2016

新编 初中总复习

北京教育科学研究院基础教育教学研究中心 编

数学

SHUXUE

北京出版集团公司
北 京 出 版 社

2016

新编

初中总复习

北京教育科学研究院基础教育教学研究中心　编

数学

北京出版集团公司
北　京　出　版　社

新编初中总复习　数学
XINBIAN CHUZHONG ZONG FUXI　SHUXUE
北京教育科学研究院基础教育教学研究中心　编
*
北京出版集团公司
北　京　出　版　社　出版
（北京北三环中路6号）
邮政编码：100120
网　址：www.bph.com.cn
北京出版集团公司总发行
北京世汉凌云印刷有限公司印刷
*
787毫米×1092毫米　16开本　12.25印张　261千字
2016年1月第1版　2016年1月第1次印刷
ISBN 978-7-200-11817-9
定价：9.25元
质量监督电话：010-58572293　58572393

编写说明

本册《新编初中总复习　数学》是以教育部2001年颁布的《全日制义务教育数学课程标准》（实验稿）为依据，联系本市初中教学实际编写的。本册编写了具体目标、知识概述、例题选讲、基础练习以及自我检测等，既系统精要地梳理了基础知识，又着眼于学习能力的培养和提高。其中，自我检测练习有助于启发学生从不同角度理解和掌握教学内容的重点、难点，帮助学生进行必要的适应性训练，以求使复习收到更好的效果。

《新编初中总复习　数学》供初中数学教师与2016年毕业的初中三年级学生在复习备考中使用。在使用中如遇到问题，请您及时反映给我们。

北京教育科学研究院基础教育教学研究中心

2015年10月

目录

一、数与代数

（一）数与式

1. 实数

具体目标

1. 有理数.

（1）理解有理数的意义，能用数轴上的点表示有理数，会比较有理数的大小.

（2）借助数轴理解相反数和绝对值的意义，会求有理数的倒数、相反数与绝对值.

（3）理解乘方的意义，掌握有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算.

（4）理解有理数的运算律，并能运用运算律简化运算.

（5）能运用有理数的运算解决简单的问题.

（6）能对含有较大数字的信息作出合理的解释和推断.

2. 实数.

（1）了解平方根、算术平方根、立方根的概念，会用根号表示数的平方根、立方根.

（2）了解开方与乘方互为逆运算，会用平方运算求某些非负数的平方根，会用立方运算求某些数的立方根，会用计算器求平方根和立方根.

（3）了解无理数和实数的概念，知道实数与数轴上的点一一对应.

（4）能用有理数估计一个无理数的大致范围.

（5）了解近似数与有效数字的概念，会根据指定的精确度或有效数字的个数，用

四舍五入法求有理数的近似数．在解决实际问题时，能用计算器进行近似计算，并得出符合题目要求的近似结果．

（6）会用科学记数法表示数．

（7）了解二次根式的概念及其加、减、乘、除运算法则，会用它们进行有关实数的简单四则运算．

知识概述

1．实数及其分类．

整数和分数统称有理数．

无限不循环小数叫做无理数．

有理数和无理数统称实数．

实数可以按照下面的方法分类：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\\text{无理数}\begin{cases}\text{正无理数}\\\text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

实数还可以按照下面的方法分类：

$$\text{实数}\begin{cases}\text{正实数}\begin{cases}\text{正有理数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{正分数}\end{cases}\\\text{正无理数}\end{cases}\\\text{零}\\\text{负实数}\begin{cases}\text{负有理数}\begin{cases}\text{负整数}\\\text{负分数}\end{cases}\\\text{负无理数}\end{cases}\end{cases}$$

2．数轴．

规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴．每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示；反过来，数轴上的每一个点都表示一个实数．实数和数轴上的点的这种一一对应的关系是数学中把数和形结合起来的重要基础．

3．相反数．

实数 a 和 $-a$ 叫做互为相反数．零的相反数是零．

一般地，数轴上表示互为相反数的两个点，分别在原点的两旁，并且离原点的距离相等．

两个互为相反数的数的运算特征是它们的和等于零，即如果 a 和 b 互为相反数，

那么 $a+b=0$；反过来，如果 $a+b=0$，那么 a 和 b 互为相反数.

4. 绝对值.

一个实数的绝对值就是数轴上表示这个数的点与原点的距离.

一个正实数的绝对值是它本身；一个负实数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零，即

如果 $a>0$，那么 $|a|=a$；

如果 $a<0$，那么 $|a|=-a$；

如果 $a=0$，那么 $|a|=0$.

从绝对值的定义可以知道，一个实数的绝对值是一个非负数.

5. 实数大小的比较.

在数轴上表示两个数的点，右边的点所表示的数较大.

6. 有理数的运算.

(1) 运算法则（略）.

(2) 运算律：

加法交换律　$a+b=b+a$；

加法结合律　$(a+b)+c=a+(b+c)$；

乘法交换律　$ab=ba$；

乘法结合律　$(ab)c=a(bc)$；

分　配　律　$a(b+c)=ab+ac$.

(3) 运算顺序：

在加、减、乘、除、乘方、开方这六种运算中，加、减是第一级运算，乘、除是第二级运算，乘方、开方是第三级运算. 在没有括号的算式中，首先进行第三级运算，然后进行第二级运算，最后进行第一级运算，也就是先算乘方、开方，再算乘、除，最后算加、减.

算式里如果有括号，先进行括号内的运算.

如果只有同一级运算，从左到右依次运算.

7. 平方根.

如果 $x^2=a$，那么 x 就叫做 a 的平方根（也叫做二次方根）.

正数的平方根有两个，它们互为相反数；零的平方根是零；负数没有平方根.

8. 算术平方根.

正数 a 的正的平方根，叫做 a 的算术平方根. 零的算术平方根是零.

从算术平方根的概念可以知道，算术平方根是非负数.

9. 近似数及有效数字.

近似地表示某一个量准确值的数，叫做这个量准确值的近似数. 一个近似数，四舍五入到哪一位，就说这个近似数精确到哪一位. 这时，从左边第一个不是 0 的数字起，到精确到的数位止，所有的数字都叫这个数的有效数字.

10. 科学记数法.

把一个数记成 $\pm a\times10^{n}$ 的形式（其中 n 是整数，a 是大于或等于 1 而小于 10 的数），称为用科学记数法表示这个数.

11. 二次根式的概念.

式子 $\sqrt{a}(a\geqslant0)$ 叫做二次根式.

12. 最简二次根式和同类二次根式的概念.

最简二次根式是指满足下列条件的二次根式：

（1）被开方数不含分母；

（2）被开方数中不含能开得尽方的因数或因式.

几个二次根式化成最简二次根式以后，如果被开方数相同，这几个二次根式就叫做同类二次根式.

13. 二次根式的主要性质.

$\sqrt{a}(a\geqslant0)$ 是一个非负数；

$(\sqrt{a})^2=a\ (a\geqslant0)$；

$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a\ (a\geqslant0),\\-a\ (a<0);\end{cases}$

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ (a\geqslant0,\ b\geqslant0)$；

$\sqrt{\dfrac{a}{b}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ (a\geqslant0,\ b>0)$.

14. 二次根式的运算.

（1）二次根式的加减.

二次根式相加减，先把各个二次根式化成最简二次根式，再把同类二次根式分别合并.

（2）二次根式的乘除.

二次根式相乘除，把被开方数相乘除，根指数不变.

例题选讲

［例 1］ 在数轴上表示 a、b、c 三个数的点的位置如图1－1所示. 化简：$|a-b|+|a-c|-|b+c|$.

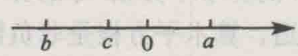

图 1－1

分析 由绝对值的定义我们知道：

如果 $m>0$，那么 $|m|=m$；

如果 $m<0$，那么 $|m|=-m$；

如果 $m=0$，那么 $|m|=0$.

要去掉绝对值符号，首先要弄清 m 的值是正、是负、还是零.

解　由图 1－1 可得 $b<c<0<a$，

$\therefore\quad a-b>0,\ a-c>0,\ b+c<0.$

$\therefore\quad |a-b|+|a-c|-|b+c|$

$=(a-b)+(a-c)-(-b-c)=2a.$

［例 2］　计算：

(1) $-2^3\times0.25-\left[4\div\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times9-40\right]$；

(2) $-\frac{2}{5}+\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{6}+\frac{7}{12}\right)\times(-2.4)$；

(3) $(-2)^8\times25^5$.

解　(1) $-2^3\times0.25-\left[4\div\left(-\frac{2}{3}\right)^2\times9-40\right]$

$=-8\times0.25-\left(4\div\frac{4}{9}\times9-40\right)$

$=-2-\left(4\times\frac{9}{4}\times9-40\right)=-2-(81-40)$

$=-2-41=-43.$

(2) $-\frac{2}{5}+\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{6}+\frac{7}{12}\right)\times(-2.4)$

$=-\frac{2}{5}-1.5+0.4-1.4$

$=-1.5-1.4=-2.9.$

(3) $(-2)^8\times25^5=4^4\times25^4\times25=(4\times25)^4\times25$

$=100^4\times25=2\ 500\ 000\ 000.$

说明　在进行有理数运算时，要注意运算的顺序〔例如，在第 (1) 题中，-2^3 与 $(-2)^3$ 的不同运算顺序和 $4\div\frac{4}{9}\times9$ 的运算顺序〕，要有灵活运用运算律、运算法则和相反数、倒数、0、1 的运算特性的意识，寻求简捷的运算途径.

［例 3］　求144的平方根.

解　144 的平方根为 ±12.

说明　$\sqrt{144}$表示 144 的算术平方根. 求 144 的平方根表示为“$\sqrt{144}=\pm12$”是错误的，应该表示为“$\pm\sqrt{144}=\pm12$”，或用语言叙述也可.

［例 4］　计算：$-\sqrt{3}+\frac{1}{7}-0.484\ 6$.（结果精确到 0.01）

分析 本题既有有限小数，又有分数和无理数，为了计算方便，都应化成小数. 为了保证计算结果精确到 0.01，先将各数用四舍五入法取得精确到 0.001 的近似值，再进行计算.

解 $-\sqrt{3}+\frac{1}{7}-0.4846\approx -1.732+0.143-0.485$

$=-2.074\approx -2.07.$

［例5］ 当 x 为何值时，下列根式有意义？

（1）$-\sqrt{3-2x}$；

（2）$\frac{\sqrt{1-2x}}{x+5}$.

解 （1）$3-2x\geqslant 0$，即 $x\leqslant \frac{3}{2}$.

∴ 当 $x\leqslant \frac{3}{2}$ 时，$-\sqrt{3-2x}$ 有意义.

（2）$1-2x\geqslant 0$，且 $x+5\neq 0$.

∴ 当 $x\leqslant \frac{1}{2}$，且 $x\neq -5$ 时，$\frac{\sqrt{1-2x}}{x+5}$ 有意义.

说明 第（1）题中，根号外的负号与根式是否有意义无关；第（2）题中，因为与分式有关，因此要综合考虑 x 的取值范围.

［例6］ 计算：

（1）$\sqrt{0.5}-\sqrt{24}+2\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{0.125}-\sqrt{6}$；

（2）$(\sqrt{18}+\sqrt{48})(\sqrt{2}-\sqrt{12})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$；

（3）$-6\sqrt{\frac{2a-2b}{c^2}}\div \frac{4}{5}\sqrt{\frac{a-b}{2bc^2}}$.

解 （1）$\sqrt{0.5}-\sqrt{24}+2\sqrt{\frac{1}{3}}+\sqrt{0.125}-\sqrt{6}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{6}+\frac{2\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{2}}{4}-\sqrt{6}$

$=\frac{3\sqrt{2}}{4}+\frac{2\sqrt{3}}{3}-3\sqrt{6}.$

（2）$(\sqrt{18}+\sqrt{48})(\sqrt{2}-\sqrt{12})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$

$=(3\sqrt{2}+4\sqrt{3})(\sqrt{2}-2\sqrt{3})-(2-2\sqrt{6}+3)$

$=6+4\sqrt{6}-6\sqrt{6}-24-5+2\sqrt{6}$

$=-23.$

(3) $-6\sqrt{\dfrac{2a-2b}{c^2}} \div \dfrac{4}{5}\sqrt{\dfrac{a-b}{2bc^2}}$

$= -\left(6\times\dfrac{5}{4}\right)\sqrt{\dfrac{2(a-b)}{c^2}\cdot\dfrac{2bc^2}{a-b}}$

$= -\dfrac{15}{2}\sqrt{4b} = -15\sqrt{b}.$

说明 (1) 在进行二次根式的加减运算时，一般先化成最简二次根式，再合并同类二次根式．在进行二次根式的乘除运算时，一般先进行乘除运算，再化成最简二次根式．无论进行何种运算，最后结果一定要化成最简二次根式的形式．

(2) 在二次根式运算中，要注意根据题目特点，灵活运用二次根式的性质．能够运用乘法公式使运算简捷一些的，可以应用乘法公式．

[例 7] 已知 $x=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$，$y=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$，求 $\dfrac{x+y}{x^2+y^2}$ 的值．

解 $\because\ x=\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}=(\sqrt{2}-1)^2=3-2\sqrt{2}$，

$y=\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}=(\sqrt{2}+1)^2=3+2\sqrt{2}$，

$\therefore\ \dfrac{x+y}{x^2+y^2}=\dfrac{3-2\sqrt{2}+3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})^2+(3+2\sqrt{2})^2}$

$=\dfrac{6}{9-12\sqrt{2}+8+9+12\sqrt{2}+8}=\dfrac{3}{17}.$

[例 8] 在 2008 年北京奥运会国家体育场——“鸟巢”的钢结构工程施工建设中，首次使用了我国科研人员自主研制的强度为460 000 000帕的钢材．将 460 000 000 用科学记数法表示为 ( )

A. 4.6×10^8　　B. 4.6×10^9

C. 0.46×10^9　　D. 46×10^7

分析与解 $460\ 000\ 000=4.6\times10^8$，选 A.

基础练习 1－1

1. 填空题.

(1) 3 的相反数是____，0 的相反数是____.

(2) ____________叫做无理数，如______和______.

(3) 如果 a、b 互为倒数，那么 ab 的值是______.

(4) 如果 a、b 互为相反数，那么 $a+b$ 的值是______.

(5) -5 的绝对值等于______，0 的绝对值等于______.

(6) 已知 $|a|=4$，那么 $a=$______.

(7) $(-3)\times\frac{1}{3}\div\left(-\frac{1}{3}\right)\times3$ 的计算结果为______.

(8) $(-5)^2\times2.4\times(-2^2)$ 的计算结果为______.

(9) 在数轴上表示整数 x 的点到原点的距离大于3，小于6，那么 x 为__________.

(10) 9 的平方根是______.

(11) $\sqrt{16}$的算术平方根是______.

(12) 如果 $a<0$，那么 $\sqrt{a^2}=$______.

(13) 0.079 84 精确到0.001 的近似值为________，保留三个有效数字的近似值为________.

(14) 用科学记数法表示：0.003 2 =________，$-467\ 000=$________.

2. 选择题.

(1) -3 不是 (　　)

A. 有理数　　B. 整数　　C. 自然数　　D. 负有理数

(2) a 的相反数是 a，a 是 (　　)

A. 正数　　B. 负数　　C. 零　　D. 无理数

(3) 一个数等于它倒数的 4 倍，这个数是 (　　)

A. 4　　B. 2　　C. ±4　　D. ±2

(4) 如果 $a>0$，$b<0$，那么 $|a|+|b|$ 等于 (　　)

A. $a+b$　　B. $a-b$　　C. $b-a$　　D. $-a-b$

(5) $-(-2^2)^2$ 的运算结果是 (　　)

A. -8　　B. 8　　C. -16　　D. 16

(6) $\sqrt{(-3)^2}$的值是 (　　)

A. -3　　B. 3　　C. -9　　D. 9

(7) 当 $a<0$ 时，$\dfrac{\sqrt{a^2}+|a|}{a}$的值是 (　　)

A. 2　　B. -2　　C. ±2　　D. 0

(8) 当 $-1<x<2$ 时，$\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(x-2)^2}$ 等于 (　　)

A. $2x$　　B. $-2x$　　C. 4　　D. -4

(9) 0.855 69 精确到千分位的近似值是 (　　)

A. 0.855　　B. 0.856　　C. 0.855 6　　D. 0.855 7

(10) 下列二次根式中，最简二次根式是 (　　)

A. $\sqrt{9x}$　　B. $\sqrt{x^2-3}$　　C. $\sqrt{\dfrac{x-y}{x}}$　　D. $\sqrt{3a^2b}$

(11) $\sqrt{27}$、$\sqrt{\frac{1}{12}}$、$\sqrt{1\frac{1}{2}}$中与$\sqrt{3}$是同类二次根式的有 ( )

A. 0个 B. 1个 C. 2个 D. 3个

(12) 若 $a<0$，则 $|a-\sqrt{a^2}|$ 的值是 ( )

A. 0 B. $-2a$ C. $2a$ D. $2a$ 或 $-2a$

(13) 当 $-1<x<2$ 时，$\sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(x-2)^2}$ 等于 ( )

A. $2x-1$ B. $-2x-1$ C. 3 D. -3

3. 计算.

(1) $-6-\left[\frac{3}{25}-\left(-\frac{4}{5}\right)^2\right]\times(-5)^3$；

(2) $-0.25\div\left(-\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{2}\right)\times(-1)^{10}$.

4. 已知 $(x-2y)^2+|y-3z|=0$，试求$\frac{x+2y+z}{x+y-2z}$的值.

5. 已知$r=5.476$，求半径为r的圆的面积（保留两个有效数字）.

6. 计算.

(1) $5\sqrt{24}-7\sqrt{40}+8\sqrt{150}-\sqrt{54}+\sqrt{1\,000}$；

(2) $5\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{1}{2}\sqrt{20}-\frac{5}{4}\sqrt{\frac{4}{5}}$；

(3) $7a\sqrt{8a}-2a^2\sqrt{\frac{1}{8a}}+7a\sqrt{2a}$；

(4) $\sqrt{2}(\sqrt{32}-2\sqrt{18}+\sqrt{50})$；

(5) $\frac{1}{3}\sqrt{30}\times40\sqrt{\frac{1}{2}}\times\frac{3}{2}\sqrt{2\frac{2}{3}}$；

(6) $(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})$；

(7) $\left(\frac{1-\sqrt{3}}{3}\right)^2+\left(\frac{1+\sqrt{3}}{3}\right)^2$；

(8) $[\sqrt{2}(1+\sqrt{3})]^2-(\sqrt{2}-\sqrt{6})^2$.

7. 先化简再求值 $x\sqrt{\frac{1}{x}}+\sqrt{4y}-\frac{\sqrt{x}}{2}+\frac{1}{y}\sqrt{y^3}$，其中 $x=4$，$y=\frac{1}{9}$.

自我检测（一）

1. 填空题.

(1) -4 的相反数是______，-4 的倒数是______.

(2) $\left|-\dfrac{1}{3}\right|=$______.

(3) 49 的平方根是______.

(4) $\dfrac{4}{9}$的算术平方根是______.

(5) 7.389 6 精确到 0.01 的近似值为______，保留四个有效数字的近似值为______.

(6) 已知$2.468^2\approx 6.091$，那么$24.68^2\approx$______.

2. 选择题.

(1) 如果$\dfrac{1}{3}a+1$与$\dfrac{2a-7}{3}$互为相反数，那么 a 的值为 ( )

A. $\dfrac{4}{3}$ B. 10 C. $-\dfrac{4}{3}$ D. -10

(2) 已知$|x|=3$，$|y|=7$，且$x\cdot y<0$，则$x+y$的绝对值等于 ( )

A. 4 B. ± 4 C. 10 D. ± 10

(3) 下列二次根式中，最简二次根式是 ( )

A. $\sqrt{8x}$ B. $\sqrt{x^2+9}$ C. $\sqrt{\dfrac{x+y}{x}}$ D. $\sqrt{3ab^2}$

3. 计算.

(1) $-2^4+6\div\dfrac{1}{3}\times 3$；

(2) $(-0.25)^{11}\times(-2)^{24}$.

4. 在数轴上表示 a、b 两数的点的位置如图 1－2 所示，表示数 c 的点在原点的左侧. 化简下列式子：

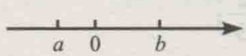

图 1－2

(1) $|a-b|-\sqrt{(c-b)^2}$；

(2) $|a-c|+|a+c|$.

5. 当 x 为正数时，化简$\sqrt{x^2-4x+4}-|x+1|$.

6. 一个长方体的木箱，它的底面是正方形，木箱高 1.25 m，体积为 2.18 m^3，求这个木箱的底面的边长.（精确到 0.1 m）

2. 整式与分式

具体目标

1. 代数式.

(1) 在现实情境中进一步理解用字母表示数的意义.

(2) 能分析简单问题的数量关系，并用代数式表示.

(3) 能解释一些简单代数式的实际背景或几何意义.

(4) 会求代数式的值，能根据特定的问题查阅资料，找到所需要的公式，并会将具体的值代入代数式中进行计算.

2. 整式与分式.

(1) 了解整数指数幂的意义和基本性质.

(2) 了解整式的概念，会进行简单的整式加、减运算；会进行简单的整式乘法运算.

(3) 会推导平方差公式和完全平方公式，了解公式的几何背景，并能进行简单的计算.

(4) 会用提公因式法、公式法进行因式分解.

(5) 了解分式的概念，会利用分式的基本性质进行约分和通分，会进行简单的分式加、减、乘、除运算.

知识概述

1. 代数式的有关概念.

(1) 代数式：用运算（加、减、乘、除、乘方、开方）符号把数或表示数的字母连接而成的式子，叫做代数式.

用数值代替代数式里的字母，计算后所得的结果，叫做代数式的值.

代数式的分类：

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\\text{多项式}\end{cases}\\\text{分式}\end{cases}\\\text{无理式}\end{cases}$$

(2) 有理式：只含有加、减、乘、除、乘方运算（包含数字开方运算）的代数式，叫做有理式.

(3) 整式：没有除法运算或者虽有除法运算但除式里不含字母的有理式叫做整式.

整式包括单项式和多项式.