普通高等教育"十二五"规划教材
工科数学精品丛书
海军院校重点教材

工程数学（上）

第二版

主　编　戴明强　刘子瑞
副主编　任耀峰　王胜兵　金裕红　艾小川

科学出版社

普通高等教育“十二五”规划教材
工科数学精品丛书
海军院校重点教材

工程数学

（上）

（第二版）

主　编　戴明强　刘子瑞
副主编　任耀峰　王胜兵
金裕红　艾小川

科学出版社
北京

版权所有,侵权必究

举报电话:010-64030229;010-64034315;13501151303

内容简介

本书共 6 篇 30 章,分为上、下两册.上册包括线性代数、概率论、数理统计等基本内容,下册包括复变函数、积分变换、数理方程与特殊函数等基本内容.全书选材适当、结构合理,每章有小结、重要词汇中英文对照,在应用性较强的章节后还配有数学实验基础知识,便于教师教学和读者自学.

本书可作为高等学校本科工学、管理学等专业教材,也可作为教研工作者的参考书.

图书在版编目(CIP)数据

工程数学.上/戴明强,刘子瑞主编.—2 版.—北京:科学出版社,2015.7

(工科数学精品丛书)

普通高等教育"十二五"规划教材　海军院校重点教材

ISBN 978-7-03-045209-2

Ⅰ.①工…　Ⅱ.①戴…　②刘…　Ⅲ.①工程数学—高等学校—教材　Ⅳ.①TB11

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 164483 号

责任编辑:王雨舸 / 责任校对:董艳辉

责任印制:高　嵘 / 封面设计:苏　波

科学出版社 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

http://www.sciencep.com

武汉市首壹印务有限公司印刷

科学出版社发行　各地新华书店经销

*

2009 年 8 月第　一　版　开本:787×1092　1/16

2015 年 8 月第　二　版　印张:24 1/4

2015 年 8 月第一次印刷　字数:600 000

定价:48.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

《工科数学精品丛书》序

工科学生毕业多年后时常感言，数学知识很多似乎没有派上用处，但数学训练、数学思想和精神，却无时无刻不在发挥着积极的作用，成为取得成功的最重要因素之一.

数学是一门高度抽象的学科，但是它非人类精神纯粹自由创造和想像，而是源于自然和工程问题. 系统传授数学知识当然是工科数学教学的基本任务与责任，同时，掌握了数学的思想方法和精神实质，就可以由不多的几个公式演绎出千变万化的生动结论，显示出无穷无尽的威力. 工科数学创新教学，增强数学应用背景的讲授，拓宽学生的知识面，了解数学学科在科学研究领域的重要性，为学生打开数学与应用的窗口，等等，能培养学生的创新意识与精神，提高数学思维与素养，真正达到工科数学教学的目的.

工科数学精品教材的编写与成熟，在开放的视野与背景下，得到认同，自然成为纸质教材与数字出版的精品，从而得到广泛认可和使用.

在学会、领导和专家的关怀和指导下，本区域若干所全军重点、一本和省重点高校，其工科数学教材，在科学出版社出版和再版. 10 余年以来，教学和教材理念从素质教育，到分类分层教学改革，到数学思想、方法与创新教育，历经各校几届班子和责任教授的共同努力，逐渐成熟，成为具有较高质量的核心精品.

教材转型与数字出版如火如荼，大趋势赫然在前，教材又重新经历新的考验.《工科数学精品丛书》正是按此理念和要求，直面开放的视野与背景，将改革与创新的成果汇集起来，重新审视和操作，精益求精，以赢得内容先机，修订版和新编教材均是如此.

修订和新编的核心理念，一是体现数学思维，将数学思想和方法（如数学建模）融入教材体系、内容及其应用；二是深化改革与创新，面向开放和数字出版的大平台，赢得先机，营造精品.

《工科数学精品丛书》为工科数学课程教材：高等数学、线性代数、概率论与数理统计、数学建模、数学实验、复变函数与积分变换、数值分析、数学物理方程、离散数学、模糊数学、运筹学等. 上述各课程大多为全军级、海军级优质课程和省部级精品课程，对应教材为相应的一、二级获奖教材.

丛书注重质量，讲究适用和教学实践性，体系相对完整与系统，加强应用性，按照先进、改革与创新等编写原则和基本要求安排教材框架、结构和内容.

丛书具有明确的指导思想：

(1) 遵循高等院校教学指导委员会关于课程的教学基本要求，知识体系相对完整，结构严谨，内容精炼，循序渐进，推理简明，通俗易懂.

(2) 注重教学创新，加强教学知识与内容的应用性，注重数学思想和方法的操作与应用及其实用性. 增强数学应用背景的介绍，拓宽学生的知识面，了解数学学科在科学研究

领域的重要性，为学生打开数学与应用的窗口，培养学生的创新意识与精神，提高数学思维与素养，真正达到工科数学教学的目的.

（3）融入现代数学思想（如数学建模），分别将 Mathematic、Matlab、Sas、Sps 等软件的计算方法，恰当地融入课程教学内容中，培养学生运用数学软件的能力.

（4）强化学生的实验训练和动手能力，可将实验训练作为模块，列入附录，供教学选用或学生自学自练，使用者取舍也方便.

（5）教材章后均列出重要概念的英文词汇，布置若干道英文习题，要求学生用英文求解，以适应教育面向世界的需要，也为双语教学打下基础.

（6）为使学生巩固知识和提高应用能力，章末列出习题，形式多样. 书后配测试题，书末提供解题思路或参考答案.

丛书为科学出版社普通高等教育“十二五”规划教材.

《工科数学精品丛书》编委会

2015 年 1 月

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

前　　言

《工程数学》是继《高等数学》之后的又一门重要的基础课程，它包括线性代数、概率论、数理统计、复变函数、积分变换和数理方程等内容.

本教材曾于 1995 年在海军工程大学内部出版，在使用了五年后进行过一次改编. 2009 年正式出版又经过一次内容有较大幅度调整的改编，在编写过程中，我们吸收了国内外同类教材的优点，并结合多年教学实践的经验，注意了理论知识实际背景的介绍、学科发展历程的叙述和数学应用软件的简介，增强了实用性. 在内容取舍、例题选择、习题配备以及叙述方式上，注意反映教学的特点和要求. 在应用性较强的章节后配备了相应的数学软件知识和程序实例，为同步进行的数学实验打下基础，帮助读者更好地体会数学的工具作用. 重要的词汇给出了中英文对照，留下延伸阅读的接口. 每章后进行了简明扼要的小结，可以帮助读者理清基本内容纲要，并便于教学和自学. 第一版于 2013 年获海军优秀教材一等奖. 第二版的编写融入我们近五年工科数学教学实践的体会，在保留原书基本框架和特色的基础上，主要改编了第三篇第 13 章和第五篇，并根据教学的需要，更新了其余篇章的部分内容、例题和习题.

本书努力打造鲜明的特色，体现如下：

1. 根据教学大纲要求，在整体框架方面，保证了基本概念、基本理论和基本方法的完整. 在具体内容取舍上，则结合教学实际，侧重于工程数学的基本方法，同时又兼顾了理论上的系统性和逻辑上的严谨性.

2. 概念、理论和方法的引入，注重说明它们的实际背景，体现实践、理论、再实践的认识论原则。精心组编的教学内容，由一层知识到另一层知识，力求体现事物的矛盾运动。读者用心读完这套教材，不仅可以学到相关知识和科学思维方式，也能受到严密逻辑的训练.

3. 讲基础联系前沿，讲近代不忘历史. 在介绍工程数学主体知识的同时，注意选择结

合点，用少量的笔墨介绍有关的科学发展的史实，或点缀一下发展前沿的成就，用以开阔读者视野，激发求知欲望。

4. 全书融入编者多年的教学实践经验，在基本知识内容编排上注重读者理解和掌握，在延伸知识编排上注重读者继续学习的需要.

本书的编写大纲由戴明强拟定，戴明强、刘子瑞任主编，任耀峰、王胜兵、金裕红、艾小川任副主编. 全书共 6 篇 30 章，第一篇由戴明强编写，第二篇由任耀峰编写，第三篇由金裕红编写，第四篇由刘子瑞编写，第五篇由艾小川编写，第六篇由王胜兵编写. 全书由戴明强、刘子瑞统稿。

本书被海司院校部列为海军级重点教材，它的出版得到了海军工程大学各级领导和机关的关心和支持. 熊萍、瞿勇、孙慧玲、王玉琢、袁昊劼等同事在教材编写过程中提供了热情的帮助，在此表示衷心的感谢。本书编写参考了大量资料，对于书末所列参考书目的作者们也要表示由衷的敬意和真诚的感谢.

由于编者水平有限，不足之处在所难免，敬请批评指正.

编　者

2015 年 4 月

目　录

第一篇　线性代数

第二篇　概　率　论

第三篇　数 理 统 计

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

第一篇 GONG CHENG SHU XUE

线性代数

线性代数基本上是讨论矩阵理论和与矩阵理论结合的有限维向量空间及其线性变换理论的一门学科.它的主要理论成熟于19世纪,而其第一块基石——二、三元线性方程组的解法,则早在2000年前即见于我国古代数学名著《九章算术》,这使我们引以为豪.

线性代数在数学、力学、物理学和技术科学中有着各种重要的应用,应用的广度和深度因这些学科的发展而不断加强.随着社会与科学的飞速发展,线性代数应用的领域也越来越广泛,如经济学、管理学、社会学、人口学、遗传学、生物学等.因此,线性代数现在还在各代数分支中占据首要地位.不仅如此,该学科体现的几何观念与代数方法之间的联系,从具体概念抽象出来的公理化方法,以及

严谨的逻辑论证和巧妙的归纳综合等，对于强化人们的数学训练，增益科学智能都是非常有用的.

时至今日，多种专业人员都需要学习线性代数还出于这样一个原因：随着科学技术的发展，不仅要研究两个变量之间的关系，更要进一步研究多个变量之间的关系.各种实际问题（不少是多元非线性的问题）大多数情况下可以线性化，而由于电子计算机科学的发展，线性化了的问题又可以计算出来.线性代数正是解决这些问题的有力工具.因此，线性代数是工科大学生应学习的工程数学课程的重要分支，它是工程数学的首要部分.

本篇主要讨论线性代数的基础部分.主要内容有：行列式、矩阵、线性方程组、二次型、线性空间与线性变换等，其中矩阵的理论是贯穿始终的，它不仅是线性代数的理论基础，而且是微分方程、计算方法、离散数学等的计算工具，在其他的技术科学中也有重要的应用.

第1章　行　列　式

在生产实践和科学研究中，许多变量之间的关系可以直接地或近似地表示为线性函数及线性函数的集合，这是一个复杂的数学对象. 在线性代数中，线性方程组的理论是其重要的组成部分，而研究线性方程组需要行列式这一重要工具. 本章的主要内容就是从二阶、三阶行列式出发，重点介绍 n 阶行列式的定义、性质及其计算方法.

1.1　线性方程组与行列式

二阶、三阶行列式与二元、三元线性方程组的公式解是中学代数里学习过的内容，本节引述它的目的是介绍行列式的来源，同时也是为引进 n 阶行列式的概念提供直观背景.

设二元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases} \tag{1.1}$$

用 a_{22} 乘式(1.1)的第一式，再减去 a_{12} 乘式(1.1)的第二式，得

$$(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})x_1=b_1a_{22}-a_{12}b_2$$

当 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\neq 0$ 时，有

$$x_1=\frac{b_1a_{22}-a_{12}b_2}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}$$

同理，用 a_{11} 乘式(1.1)的第二式，用 a_{21} 乘式(1.1)的第一式，然后相减，得

$$(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})x_2=a_{11}b_2-b_1a_{21}$$

当 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\neq 0$ 时，有

$$x_2=\frac{a_{11}b_2-b_1a_{21}}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}$$

故线性方程组(1.1)只要适合条件 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\neq 0$，则其解为

$$\begin{cases} x_1=\dfrac{b_1a_{22}-a_{12}b_2}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}} \\ x_2=\dfrac{a_{11}b_2-b_1a_{21}}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}} \end{cases} \tag{1.2}$$

这就是一般的二元线性方程组(1.1)解的公式. 但式(1.2)不易记忆，应用时也不方便，因而引入新的符号(下面称之为行列式)来表示式(1.2)，这就是行列式的起源.

令

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \tag{1.3}$$

称之为**二阶行列式**(其实算出来就是一个数).它有两行、两列,其中横写的称为**行**,竖写的称为**列**.行列式中的数 a_{ij} 称为行列式的**元素**. a_{ij} 的第一个附标 i 称为**行标**,表示它在第 i 行;第二个附标 j 称为**列标**,表示它在第 j 列.二阶行列式是这样两个项的代数和:一项是从左上角到右下角的对角线(称为**主对角线**)上两个元素的乘积,带正号;另一项是从右上角到左下角的对角线(称为**次对角线**)上两个元素的乘积,带负号.

于是,利用二阶行列式,当式(1.3)即方程组(1.1)的系数行列式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0$$

时,方程组(1.1)的唯一解式(1.2)可以写成

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, \quad x_2 = \frac{D_2}{D} \tag{1.4}$$

其中,$D_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}$, $D_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$.

注意到式(1.4)中两式的分母均为方程组(1.1)的系数行列式 D,而分子 D_1, D_2 分别为方程组(1.1)右边常数列替代所求未知数的系数列所得的行列式,这样,方程组(1.1)的解的公式就整齐易记了.

对于三元线性方程组

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3 \end{cases} \tag{1.5}$$

类似地,采用从三个未知数中消去两个的方法求解,可以得到,当

$$D = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31} \neq 0$$

时,方程组(1.5)有唯一解

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{1}{D}(b_1a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}b_3 + a_{13}b_2a_{32} - b_1a_{23}a_{32} - a_{12}b_2a_{33} - a_{13}a_{22}b_3) \\ x_2 = \dfrac{1}{D}(a_{11}b_2a_{33} + b_1a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}b_3 - a_{11}a_{23}b_3 - b_1a_{21}a_{33} - a_{13}b_2a_{31}) \\ x_3 = \dfrac{1}{D}(a_{11}a_{22}b_3 + a_{12}b_2a_{31} + b_1a_{21}a_{32} - a_{11}b_2a_{32} - a_{12}a_{21}b_3 - b_1a_{22}a_{31}) \end{cases} \tag{1.6}$$

同前面一样,为了便于记忆,引进三阶行列式的概念,令

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31} \tag{1.7}$$

它的 6 个项以及所带的符号可以由一个很简单的规则来说明，这就是所谓的三阶行列式的**对角线规则**（又称为沙流氏规则）：即（图1.1）实线上元素所组成的乘积前加正号，虚线上的元素所组成的乘积前加负号.

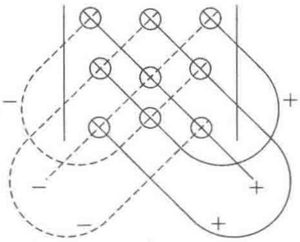

图 1.1 对角线法则示意图

于是，利用三阶行列式，当式(1.7) 即方程组(1.5) 的系数行列式

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0$$

时，方程组(1.5) 的唯一解也能写成与式(1.4) 相仿的简单形式：

$$x_1 = \frac{D_1}{D}, \quad x_2 = \frac{D_2}{D}, \quad x_3 = \frac{D_3}{D} \tag{1.8}$$

其中，D_j $(j=1, 2, 3)$是把 D 的第 j 列（x_j 的系数列）依次换成常数项列 b_1，b_2，b_3 所得到的行列式.

注意到当二元线性方程组(1.1)与三元线性方程组(1.5)存在唯一解时（系数行列式不为零），利用行列式，可把它们的解的表达式从形式上统一起来，而且明显地展示解与系数之间的关系. 这里自然会问：对于 n 个方程的 n 元线性方程组，它的解是否也同样可以用行列式来表示，而且形式上与二元、三元的情况类似呢？答案是肯定的. 这就首先需要将二阶、三阶的行列式概念推广到 n 阶.

1.2 *n* 阶行列式的定义

为了能给出 n 阶行列式的定义，我们要先引入排列及其逆序数的概念.

1. 排列及其逆序数

由 1，2，…，n 组成的有序数组称为一个 ***n* 阶排列**. 例如，132 是一个三阶排列，45312 是一个五阶排列. 事实上，这里所说的 n 阶排列就是我们所熟悉的由 n 个不同元素组成的全排列. 可知，n 阶排列共有 $n!$ 个.

在 $n!$ 个 n 阶排列中，$123\cdots(n-1)n$ 是唯一的一个按自然数顺序排成的排列，称之为**标准排列**. 而在其他的排列中，总会出现较大的数排在较小的数前面的情形，为描述这种情形，下面引入逆序数的概念.

在一个排列中的两个数，如果排在前面的数大于排在后面的数，则称它们构成了一个

逆序.一个排列中所有逆序的总数称为这个排列的**逆序数**.

例如,在排列 231 中,21, 31 都构成逆序,而 23 是顺序,所以排列 231 的逆序数为 2.一般地,设 $p_1p_2\cdots p_n$ 为 n 个自然数 1, 2, …, n 的一个排列.考虑元素 $p_i(i=1, 2, \cdots, n)$,若比 p_i 大且排在 p_i 前面的元素有 t_i 个,就说 p_i 这个元素的逆序数为 t_i.于是,全体元素的逆序数之和

$$t=t_1+t_2+\cdots+t_n=\sum_{i=1}^{n}t_i$$

就是这个排列的逆序数.

例 1.1 求排列 415362 的逆序数.

解 在排列 415362 中,

4 排在首位,其逆序数 t_1 总为 0;

1 的前面比 1 大的数有一个(4),故 $t_2=1$;

5 的前面比 5 大的数有 0 个,故 $t_3=0$;

3 的前面比 3 大的数有 2 个(4, 5),故 $t_4=2$;

6 的前面比 6 大的数有 0 个,故 $t_5=0$;

2 的前面比 2 大的数有 4 个(4, 5, 3, 6),故 $t_6=4$.

于是,这个排列的逆序数为

$$t=\sum_{i=1}^{6}t_i=0+1+0+2+0+4=7$$

在这里,我们关心的是一个排列的逆序数的奇偶性.逆序数为奇数的排列,称为**奇排列**;逆序数为偶数的排列,称为**偶排列**.由此,排列 231 和排列 $123\cdots(n-1)n$ 是偶排列;而排列 415362 是奇排列.

例 1.2 指出所有 6 个三阶排列中,哪些是奇排列?哪些是偶排列?

解 排列 123, 231, 312 的逆序数分别为 0, 2, 2,故均为偶排列;排列 132, 213, 321 的逆序数分别为 1, 1, 3,故均为奇排列.

把一个排列中的某两个数的位置互换,而其余数的位置不变,就得到一个新的排列,这样的一个变换称为**对换**.如果互换位置的两个数是相邻的,则称为**相邻对换**.对换将影响排列的奇偶性.例如,偶排列 2431 经 2 与 3 对换变成奇排列 3421.我们可以得到如下一般性的结论.

定理 1.1 一次对换改变排列的奇偶性.

证 先证相邻对换情形.

设排列 $a_1\cdots a_l a b b_1\cdots b_m$,对换 a 与 b,变成排列 $a_1\cdots a_l b a b_1\cdots b_m$.显然,$a_1, \cdots, a_l$, $b_1, \cdots, b_m$ 这些元素的逆序数经过对换后并不改变,可能改变的只有 a, b 两元素的逆序数:当 $a<b$ 时,经对换后 a 的逆序数增加 1 而 b 的逆序数不变;当 $a>b$ 时,经对换后 a 的逆序数不变而 b 的逆序数减少 1.所以,排列经过一次相邻对换后,其逆序数将增加或减少 1,奇偶性因此改变.

再证一般对换情形.

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com