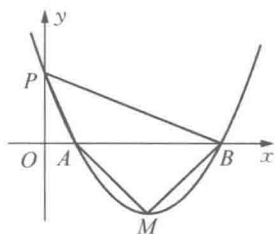


⑥ (15 长沙 26) 如图, 若关于 x 的二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0, c > 0, a, b, c$ 是常数) 的图象与 x 轴交于两个不同的点 $A(x_1, 0)$ 、 $B(x_2, 0)$ ($0 < x_1 < x_2$), 与 y 轴交于点 P , 其图象顶点为 M , 点 O 为坐标原点.

(1) 当 $x_1 = c = 2, a = \frac{1}{3}$ 时, 求 x_2 与 b 的值;

(2) 当 $x_1 = 2c$ 时, 试问 $\triangle ABM$ 能否为等边三角形? 判断并证明你的结论;

(3) 当 $x_1 = mc$ ($m > 0$) 时, 记 $\triangle MAB$ 、 $\triangle PAB$ 的面积分别为 S_1 、 S_2 , 若 $\triangle BPO \sim \triangle PAO$, 且 $S_1 = S_2$, 求 m 的值.



解答区

作图区

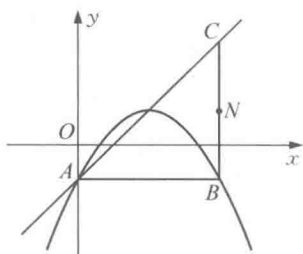
7 (13 成都 28) 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ (b, c 为常数) 的顶点为 P , 等腰直角三角形 ABC 的顶点 A 的坐标为 $(0, -1)$, 点 C 的坐标为 $(4, 3)$, 直角顶点 B 在第四象限.

(1) 如图, 若该抛物线经过 A, B 两点, 求抛物线的函数表达式;

(2) 平移(1)中的抛物线, 使顶点 P 在直线 AC 上滑动, 且与 AC 交于另一点 Q .

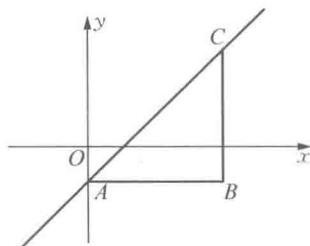
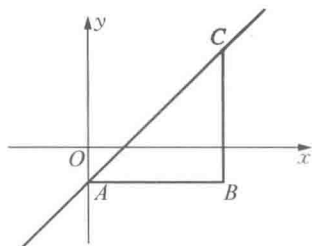
① 若点 M 在直线 AC 下方, 且为平移前(1)中的抛物线上的点, 当以 M, P, Q 为顶点的三角形是等腰直角三角形时, 求出所有符合条件的点 M 的坐标;

② 取 BC 的中点 N , 连结 NP, BQ . 试探究 $\frac{PQ}{NP+BQ}$ 是否存在最大值? 若存在, 求出该最大值; 若不存在, 请说明理由.



解答区

作图区



8 (14 重庆 26) 已知: 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $AD = \frac{20}{3}$, $AE \perp BD$, 垂足为 E . 点 F 是点 E 关于 AB 的对称点, 连结 AF 、 BF .

(1) 求 AE 和 BE 的长;

(2) 若将 $\triangle ABF$ 沿着射线 BD 方向平移, 设平移的距离为 m (平移距离指点 B 沿射线 BD 方向所经过的线段的长度), 当点 F 分别平移到线段 AB 、 AD 上时, 直接写出相应的 m 的值;

(3) 如图 2, 将 $\triangle ABF$ 绕点 B 顺时针旋转一个角 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 记旋转中的 $\triangle ABF$ 为 $\triangle A'B'F'$, 在旋转过程中, 设 $A'F'$ 所在直线与直线 AD 交于点 P , 与直线 BD 交于点 Q . 是否存在这样的 P 、 Q 两点, 使 $\triangle DPQ$ 为等腰三角形? 若存在, 求出此时 DQ 的长; 若不存在, 请说明理由.

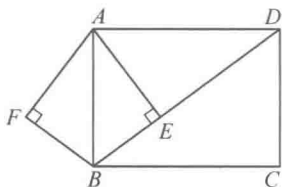


图 1

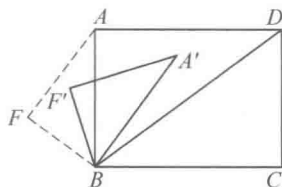
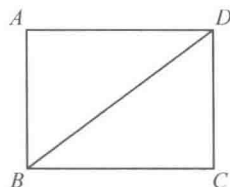
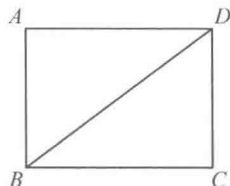
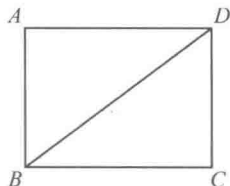


图 2

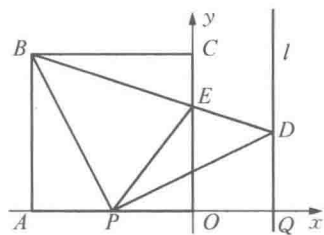
解答区

作图区



两年模拟

9 (2015 年常德市初中毕业学业综合检测第 26 题) 如图, 正方形 $ABCO$ 的边 OA 、 OC 在坐标轴上, 点 B 的坐标为 $(-4, 4)$. 点 P 从点 A 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿 x 轴向点 O 运动; 点 Q 从点 O 同时出发, 以相同的速度沿 x 轴的正方向运动, 规定点 P 到达点 O 时, 点 Q 也停止运动. 连结 BP , 过点 P 作 BP 的垂线, 与过点 Q 平行于 y 轴的直线 l 相交于点 D . BD 与 y 轴交于点 E , 连结 PE . 设点 P 运动的时间为 t (秒).



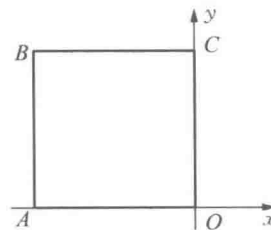
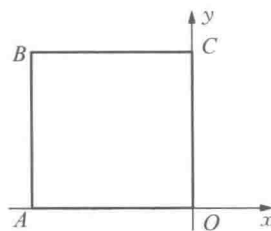
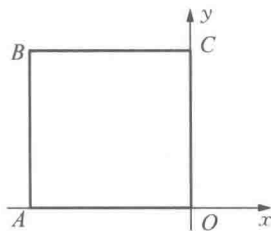
(1) $\angle PBD$ 的度数为 _____, 点 D 的坐标为 _____ (用 t 表示);

(2) 当 t 为何值时, $\triangle PBE$ 为等腰三角形?

(3) 探索 $\triangle POE$ 的周长是否随时间 t 的变化而变化? 若变化, 说明理由; 若不变, 试求这个定值.

解答区

作图区

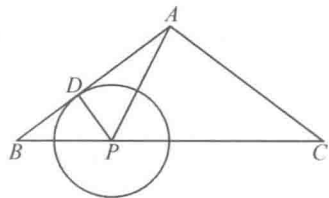


⑩ (2015 年上海交大昂立教育集团中考模拟第 25 题) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, $BC = 16$, 点 P 为 BC 边上的一个动点, 以 P 为圆心的 $\odot P$ 与边 AB 相切于点 D .

(1) 设 $\odot P$ 的半径为 x , PC 的长为 y , 求 y 与 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;

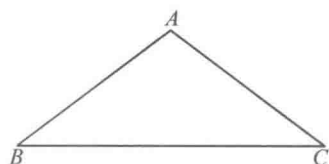
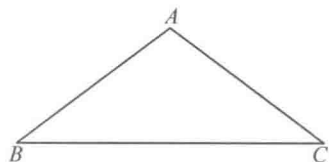
(2) 以 C 为圆心, AC 为半径的圆与 $\odot P$ 外切, 求 $\odot P$ 的半径;

(3) 在点 P 移动的过程中, $\triangle APC$ 如果成为等腰三角形, 求 $\odot P$ 的半径.



解答区

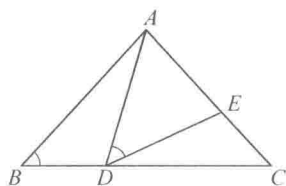
作图区



自编原创

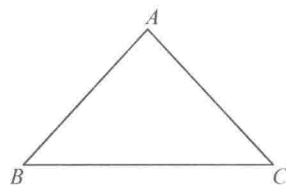
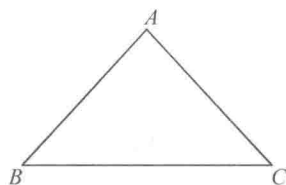
⑪ 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 6$, $BC = 8$, 点 D 是 BC 边上的一个动点, 点 E 在 AC 边上, $\angle ADE = \angle B$. 设 BD 的长为 x , CE 的长为 y .

- (1) 当 D 为 BC 的中点时, 求 CE 的长;
- (2) 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;
- (3) 如果 $\triangle ADE$ 为等腰三角形, 求 x 的值.



解答区

作图区



专题训练二 相似三角形的存在性问题

专题攻略

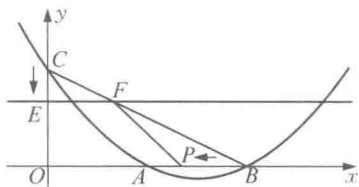
解相似三角形的存在性问题,一般分三个步骤:第一步寻找分类标准,第二步列方程,第三步解方程并验根.

难点在于寻找分类标准,寻找恰当的分类标准,可以使得解的个数不重复不遗漏,也可以使得列方程和解方程又好又快.

一般情况下,寻找一组相等的角,然后根据对应边成比例,分两种情况列方程.

针对训练

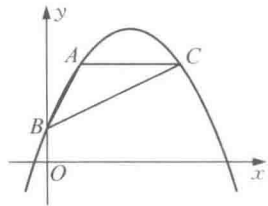
- ① 如图,抛物线 $y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{2}x + 4$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点(A 点在 B 点左侧),与 y 轴交于点 C . 动直线 EF ($EF \parallel x$ 轴)从点 C 出发,以每秒 1 个单位长度的速度沿 y 轴负方向平移,且分别交 y 轴、线段 BC 于 E 、 F 两点,动点 P 同时从点 B 出发,在线段 OB 上以每秒 2 个单位长度的速度向原点 O 运动. 是否存在 t 的值,使得 $\triangle BPF$ 与 $\triangle ABC$ 相似?若存在,试求出 t 的值;若不存在,请说明理由.



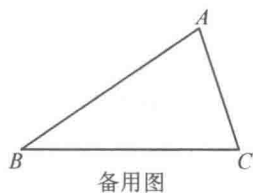
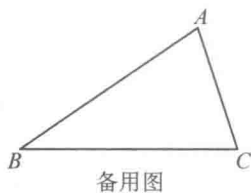
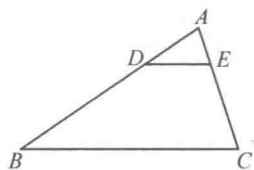
- ② 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$,经过点 $A(1, 3)$ 、 $B(0, 1)$.

(1) 求抛物线的表达式及其顶点坐标;

(2) 过点 A 作 x 轴的平行线交抛物线于另一点 C . 在 y 轴上取一点 P ,使 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 相似,求满足条件的所有 P 点坐标.



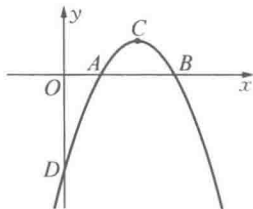
- ③ 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $AC = 3$, $\cos \angle A = \frac{3}{10}$. 点 D 在 AB 边上(点 D 不与点 A 、点 B 重合), 作 $DE \parallel BC$ 交 AC 于点 E . 在 BC 边上是否存在点 F , 使 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似? 若存在, 请求出线段 BF 的长; 若不存在, 请说明理由.



- ④ 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 与 x 轴交于 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 D , 顶点为 C .

(1) 求此抛物线的解析式;

- (2) 在 x 轴下方的抛物线上是否存在点 M , 过 M 作 $MN \perp x$ 轴于点 N , 使以 A 、 M 、 N 为顶点的三角形与 $\triangle BCD$ 相似? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



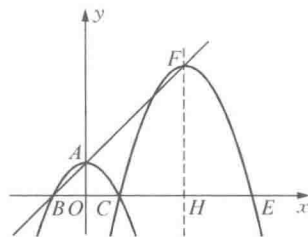
三年真题

5 (15 金华 24) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + c (a \neq 0)$ 与 y 轴交于点 A , 与 x 轴交于 B 、 C 两点 (点 C 在 x 轴正半轴上), $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, 且面积为 4. 现将抛物线沿 BA 方向平移, 平移后的抛物线过点 C 时, 与 x 轴的另一个交点为 E , 其顶点为 F , 对称轴与 x 轴的交点为 H .

(1) 求 a 、 c 的值;

(2) 连结 OF , 试判断 $\triangle OEF$ 是否为等腰三角形, 并说明理由;

(3) 现将一足够大的三角板的直角顶点 Q 放在射线 AF 或射线 HF 上, 一直角边始终过点 E , 另一直角边与 y 轴相交于点 P . 是否存在这样的点 Q , 使以点 P 、 Q 、 E 为顶点的三角形与 $\triangle POE$ 全等? 若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



解答区

作图区

