各类成人高等学校招生考试指导丛书

数学

（文史类）

新时代出版社

各类成人高等学校招生考试指导丛书

数　学

（文史类）

殷慧中　杨振英　编

新时代出版社

内 容 简 介

本书是根据教育部制定的《一九八五年全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》规定的复习范围和复习要求，参考全日制普通中学通用教材、职工高中统编教材编写的。内容包括"函数"、"三角函数"两章。每章分为若干单元，每单元包括基础知识、学习方法指导，自测题和答案或提示几个部分。其中着重介绍了本单元的重点、难点及学习方法。

本书除供各类成人高等学校招生复习用外，也可供成人高中学员、在校初高中学生、教师和教研人员学习、参考。

各类成人高等学校招生考试指导丛书

数　学

(文史类)

殷慧中　杨振英　编

新时代出版社出版　新华书店北京发行所发行

铁道部工程指挥部印刷厂

787×1092毫米　32开本　7.375印张　162千字

1985年10月第1版　1985年10月北京第1次印刷

印数：00,001—70,000册

统一书号：7241·7　定价：1.00元

说　　明

“各类成人高等学校招生考试指导丛书”是根据教育部最新制定的《全国各类成人高等学校招生考试复习大纲》规定的复习范围和要求，参照全日制普通中学教材和各类职工中等教材编写而成。“丛书”编写的目的是为了帮助考生对中学课程进行一次系统的复习，牢固掌握基础知识，提高解题的能力。“丛书”也可作为全日制高中毕业班学生的复习用书和中等学校教师参考用书。

“丛书”包括《政治》、《语文》、《数学》（分文史类和理工类两册）、《物理》、《化学》、《地理》、《历史》七种共八册。各科根据知识结构特点，以章或单元的形式，由基础知识、学习方法指导、自测题、答案与提示四部分组成。基础知识部分力求精选教材、简明扼要、说理透彻、实用性强；学习方法指导部分介绍解题思路及规律，有利于知识的理解运用；自测题部分（及综合练习）题型多样、题量丰富、覆盖面全、由浅入深、有模拟考试作用；答案供参考。

本“丛书”由北京市宣武区红旗大学副校长张文登同志组织编写。各科编者均是从事中学教学或教学研究多年的经验丰富的教师。

由于时间匆促，错误难免，希望读者批评指正。

目　录

第一章　函　　数

第一单元　集　　合

基 础 知 识

一、集合的概念及其表示法

1．集合

每一组对象的全体形成一个集合（有时也简称集）。集合一般用大写字母 A、B、C、…表示。

集合的元素：集合里的各个对象叫做集合的元素。集合的元素一般用小写字母 a、b、c、…表示。

如果 a 是集合 A 的元素，就说元素 a 属于集合 A，用符号 $a\in A$ 表示。

如果 a 不是集合 A 的元素，就说元素 a 不属于集合 A，用符号 $a\notin A$ 表示。

2．集合的表示法

（1）列举法　把集合中的元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法，叫做列举法。

例如：A 是由 1，2，3，4，5 组成的集合，记为

$$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$$

又如：N 是全体自然数的集合，记为

$$N=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots\}$$

（2）描述法　把集合中的元素的公共属性描述出来，写在大括号内表示的方法，叫做描述法。

例如：A是由不等式$x-3>2$的所有的解组成的集合（即$x-3>2$的解集），可记为

$$A=\{x\mid x-3>2\}$$

或
$$A=\{x:x-3>2\}$$

又如：B是由所有小于6的正整数组成的集合，可记为

$$B=\{\text{小于 6 的正整数}\}$$

3．常用的几种数集

（1）全体自然数的集合通常简称自然数集，记为N。

（2）全体整数的集合通常简称整数集，记为Z（或J）。

（3）全体有理数的集合通常简称有理数集，记为Q（Q^+表示正有理数集，Q^-表示负有理数集）。

（4）全体实数的集合通常简称实数集，记为R（R^+表示正实数集，R^-表示负实数集）。

这几种数集的关系：$N\subset Z\subset Q\subset R$。

4．有限集、无限集、单元素集

（1）有限集　含有有限个元素的集合叫做有限集。

（2）无限集　含有无限个元素的集合叫做无限集。

（3）单元素集　只含一个元素的集合叫做单元素集。

（4）空集　不含任何元素的集合叫做空集，记为$\varnothing$。

二、集合的包含与相等

1．子集

对于两个集合A与B，如果集合A的任何一个元素都属于集合B，那么集合A叫做集合B的子集。

记为：$A\subseteq B$　或　$B\supseteq A$。

读作：A包含于B或B包含A。

2．真子集

如果集合A的每一个元素都属于集合B，但集合B至少有一个元素不属于集合A，那么集合A叫做集合B的真子集。

记作：$A\subset B$或$B\supset A$。

集合之间的包含关系，可用直观图形表示。例如，$A\subset B$可表示为图 1-1。

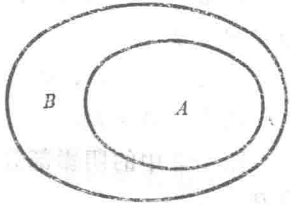


图 1-1

子集有如下性质：

（1）一个集合的本身是它的子集，即

$$A\subseteq A$$

（2）空集是任何集合的子集，即

$$\varnothing\subseteq A$$

空集是任何非空集合的真子集。

（3）对于集合A，B，C，如果$A\subseteq B$，$B\subseteq C$，那么$A\subseteq C$；如果$A\subset B$，$B\subset C$那么$A\subset C$。

3．集合的相等

对于两个集合A与B，如果集合A包含集合B，且集合B包含集合A，则说集合A与集合B相等。

记为：$A=B$。

读作：A等于B。

对于集合A，B，C，如果$A=B$，$B=C$，那么$A=C$。

三、交集与并集

1. 交集

由集合 A 与集合 B 的所有公共元素组成的集合，叫做 A 与 B 的交集。

记为：$A\cap B$。即 $A\cap B=\{x\mid x\in A且x\in B\}$。

读作：A 交 B。

图 1-2 中的阴影部分表示 $A\cap B$。

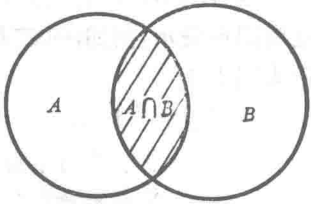


图 1-2

交集有如下性质：

对于任何集合 A，B，

（1）$A\cap A=A$；

（2）$A\cap\varnothing=\varnothing$；

（3）$A\cap B=B\cap A$。

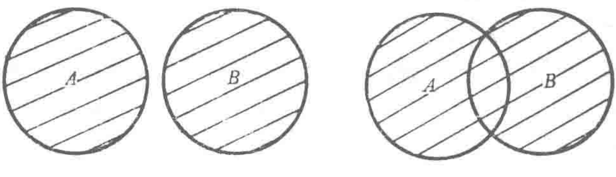
2. 并集

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的 集 合，叫做 A 与 B 的并集。

记为：$A\cup B$。即 $A\cup B=\{x\mid x\in A或x\in B\}$。

读作：A 并 B。

图 1-3 的阴影部分表示集合 A，B 的并集 $A\cup B$。



（1）　　（2）

图 1-3

并集有如下性质：

对于任何集合 A， B

（1） $A\cup A=A$；

（2） $A\cup\varnothing=A$；

（3） $A\cup B=B\cup A$。

四、全集与补集

1．全集

在研究集合与集合之间的关系时，如果所有集合都是某个给定集合的子集，那么这个给定集合叫做全集。

记为： I。

2．补集

设 I 是全集，如果 $A\subseteq I$，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 的补集。

记为：$\overline{A}$。即 $\overline{A}=\{x\mid x\in I，且 x\notin A\}$。

读作： A 补。

图 1-4 中长方形内表示全集 I，圆内表示集合 A，阴影部分表示集合 A 在 I 中的补集 $\overline{A}$。

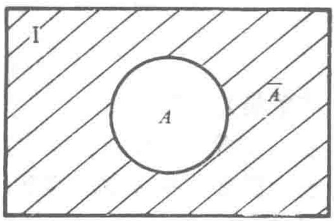


图 1-4

补集有如下性质：对于任何集合 A，

（1） $A\cup\overline{A}=I$；

（2） $A\cap\overline{A}=\varnothing$；

（3） $\overline{\overline{A}}=A$。

式中 $\overline{\overline{A}}$ 表示 $\overline{A}$ 在 I 中的补集。

全体无理数集合简称无理数集，记为 $\overline{Q}$。

学习方法指导

集合是现代数学中的基本概念，为了真正掌握和运用集合的知识，在学习中应抓住两个重点：一是集合的基本概念，二是集合与集合之间的关系。

一、集合的基本概念

1．弄清集合的元素及其表示

有些集合的代表元素用单个字母 x 来表示，有些集合的代表元素用 (x, y) 来表示，有些集合的代表元素用 (x, y, z) 来表示，其中 x，y，z 为实数。有时集合的代表元素也可省略不写，例如：{实数}，即代表实数集 R，这里的大括号已包含“全体”的意思，因此不要写成{全体实数}，更不要错写成{实数集}或 $\{R\}$。

例题一　写出方程组

$$\begin{cases}4x+y=6\\3x+2y=7\end{cases}$$

的解集并进行化简。

分析：题目的意思首先要求把方程组的解集用集合形式表示出来，其次求出这个方程组的解，然后把解集中的元素写出来。

解：设方程组 $\begin{cases}4x+y=6\\3x+2y=7\end{cases}$ 的解集为 A，那么

$$A=\left\{(x, y)\middle|\begin{cases}4x+y=6\\3x+2y=7\end{cases}\right\}$$

解方程组得 $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$

所以 $A=\left\{(x,\ y)\left|\begin{matrix}4x+y=6 \\ 3x+2y=7\end{matrix}\right.\right\}=\{(1,\ 2)\}$

要注意：不能错误地写成$\{1,\ 2\}$或$\{x=1,\ y=2\}$。

例题二 写出下列方程的实数解集并进行化简。

（1）$x^2-1=0$

（2）$x^2+1=0$

解：（1）满足方程 $x^2-1=0$ 的一切实数 x 所组成的集合为

$$\{x|x^2-1=0\}$$
$$=\{-1,\ 1\}$$

（2）满足方程 $x^2+1=0$ 的一切实数 x 所组成的集合为：

$$\{x|x^2+1=0,\ x\in R\}$$

由于方程 $x^2+1=0$ 没有实数根，此集合是空的，于是

$$\{x|x^2+1=0,\ x\in R\}=\varnothing$$

要注意：$\{\varnothing\}$不是空集，而是以空集$\varnothing$为元素的单元素集合。

$\{x|x^2=0\}=\{0\}$不是空集，而是由一个元素 0 所组成的单元素集。

2. 集合元素的两个特征

（1）确定性：说 A 是一个给定的集合，x 是某一具体对象，则 x 或者是 A 的元素或者不是 A 的元素，两种情况必有一种且只有一种成立。

（2）互异性：一个给定集合中的元素，指属于这个集

合的互不相同的个体（或对象），因此同一集合中不应重复出现同一元素。

我们可根据上述两个特征来判断所给对象是否构成集合。

例题三 下列各语句表明的是否为集合？说明理由。

（1）大于25的自然数。

（2）约等于25的数。

（3）高一①班全体男同学。

（4）高一①班数学成绩好的同学。

解：（1）、（3）两语句表明的是集合，因为它们都有确定的对象，对每一对象能有判别的标准。

（2）、（4）不是集合，因为找不到用以判别每一具体对象是否属于集合的明确标准，“约等于25”并不构成“一个整体”，“成绩好”不确定。

例题四 设集合$A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$，$B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$，求$A\cup B$，$A\cap B$。

解： $\because A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$，$B=\{1, 3, 5, 7, 9\}$

$\therefore A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

$A\cap B=\{1, 3, 5\}$

要注意：不能写成$A\cup B=\{1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 9\}$。

3．正确使用集合的两种表示法

（1）用列举法表示集合，一般不必考虑元素之间的顺序，也就是说集合$\{1, 2, 3\}$和集合$\{2, 1, 3\}$是同一个集合。

（2）列举法和描述法各有优点，列举法可以看清集合

的元素，描述法可以看清集合元素的特征。究竟用哪种方法，要视具体问题而定。例如$\{3, 0, 2, 1\}$就不宜用描述法表示，$\{x|x>1\}$就不能用列举法表示。有的集合随便选用哪种表示方法都可以。例如$\{x|x^2-3x+2=0\}=\{1, 2\}$；$\{1, 2, 3, 4\}=\{x|x\in N, x<5\}$。要注意的是不要把描述法和列举法混淆起来，例如不要把方程$x^2-3x+2=0$的解集写成$\{x|1, 2\}$，也不能把不等式$x^2+x-2<0$的解集写成$\{-2<x<1\}$。

例题五 分别用描述法和列举法表示下列集合：

（1）方程$x^2+x-1=0$的解集。

（2）方程组$\begin{cases} x+y=3 \\ y+z=4 \\ z+x=5 \end{cases}$ 的解集。

（3）一切正偶数的集合。

解：（1）由$x^2+x-1=0$解得$x=\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$，这方程的解集，

用描述法表示为：$\{x|x^2+x-1=0\}$；

用列举法表示为：$\left\{\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}, \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$。

（2）解方程组$\begin{cases} x+y=3 \\ y+z=4 \\ z+x=5 \end{cases}$得$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=3 \end{cases}$，此方程组的解集，

用描述法表示为：$\left\{(x, y, z) \middle| \begin{cases} x+y=3 \\ y+z=4 \\ z+x=5 \end{cases}\right\}$。

用列举法表示为：$\{(2, 1, 3)\}$。

（3）用描述法表示：$\{x \mid x=2n,\ n\in N\}$。

用列举法表示：$\{2, 4, 6, \cdots\}$。

二、集合与集合之间的关系

1．子集概念及包含关系

（1）正确理解子集概念的涵义。"A是B的子集"的涵义是：A中任何一个元素都是B中的元素；"A是B的真子集"的涵义是：A中任何一个元素都是B中的元素，但B中至少有一个元素不是A中的元素。

例题六　写出集合$A=\{0, 1\}$的所有子集和真子集。

解：集合A的所有子集是：$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{0, 1\}$。

集合A的所有真子集是：$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$。

例题七　写出集合$A=\{a, b, c\}$的所有子集和真子集。

解：集合A的所有子集是：$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a, b\}$，$\{a, c\}$，$\{b, c\}$，$\{a, b, c\}$。

集合A的所有真子集是：$\varnothing$，$\{a\}$，$\{b\}$，$\{c\}$，$\{a, b\}$，$\{a, c\}$，$\{b, c\}$。

（2）弄清符号$\subseteq$，$\supseteq$，$\subset$，$\supset$，$=$，$\in$，$\notin$各自的意义和区别。"$A\subseteq B$"的意义是A包含于B，或B包含A，"$A\subset B$"的意义是A真包含于B，或B真包含A。也就是说"$A\subseteq B$"包括$A\subset B$和$A=B$两种情况，其中必有一种情况且只有一种情况成立。而$A\subseteq B$与$A\supseteq B$是互逆的，一般不能同时成立，如果同时成立，那只能是$A=B$。特别要注意$\in$与$\subseteq$（或$\subset$）这两种符号的不同意义，$\in$是属于符号，用在元素与集合之间，表示从属关系，$\subseteq$（或$\subset$）则用在集合与集合之间。

例题八 用适当的符号（$\in$，$\notin$，$=$，$\subset$，$\supset$）填空：

（1）a ____ $\{a\}$；

（2）a ____ $\{a, b, c\}$；

（3）d ____ $\{a, b, c\}$；

（4）$\{a\}$ ____ $\{a, b, c\}$；

（5）$\{a, b\}$ ____ $\{b, a\}$；

（6）$\{3, 5\}$ ____ $\{1, 3, 5, 7\}$；

（7）$\{2, 4, 6, 8\}$ ____ $\{2, 8\}$；

（8）$\varnothing$ ____ $\{1, 2, 3\}$。

解：（1）$a \underline{\in} \{a\}$；

（2）$a \underline{\in} \{a, b, c\}$；

（3）$d \underline{\notin} \{a, b, c\}$；

（4）$\{a\} \underline{\subset} \{a, b, c\}$；

（5）$\{a, b\} \underline{=} \{b, a\}$；

（6）$\{3, 5\} \underline{\subset} \{1, 3, 5, 7\}$；

（7）$\{2, 4, 6, 8\} \underline{\supset} \{2, 8\}$；

（8）$\varnothing \underline{\subset} \{1, 2, 3\}$。

例题九 设 $I=\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$，$A=\{0, 1, 2, 3\}$，$B=\{1, 2, 3\}$，$C=\{0\}$。判断下列式子是否正确。

（1）$0 \in A$；　　（2）$\{0\} \in A$；

（3）$0 \subset C$；　　（4）$C \subset B$；

（5）$\varnothing \subset B$；　　（6）$B \subset A$；

（7）$\varnothing \in B$；　　（8）$\varnothing = C$；

（9）$\overline{A} \in \overline{B}$；　　（10）$C \subset \overline{B}$。

解：（1）正确。

（2）不正确，因为$\{0\}$是集合，应是$\{0\} \subset A$。

（3）不正确，因为0是元素，应是$0\in C$。

（4）不正确，因为C中元素0不属于B，B中也没有元素属于C，所以是不同的两个集合，无包含关系。

（5），（6）都正确。

（7）不正确，因为$\varnothing$是集合，应是$\varnothing\subset B$。

（8）不正确，因为$\varnothing$是空集，不含任何元素，而C中含有元素0，应是$\varnothing\subset C$。

（9）不正确，因为$\overline{A}=\{4,5\}$是集合，$\overline{B}=\{0,4,5\}$，应是$\overline{A}\subset\overline{B}$。

（10）正确。

例题十 给定集合$A=\{x\,|x^2+x-6=0\}$，$B=\{2,-3\}$。

求证：$A=B$。

分析：根据两集合相等的定义，我们只要证明$A\subseteq B$，同时$B\subseteq A$，也就是要证明集合A中任何一个元素都属于B，集合B中任何一个元素都属于A。

证明 设$x_0\in A$，则x_0是方程$x^2+x-6=0$的根，即$x_0=2$或$x_0=-3$，

$$所以\ x_0\in B,$$

$$就有\ A\subseteq B;$$

反过来，设$x_0\in B$，则$x_0=2$或$x_0=-3$，即x_0是方程$x^2+x-6=0$的根，所以$x_0\in A$，就有$B\subseteq A$，所以$A=B$。

2．交集，并集，补集概念及其应用

（1）正确区分交集，并集，补集定义的数学表达式

交集的数学表达式：

$$A\cap B=\{x\,|\,x\in A且x\in B\}$$

其中“且”字说明集合$A\cap B$的元素x既属于A又属于B，