



博弈论

及其在无线网络中的应用

马忠贵 编著



国防工业出版社

National Defense Industry Press

博弈论

及其在无线通信网络中的应用

马忠贵 编著

国防工业出版社

·北京·

内 容 简 介

本书以博弈论的模型为主线索,系统地介绍了博弈论的基本概念、基本原理和模型,循序渐进地介绍了博弈论技术在无线通信网络分析、设计和优化中的应用。无线通信网络通常会涉及多个用户竞争性(通信时间先后、通信频率、发射功率、通信带宽的竞争等)使用资源,为此需要采用非合作博弈论进行建模。但是,由于用户的自私行为,每个用户都希望能够最大程度满足自己的通信需求,这种无序的竞争反而可能导致网络的整体性能下降,因此,采用合作博弈论设计无线通信网络的资源分配方案能激发用户间的合作,从而达到网络的性能最优化与资源利用率最大化的目的。同时,由于通信信道的时变特性,还需要考虑纳什均衡解的稳定性和时间一致性问题,为此,需要考虑时间连续的动态博弈,即微分博弈。本书从非合作博弈论、合作博弈论和微分博弈三个方面分别进行介绍,并注重理论与实践相结合,每章列举2~3个无线通信网络应用实例,力求对博弈论理论和应用进行精炼,保留实用的部分,使其更加通俗易懂。

本书具有深入浅出,覆盖面广等特点,可作为高等学校通信工程专业、电子信息工程专业高年级本科生以及通信与信息系统、电子与通信工程专业研究生的教材,同时可供从事通信、电子信息领域的科研人员和工程技术人员学习参考。

图书在版编目(CIP)数据

博弈论及其在无线通信网络中的应用/马忠贵编著. —北京:国防工业出版社,2015.2
ISBN 978-7-118-10023-5

I. ①博... II. ①马... III. ①博弈论—应用—无线通信—通信网 IV. ①TN92

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 044918 号

※

国防工业出版社 出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号 邮政编码 100048)

北京嘉恒彩色印刷有限责任公司

新华书店经售

*

开本 710×1000 1/16 印张 16 字数 298 千字

2015 年 2 月第 1 版第 1 次印刷 印数 1—2000 册 定价 69.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)88540777

发行邮购:(010)88540776

发行传真:(010)88540755

发行业务:(010)88540717

前 言

通信技术与网络技术的进步与发展,让我们告别了“飞鸽传书、烽火传信”的传统通信模式,即将跨入“5W”(Whoever、Whenever、Whereever、Whomever、Whatever)的现代通信模式。随着通信技术的飞速发展,在无线和移动应用需求不断增加的情况下,无线通信网络已无处不在。新一代无线通信网络将支持高速接入、交互式多媒体通信、视频会议、实时互联网游戏、电子商务、智能家庭等多种服务。然而,实现上述服务仍存在诸多困难,其中一个主要的困难是在时变的异构网络环境中,如何设计分布式动态算法,确保网络操作的鲁棒性。因此,为了支持新一代无线通信服务,必须要开发高效的算法和机制以确保最优化资源、成本和性能的折中。

博弈论是研究具有竞争或合作性质现象的理论和方法,它既是现代数学的一个新分支,也是运筹学的一个重要学科。博弈论作为一种形式化框架,是研究独立的理性参与者的行为发生直接相互作用(动态交互)时,参与者如何进行决策,以及这种决策如何达到均衡。博弈论最大的特点是能够为相应的博弈过程找到纳什均衡点,有时纳什均衡点也正是最优策略解,这样,博弈论就可以指导和分析无线通信网络中的众多算法设计,使得我们对某些问题的研究找到最优策略。由于无线网络中的用户具有自私性,例如,无线蜂窝网络中的用户倾向于最大化自己的性能,但这种最大化会影响网络中其他用户,这样就会形成竞争性场景,与此同时,在一些场景中,无线网络中的用户又需要进行合作以提高网络的总体性能。这些场景激发了许多研究人员和工程师,采用博弈论的理论与模型对无线通信网络中的竞争与合作进行建模。在这种情况下,博弈论被用于解决无线通信网络中的许多协议设计问题,如通信网资源分配、功率控制、接入控制、分组传输控制、协作中继通信、波束形成等。

本书将飞速发展的无线通信网络技术同博弈论的基本原理结合起来,立足于技术前沿,全面介绍了博弈论的基本概念、基本原理和模型,循序渐进地介绍了博弈论技术在无线通信网络分析、设计和优化中的应用。全书共分四篇,总计11章。

第一篇包括第1章和第2章,介绍博弈论的基础理论,作为正式介绍博弈论之前的一个导论。第1章首先给出博弈论的定义,指出其与决策论的本质区别;然后详细介绍了博弈的组成元素(包括参与者、行动、信息、策略、支付、理性、目标、行

动顺序、结果、均衡)、博弈论的几种分类方法,本书按照非合作博弈论(第3章-第6章)、合作博弈论(第7章、第8章)、微分博弈(第9章-第11章)三个部分展开论述;最后简要介绍了博弈论的总体研究现状和在无线通信领域的研究现状和进展。第2章围绕博弈论涉及的三类数学工具:集合论、静态最优化理论和动态最优化理论展开介绍,重点介绍了最优化问题解的存在性与唯一性议题,是后面章节的理论基石。

第二篇介绍非合作博弈论。非合作博弈是指博弈参与者最大限度地利用游戏规则,最大化自己的利益。即以参与者个体的利益为中心,研究多位参与者如何在利益相互影响甚至竞争的情况下做出最有利于自己的决策,是一个策略选择问题。非合作博弈是博弈论的最重要的分支之一,主要介绍博弈的概念和基本元素、完全信息静态博弈、完全信息动态博弈、不完全信息静态博弈、不完全信息动态博弈,以及这些博弈模型在无线通信网络中的应用。第3章主要介绍完全信息静态博弈。首先给出策略型博弈的概念和表示;然后,介绍策略型博弈的几种均衡的概念,包括占优策略均衡、重复剔除的占优策略均衡、纳什均衡以及混合策略纳什均衡;其次,介绍几种特殊类型的非合作博弈,包括势博弈和超模博弈;最后给出古诺双寡头竞争模型、认知无线网络自适应功率控制、OFDMA无线多跳中继网络上行链路资源分配3个应用实例。第4章主要介绍完全信息动态博弈,将参与者的行动次序引入博弈模型之中,并对不同行动次序对博弈均衡的影响做出评估。首先,介绍扩展型博弈的概念及其博弈树的构造方法;然后介绍子博弈精炼纳什均衡及其逆向归纳法的求解过程;其次,介绍无限次重复博弈的无名氏定理,通过无限次重复博弈子博弈精炼纳什均衡的推导可以更清晰地把握动态策略的特征与求解方法;最后给出斯坦克尔伯的寡头竞争模型和基于重复博弈的P2P网络资源共享模型两个应用实例。第5章主要介绍不完全信息静态博弈。首先,给出不完全信息静态博弈的概念及其海萨尼转换,给出不完全信息博弈问题的建模方式——贝叶斯博弈;其次,介绍贝叶斯—纳什均衡的概念;接着介绍拍卖与机制设计理论;最后给出不完全信息的古诺寡头竞争模型和认知无线电MAC层信道接入的两个应用实例。第6章主要介绍不完全信息动态博弈。首先给出了精炼贝叶斯—纳什均衡的概念,与贝叶斯—纳什均衡相比,增加了信念修正以及修正的背景下的均衡的概念;其次,介绍信号博弈,信号博弈是一个特殊的不完全信息动态博弈,信号博弈模型中需要把握信号发送集合、行动集合以及信号对行动策略的影响机制,掌握不同类型均衡的存在条件和求解方法对于理解不完全信息动态博弈方面的理论很重要;最后,给出二阶信号博弈和基于信号博弈的分布式功率控制模型两个应用实例。

第三篇介绍合作博弈论。具体来说,博弈论中对于“合作”的研究可以分为三部分:①如果事先可以达成有约束力的承诺和合约时,使用合作博弈方法,这种合作博弈不考虑参与者之间合作的具体细节,而专注于合作的结果。②如果事先无

法达成有约束力的承诺或者合约,或者达成合约的成本过高时,使用能够实现合作结果的非合作方法,如讨价还价博弈(Bargaining Games),这类博弈专注于分析合作达成的具体过程。③无限次重复动态博弈,即参与者之间长期重复进行博弈。例如囚徒困境进行无限多次非合作博弈,仍可达到合作的结果。事实上,无限次重复博弈(已在第4章介绍)和讨价还价博弈(第7章)都是达成合作博弈解的非合作方法。研究动态合作的微分博弈和随机微分博弈的解法相对复杂,将放在第三篇进行介绍。第7章主要介绍讨价还价博弈,这是不可转移效用博弈的一类博弈,其核心问题就是通过威慑对方而形成有约束力的合约,并在该合约的约束下最大化自己的效用。首先,给出讨价还价问题及其特点,论述参与者合作的可能性;其次,介绍鲁宾斯坦提出的轮流出价的讨价还价博弈模型,并以有限次和无限次博弈的情形分别讨论了子博弈精炼纳什均衡,并在此基础上,采用一种通用的合作博弈(也称联盟博弈)的方法对讨价还价的解加以讨论,介绍纳什讨价还价解,并论述纳什讨价还价解的存在性和唯一性;最后,给出认知无线电频谱共享和未充分使用的频谱定价算法两个应用实例。第8章主要介绍联盟型合作博弈。对于这类合作博弈,不讨论理性的参与者如何达成合作的过程,而主要研究博弈参与者如何形成合作联盟,以及分析达成合作的各参与者如何分配由于合作而带来的额外利益。首先,介绍了联盟型合作博弈的概念及表示,引入了特征函数的概念,特征函数的性质决定合作博弈的特征;其次,介绍了联盟型合作博弈的各种类型的解:分配、核、核仁、夏普利值;最后,给出合作波束的形成和平均远场波束方向图两个应用实例。

第四篇介绍微分博弈,微分博弈是指时间不间断的动态博弈。对于任何一个博弈,如果博弈的其中一位参与者在某时间点的行动依赖于在他之前的行动,那么,该博弈便是一个动态博弈。本篇内容包括微分博弈理论基础、确定型微分博弈、合作微分博弈和随机微分博弈的理论及其在无线通信网络中的应用。第9章主要介绍确定型微分博弈。首先,介绍有限时域微分博弈和无穷时域微分博弈的概念和模型;然后,介绍有限时域确定型微分博弈的三种纳什均衡解(开环纳什均衡、闭环纳什均衡和反馈纳什均衡);其次,介绍无穷时域微分博弈的纳什均衡解,无穷时域微分博弈具有良好的特性,其控制策略不显式地包含时间变量,属于自治问题,其解的复杂性极大地降低;最后,给出基于确定型微分博弈的认知无线网络动态频谱管理模型和认知Ad Hoc网络中基于链路稳定性的多径路由流量分配两个应用实例。第10章主要介绍合作微分博弈。首先,给出特征函数型合作微分博弈的模型,与非合作微分博弈模型相比,它是最大化总联盟的总支付;然后,给出合作微分博弈解的概念,并给出 n 人合作微分博弈的六步骤求解过程;最后给出基于合作微分博弈的认知无线网络动态频谱分配建模和基于合作微分博弈的移动Ad Hoc网络速率分配两个应用实例。第11章主要介绍随机微分博弈。相对于确定

型微分博弈而言,随机微分博弈不仅要考虑时间的动态演变性,还需要考虑元素的随机性,因此其求解方法较为困难。首先,介绍有限时域随机微分博弈的模型和反馈纳什均衡解;其次,介绍了无穷时域随机微分博弈的模型和反馈纳什均衡解;最后,给出一个基于非合作随机微分博弈的动态频谱接入模型。

本书采用博弈论基本理论与实际应用相结合的原则,在注重理论性、系统性、科学性的同时,兼顾培养读者的自主创新学习能力。对博弈论及其在无线通信网络中的应用进行细致、全面的剖析,反映了通信发展的趋势和规律,对抽象复杂知识的介绍通俗易懂,深入浅出。

2007年11月底,由北京科技大学的周贤伟教授组织的“随机微分博弈”研讨班正式开课,参加人员包括北京科技大学通信工程系的部分老师和部分博士研究生,共同学习了由杨荣基和彼得罗相编写的《Cooperative Stochastic Differential Games》专著,感谢这个团队带我迈入了博弈论的大门。从2008年9月开始一直到现在,本人每年秋季学期为博士生讲授“合作微分博弈及其在通信中的应用”这门课程,取得了良好的教学效果,特别是林琳、王小波、张龙、苗许娜、武晓博、程志密、郭继文、许海涛、胡佳慧等博士在微分博弈方面做出了许多卓有成效的工作,感谢与你们一起讨论、一起成长。感谢罗峰、付歆鑫、陈桂梅、班莎和陈林旗硕士帮助整理了部分书稿。在本书的撰写过程中,曾得到北京科技大学的相关领导、同事、朋友以及我的家人的大力支持与帮助,并参考了林琳和苗许娜的部分工作,在此一并表示衷心的感谢!

本书得到国家自然科学基金以及“北京科技大学研究生教育发展基金”项目的资助,特此致谢!感谢国防工业出版社电子信息编辑部陈洁编审的支持与帮助。

本书在编写过程中,参考了大量博弈论相关的技术资料,在此向资料的作者表示感谢。由于水平有限,书中不妥之处恳请专家和广大读者批评指正。

马忠贵

2014年10月于北京

目 录

第一篇 博弈论概述

第 1 章 绪论	2
1.1 博弈论的定义	2
1.2 博弈的基本元素	3
1.3 博弈论的分类	9
1.3.1 静态博弈和动态博弈	9
1.3.2 完全信息博弈和不完全信息博弈	10
1.3.3 非合作博弈和合作博弈	10
1.3.4 零和/非零和博弈	11
1.3.5 确定性微分博弈和随机微分博弈	12
1.4 博弈论的研究现状	12
1.4.1 博弈论的总体研究进展	12
1.4.2 博弈论在无线通信领域的研究进展	15
第 2 章 数学基础	20
2.1 集合与函数	20
2.2 最优化理论	23
2.2.1 静态最优化	24
2.2.2 动态最优化	25
2.3 经典变分法	26
2.3.1 泛函与变分的定义	27
2.3.2 泛函的极值	28
2.3.3 泛函极值的变分原理	29
2.4 动态规划	31
2.4.1 有限时域动态最优化问题	31
2.4.2 无穷时域动态最优化问题	32

2.5	最大值原理	33
2.6	随机最优控制	35
2.6.1	伊藤(Itô)公式	35
2.6.2	有限时域随机最优控制问题	37
2.6.3	无穷时域随机最优控制问题	38

第二篇 非合作博弈论

第3章	完全信息静态博弈	41
3.1	策略型博弈	41
3.1.1	策略型博弈的表示	41
3.1.2	策略型博弈的应用	42
3.2	占优策略均衡	44
3.2.1	占优策略	44
3.2.2	占优策略均衡的定义	45
3.2.3	占优策略均衡的应用	45
3.3	重复剔除的占优策略均衡	46
3.3.1	重复剔除的占优策略均衡的定义	46
3.3.2	重复剔除的占优策略均衡的求解思路	46
3.3.3	重复剔除的占优策略均衡的应用	47
3.4	纳什均衡	48
3.4.1	纳什均衡的定义	48
3.4.2	纳什均衡的求解思路	49
3.4.3	混合策略纳什均衡	50
3.4.4	纳什均衡的性质	53
3.4.5	不同均衡概念之间的关系	54
3.5	几种特殊类型的非合作博弈	54
3.5.1	势博弈	55
3.5.2	超模博弈	57
3.6	应用举例	60
3.6.1	古诺双寡头竞争模型	60
3.6.2	认知无线网络自适应功率控制	62

3.6.3	OFDMA 无线多跳中继网络上行链路资源分配	72
第4章	完全信息动态博弈	81
4.1	扩展型博弈	81
4.1.1	扩展型博弈的构成	81
4.1.2	博弈树	82
4.2	子博弈精炼纳什均衡	85
4.2.1	扩展型博弈的纳什均衡	85
4.2.2	子博弈精炼纳什均衡	87
4.2.3	用逆向归纳法求子博弈精炼纳什均衡	88
4.2.4	承诺行动与子博弈精炼纳什均衡	90
4.2.5	逆向归纳法与子博弈精炼纳什均衡的存在问题	91
4.3	重复博弈	92
4.3.1	有限次重复博弈	93
4.3.2	无限次重复博弈	94
4.4	应用举例	97
4.4.1	斯坦克尔伯寡头竞争模型	97
4.4.2	斯坦克尔伯寡头竞争模型与古诺模型的对比分析	99
4.4.3	基于重复博弈的 P2P 网络资源共享模型	100
第5章	不完全信息静态博弈	105
5.1	不完全信息静态博弈的基本概念	105
5.2	海萨尼转换	107
5.2.1	类型	107
5.2.2	概率模型	108
5.2.3	海萨尼转换	109
5.3	贝叶斯—纳什均衡	111
5.4	拍卖与机制设计	112
5.4.1	常见的拍卖方式	112
5.4.2	一级与二级密封价格拍卖的均衡解	114
5.4.3	最优拍卖机制设计	117
5.5	应用举例	130
5.5.1	不完全信息的古诺寡头竞争模型	130
5.5.2	认知无线电 MAC 层信道接入	132
第6章	不完全信息动态博弈	137
6.1	精炼贝叶斯—纳什均衡	137

6.1.1	基本思路	138
6.1.2	贝叶斯法则	141
6.1.3	精炼贝叶斯—纳什均衡	141
6.2	信号博弈	144
6.3	两阶段信誉博弈	146
6.4	基于信号博弈的分布式功率控制	148
6.4.1	网络形式化建模	148
6.4.2	基于信号博弈的分布式功率控制算法	149

第三篇 合作博弈论

第7章	讨价还价博弈	152
7.1	讨价还价问题	152
7.2	二人轮流出价 的讨价还价博弈模型	153
7.2.1	有限次博弈的情形	154
7.2.2	无限次博弈与鲁宾斯坦定理	155
7.3	纳什讨价还价解	156
7.3.1	博弈论框架下的二人讨价还价问题	157
7.3.2	纳什讨价还价解	157
7.4	讨价还价博弈在认知无线电频谱共享中的应用	160
7.4.1	频谱共享的系统模型	160
7.4.2	频谱共享的讨价还价博弈模型	161
7.5	未充分使用的频谱定价算法	163
7.5.1	频谱交易系统模型	163
7.5.2	频谱交易博弈模型	164
7.5.3	仿真分析	165
第8章	联盟型合作博弈	168
8.1	无线通信网络中的合作	169
8.2	合作博弈的概念及其表示	172
8.3	分配	176
8.3.1	分配方案	176
8.3.2	优越关系	177

8.4	核	177
8.4.1	核的特征	177
8.4.2	核的求解	178
8.4.3	空核与核的存在性	179
8.5	核仁	180
8.6	夏普利值	181
8.7	应用	182
8.7.1	合作波束的形成	183
8.7.2	平均远场波束方向图	184

第四篇 微分博弈

第9章	确定型微分博弈	188
9.1	微分博弈的概念和模型	188
9.2	确定型微分博弈的纳什均衡解	190
9.2.1	纳什均衡的定义	190
9.2.2	开环纳什均衡	191
9.2.3	闭环纳什均衡	193
9.2.4	反馈纳什均衡	194
9.3	无穷时域微分博弈的纳什均衡解	195
9.4	基于确定型微分博弈的认知无线网络动态频谱管理模型	197
9.4.1	动态频谱管理形式化模型	197
9.4.2	模型求解	198
9.4.3	仿真分析	200
9.5	认知 Ad Hoc 网络中基于链路稳定性的多径路由流量分配	201
9.5.1	认知 Ad Hoc 网络模型	201
9.5.2	无穷时域微分博弈建模	202
9.5.3	基于链路稳定性的流量分配方案	203
9.5.4	仿真分析	204
第10章	合作微分博弈	207
10.1	n 人合作微分博弈模型及其解	207
10.1.1	n 人合作微分博弈模型	207

10.1.2	解的分配	209
10.2	n 人合作微分博弈的求解过程	211
10.3	基于合作微分博弈的认知无线网络动态频谱分配建模	213
10.3.1	动态频谱分配的形式化模型	214
10.3.2	模型求解	215
10.4	基于合作微分博弈的移动 Ad Hoc 网络速率分配	219
10.4.1	形式化建模	220
10.4.2	合作微分博弈算法求解	221
10.4.3	模拟实验与结果分析	223
第 11 章	随机微分博弈	227
11.1	有限时域随机微分博弈	227
11.1.1	有限时域随机微分博弈模型	227
11.1.2	有限时域随机微分博弈的纳什均衡解	228
11.2	无穷时域随机微分博弈	229
11.2.1	无穷时域随机微分博弈模型	229
11.2.2	无穷时域随机微分博弈的纳什均衡解	229
11.3	基于非合作随机微分博弈的动态频谱接入模型	229
11.3.1	动态频谱接入形式化建模	230
11.3.2	基于随机微分博弈的动态频谱接入模型	230
11.3.3	仿真分析	232
参考文献		235

第一篇

博弈论概述

- 第 1 章 绪论
- 第 2 章 数学基础

第1章 绪 论

“田忌赛马”的故事在中国妇孺皆知,说的是战国时期齐威王和大将田忌赛马,参赛的马被分成上中下三等,齐王的马在每一等级上都比田忌的马好。齐王原本是稳操胜券的,但军师孙臧给田忌出了个主意,要田忌用下等马输给齐王的上等马,然后用上等马和中等马分别赢了齐王的中等马和下等马,三局两胜,最后是处在劣势的田忌赢了齐威王。这中间包含的道理就是“博弈论”。

军事、经济、政治乃至社会的各个领域都充满着冲突与竞争,博弈论无疑是解决这些冲突与竞争问题的有力工具。博弈论最大的特点是能够为相应的博弈过程找到纳什均衡点,有时纳什均衡点也正是最优策略解,这样,博弈论就可以指导和分析无线通信网络的众多算法设计,使得我们对某些问题的研究找到最优策略。

本章主要内容包括:首先,给出博弈论的定义,指出其与决策论的本质区别。然后,详细介绍博弈的组成元素(包括参与者、行动、信息、策略、支付、理性、目标、行动顺序、结果、均衡),希望读者认真领会每个元素的基本含义,为后面章节的学习打下坚实的基础。其次,介绍博弈论的几种分类方法,本书按照非合作博弈论(第3章~第6章)、合作博弈论(第7章、第8章)、微分博弈(第9章~第11章)三个部分展开论述。最后,简要介绍博弈论的总体研究现状和在无线通信领域的研究现状和进展。

1.1 博弈论的定义

利益冲突与竞争是人类社会永恒的主题,即使是在所谓的“双赢”状态下,也依然存在着谁赢多、谁赢少的矛盾。在人与人之间存在着利益冲突与竞争时,参与者所进行的行为选择,我们称为“博弈”。而“博弈论”正是运用现代的数学模型来研究博弈行为的理论。

博弈论(Game Theory)^[1]也称“对策论”或“赛局理论”,而在我国台湾地区则翻译为“游戏理论”,至今仍无一个统一的确切定义。1994年的诺贝尔奖获得者海萨尼(Harsanyi)对博弈论的论述为:博弈论是关于策略相互作用的理论^[2]。就是说,它是关于社会局势中理性行为的理论,其中每个参与者对自己行动的选择必须以他对其他参与者反应的判断为基础。2005年的诺贝尔奖获得者奥曼(Aumann)将博弈论称为“相互有影响的决策论”^[3]。罗伯特(Robert Gibbons)所著的著名教

材《博弈论基础》称:博弈论是研究多人决策问题的理论^[4]。而国外不少著名的教材未给出博弈论的定义,可见,要给出博弈论完整准确的定义是困难的。

博弈论是研究若干决策主体之间的动态交互过程。这些决策主体也称为决策者(Decision Makers)、参与者或局中人(Players)、主体(Agents)等。本书为了叙述上的一致性,统一将决策主体称为参与者。在总结前人工作的基础上,我们给出博弈论的定义:研究参与者的行为发生直接相互作用(动态交互)时,他们如何进行决策,以及这种决策如何达到均衡。所谓动态交互,通常是指博弈中的任何一个参与者受到其他参与者的行为的影响,反过来,他的行为也影响到其他参与者。由于这种相互影响,博弈的结果依赖于每一个参与者的决策,没有一位参与者能完全地控制所要发生的事情,也没有一位参与者处于孤独的状态。由于参与者的相互影响,博弈中一位理性的参与者必定建立在预测其他参与者的反应之上。一位参与者将自己置身于其他参与者的位置并为他着想从而预测其他参与者将选择的行动。博弈论刻画的是参与者之间的直接互动,而非间接互动。在这个基础上该参与者决定自己最理想的行动,这就是博弈论方法的本质与精髓。博弈论是研究具有冲突或竞争性质现象的数学理论和方法,它既是现代应用数学的一个新分支,也是运筹学的一个重要学科^[5]。

对博弈论概念的理解,需要注意以下两点。

(1) 博弈论可以看作是多人决策理论,即是两位或两位以上参与者之间的决策理论。而决策论一般是单人决策,因此也可以说博弈论是决策论的拓展,它更能反映人类经济和社会活动的本质特点。用一个形象的例子可以说明博弈论与单人决策论之间的区别:石匠的决策(单人决策论)与拳击手的决策(博弈论)。

(2) 理性人假设。理性人是指一个很好定义的偏好,在面临给定的约束条件下最大化自己的偏好。那就是每个参与者在决定采取哪种行动时,不但要根据自身的利益和目的行事,而且要考虑到他的决策行为对其他参与者可能的影响,通过选择最佳行动计划,来寻求收益或效用的最大化。

人生是永不停歇的博弈过程,通过博弈策略达到合意的结果。作为博弈者个人而言,最佳策略是最大限度地利用游戏规则,最大化自己的利益;而作为社会最佳策略,是通过规则使社会整体福利增加。博弈论不但在理论界中光彩夺目,而且在经济、社会、军事、政治、管理、环境、信息科学、人工智能、生物学等领域受到了人们更大的关注,也得到了广泛的应用。

1.2 博弈的基本元素

博弈的基本元素包括:参与者(Player)、行动(Action)、信息(Information)、策略(Strategy)、支付(或报酬,Payoff)、理性(Rationality)、目标(Objective)、行动顺序

(Order of Play)、结果(Outcome)和均衡(Equilibrium)。博弈是由这些元素所组成的决策情况,当中每个元素都必须清楚明确,下面给出这些元素的精确定义。

1. 参与者

参与者也称局中人,是指博弈中选择行动以最大化自己效用的决策主体,本书统一使用参与者。参与者可以是自然人,也可以是各种社会组织,如企业、政府、社团等,在一些应用中也可能是生物等其他主体。我们称由两位参与者组成的博弈为二人博弈,而由 n 位参与者组成的博弈称为 n 人博弈。在博弈论里,我们常用 $\Gamma = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示一个 n 人博弈的所有参与者的集合,用 $i \in \Gamma$ 代表博弈中的任何一位参与者,即代表一位任意的参与者。为了讨论的方便,将某位参与者 i 之外的其他参与者称为“ i 的对手”,记为 $-i$ 。一般来说,博弈的参与者定义为理性的。

为了分析问题的方便,引入“自然”作为虚拟参与者,它往往表示一种博弈面临的环境或外生条件,用 N 表示。自然没有自己的支付和目标函数(所有结果对它是无差异的),参与者决策的后果依赖于自然的选择。在不完全信息博弈中,自然选择参与者的类型。

2. 行动

行动是指参与者在一定的时间点上的决策变量。在一个 n 人博弈中,用 $a_i \in A_i$ 表示第 i 位参与者的一个特定的行动,而 A_i 则表示他在整个博弈里可以采取的全部行动的集合,这个集合又称为行动集。行动的顺序对于博弈的结果是非常重要的,事实上,不同的行动顺序意味着不同的博弈。在博弈论中,一般假设参与者的行动空间和行动顺序是所有参与者的共同知识。

3. 信息

信息是参与者所具有的有关博弈的所有知识,如有关其他参与者行动或策略的知识、有关参与者支付的知识等。在博弈论里,常常通过信息集来描述信息。信息集可以理解参与者于特定的时间点上有关不同的变量值的知识,信息集内的元素是参与者认为可能的不同值。在一个博弈中,如果每位参与者的信息集都只包含一个值,那么便称为完美信息;反之,则称为不完美信息。我们称一个信息为共同知识,当且仅当,这个信息是所有参与者都知道的,而每位参与者都知道所有参与者都知道的,且如此直到无穷。我们称一个博弈拥有完全信息,当且仅当,每位参与者的类型、策略空间和支付函数等都是共同知识;反之,则称为不完全信息。因此,一个不完全信息的博弈必定是不完美的;而一个不完美信息的博弈却未必是不完全的。参与者在博弈中所享有的信息量对于博弈的结果有着重大的影响,博弈中的信息对称程度(或不对称程度)也决定着博弈的特征和结果。

4. 策略

策略与行动是十分相似的两个概念,策略可以分为纯策略和混合策略。纯策略是参与者在给定信息集的情况下选择行动的一种规则,它规定参与者在什么情