《中小学数学教学》报编辑部

数学奥林匹克

北京市初中一年级
迎春杯数学竞赛
试题汇编

北京大学出版社

数 学 奥 林 匹 克

北京市初中一年级迎春杯数学竞赛
试题汇编(1985—1992)

《中小学数学教学》报编辑部

北 京 大 学 出 版 社

新登字(京)159号

数 学 奥 林 匹 克

北京市初中一年级迎春杯数学竞赛

试题汇编(1985—1992)

《中小学数学教学》报编辑部
责任编辑:王明舟
*
北京大学出版社出版发行
(北京大学校内)
北京印刷三厂印刷
新华书店经售
787×1092毫米 32开本 4.75印张 100千字
1992年10月第一版 1992年10月第一次印刷
印数:00001——50,000册
ISBN 7-301-02025-2/G·137
定价:2.30元

著名教育家、数学家钟善基教授为本书题词

在课内教学的基础上，为提高青少年的数学素质而努力。

一九九二年七月

钟善基

序

数学竞赛在我国普遍开展,成绩斐然.不少出版社出版了与竞赛有关的图书,起到良好的推动作用.北京大学出版社出版的这套《数学奥林匹克系列图书》就是其中的一种,它能受到广大读者的欢迎,我们非常高兴.

这是我国出版的第一套数学竞赛的系列图书.系列中有高中册,也有初中册与小学册;有普及,也有提高;有最新的资料,也有经过系统整理的题解辞典.目前已出 16 册,近两年内还将推出 10 多册.各地奥林匹克学校采用,普遍反映效果很好.一个突出的例子是国家教委所办的理科实验班使用这套图书,每年都为参加国际数学奥林匹克的我国国家集训队、国家代表队输送约 2/3 的队员.第 33 届 IMO 中各国得分最低的第五道题,早已载入这套图书,我国五名队员(四名是理科班学生)获得满分.

根据各地提出的意见与建议,这套图书作了不少改进,小学册与初中册均出了新版,并编写了高中版.新版致力于“浅”(即深入浅出)、“趣”(生动有趣).注意普及,面向广大中小学生,避免过深、过难;注意教学原则的运用,循序渐进,适当重复;注意教学思想的启蒙与打好扎实的基础.我们相信这对于发展智力,对于参加竞赛,对于升学考试均有益处.

系列的另一个特点是“新”.有不少新鲜的资料:如《第 31 届国家集训队资料》、《第 31 届国际数学竞赛预选题》、《苏联

数学奥林匹克试题汇编》、《美国数学竞赛试题汇编》等都及时整理推出.这套系列中,有关国际竞赛的若干册,可以说代表了当前竞赛的最高水平.这些属于提高的分册,已成为我国集训队人人必备的材料.

除"浅"、"趣"、"新"等特点外,我们还尽力做到"准",即科学性方面没有错误.各册作者与编者为此付出不少心血,但由于水平与时间等原因,错误与不妥之处仍难完全避免,敬请广大读者不吝指正.

参加编写工作的有教育家,高级教练及有丰富实践经验的中学教师,更有著名数学家丁石孙、王元、王梓坤、龚升诸位先生担任顾问,保证了这套系列图书的质量.

北京大学出版社,重视社会效益,以最快的速度出版这套《数学奥林匹克系列图书》,我们表示衷心的感谢.

单　墫

1992年9月

前　言

由北京市教育局教研部、北京数学教学研究会、北京数学会和《中小学数学教学》报编辑部联合主办的北京市初中一年级“迎春杯”数学竞赛是我市一项传统性的竞赛活动.从1985年起,至今已历经了七届.这项竞赛活动紧密配合初中一年级数学教学,为初中一年级学生开展生动活泼的数学课外活动提供了广阔天地;激发了学生学习数学的兴趣,并提高了灵活运用知识解决问题的能力.因此,竞赛活动举办以来,参赛人数越来越多,成绩越来越好,深受广大师生的欢迎.

在开展“迎春杯”竞赛活动中,我市各区县教研部门,各校的老师和学生家长给予了积极热情的支持,他们付出了巨大而辛勤的劳动.在此,我们向他们表示由衷的感谢.

为了向老师们、同学们和他们的家长们提供帮助,我们把有关“迎春杯”数学竞赛的资料,整理、汇集成《北京市初中一年级迎春杯数学竞赛试题汇编》,作为辅导和自学之用.

参加这项工作的有王占元、孙家钰、陈俊辉、张春条、欧阳东方、陶晓永各位老师.在此,谨向他们致以谢意.

由于付印仓促,加之我们的水平有限,不妥之处在所难免,敬请读者提出宝贵意见.

《中小学数学教学》报编辑部

目　　录

第一篇　刊赛试题及答案

第一届试题(1985 年 12 月)

1. 计算：$-1-(-1)^1-(-1)^2-\cdots-(-1)^{99}-(-1)^{100}=$______.

2. 数 $33^3,(3^3)^3,333,3^{3^3}$ 中最大的数是 33^3______.

3. 有一个三位数，如果把这个数减去 7，它就能被 7 整除；如果把这个数减去 8，它就能被 8 整除；如果把这个数减去 9，它就能被 9 整除，则这个数是 504______.

4. 已知：$-a>-|a|$，那么 a 的范围是______.

5. 数 a,b 在数轴上所对应的点如图 1 所示，化简：

$$|a+b|+|b-a|+|b|-|a-|a||=\_\_\_\_\_\_.$$

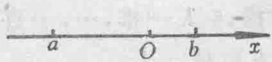

图　1

6. 不论 x 取什么数，若分式 $\dfrac{ax+3}{bx+5}$(分母不为零)的值都得同一定值，则 a,b 应满足的条件是______.

7. 三进位制的数 21012 化为十进位制的数是______.

8. 现在有一个加法算式，如果是八进位制，其中 A,B,C,D 分别表示四个数字：

$$\begin{array}{r} ABCD \\ +\quad CBAB \\ \hline BBCBB \end{array}$$

那么 $A-B-C-D=$______.

9. 现在有一个减法算式，其中 A,B,C,D,E 分别表示五个数字：

$$\begin{array}{r} CDEBC \\ -\quad ABCD \\ \hline ACAC \end{array}$$

那么 $E^D+\dfrac{C}{A-B}=$______.

10. 我国古代数学家祖冲之计算出圆周率 π 所在范围是：$3.1415926<\pi<3.1415927$. 他采用的疏率是______.

11. 有一支部队，不少于 1000 人，不超过 3000 人. 如果每排 10 人，结果多出 1 人；每排 9 人，仍多 1 人；每排 8 人，还多 1 人；改为 7 人一排，6 人一排，…，一直到 2 人一排，始终多 1 人. 则这支部队人数是______.

12. 有一个 1985 位数，它的每位数字都是 1，它除以 13，余数是______.

13. 已知一个五位数 $154xy$（x，y 分别为十位、个位数字）. 这个数能被 8 和 9 整除，那么 x 与 y 的积等于______.

14. 一位小学生不懂得“指数”，把 2^x9^y 误写成一个四位数 $2x9y$（x，y 分别是它的百位、个位数字），结果恰好有 $2^x9^y=2x9y$，那么 $x^y=$______.

15. 有三个正整数，它们的积等于它们的和，那么这三个正整数的平方和等于______.

16. 某人携带石子若干，从 A 点开始向前走，走 5 米放一颗石子；再走 5 米放 4 颗石子；第三次再走 5 米放 7 颗石子；第四次再走 5 米放 10 颗石子；….按照这样的规律走下去，最后一次放下 64 颗石子，这时正好到 B 点，携带的石子也正好放完.此人共走了______米.

17. 一串数：5，8，13，21，34，…，请根据前几个数找出这串数的规律，这串数的第九个数是______.

18. 加工一批零件，如果每天加工 30 个，则若干天可以完成.当加工完 $\frac{2}{5}$ 时，改进了技术，提高效率 40%，结果提前 30 天完成任务.则这批零件共有______个.

19. 甲、乙二瓶的形状、容积都相同，甲瓶中盛半瓶酒，乙瓶中盛半瓶水.从甲瓶中取酒一勺倒入乙瓶中，混合后，再从乙瓶中取同样大小的一勺混合液倒入甲瓶中.如果甲瓶中的酒为 x，乙瓶中的水为 y，那么

(1) $x>y$;

(2) $x<y$;

(3) $x=y$.

在(1)，(2)，(3)三个答案中，正确的答案号数是______.

20. 现有长度相等粗细不同的蜡烛两支，一支可燃 4 小时，一支可燃 5 小时.同时点燃，同时熄灭，余下的长度一支是另一支的 4 倍，则蜡烛点燃了______小时.

21. 3 个苹果、1 个梨的和与 10 个桃一样重；6 个桃、1 个苹果的和与 1 个梨一样重.则 1 个梨重是 1 个桃重的______

倍.

22. 已知把甲年龄的两位数字对调就是乙的年龄，且甲的年龄减去乙的年龄所得的差是丙的年龄的 3 倍，而乙的年龄是丙的年龄的 15 倍. 甲、乙、丙年龄的和是______.

23. 汽车往返于甲、乙两地之间，上行速度为 30 公里/小时，下行速度为 60 公里/小时. 则往返的平均速度是______公里/小时.

24. 有甲、乙二人，甲在汽车上发现乙往相反方向走去，10 秒钟后甲从汽车上下来去追赶乙. 如果他行走的速度比乙快一倍但比汽车慢$\frac{4}{5}$，则甲追上乙需要______秒钟.

25. 在一次田径运动会上，400 米竞赛的前三名差距如下：第一名到达终点时，第二名还差 10 米，第三名还差 15 米. 若各自保持原速度，那么第二名到达终点时，第三名还差______米.

26. 甲、乙、丙三人同时由 A 地到 B 地，两地相距 72 公里，只有一辆自行车，骑自行车能带一人，另一人仍需步行. 骑自行车的速度是步行速度的 3 倍. 若甲先骑车带乙到离 B ______公里处，让乙步行到 B 地，甲立即返回接丙，这样三人才能最快地同时到达 B 地.

27. A，B 两地相距 20 里，甲、乙二人从 A 地向 B 地行进，甲步行每小时走 4 里，乙骑自行车，速度是甲的 2.5 倍. 甲出发 1 小时，乙随后出发，当乙到 B 地后，又返回迎甲，遇到甲后又立即返回到 B 地，再返回迎甲，…，如此往返. 结果甲、乙二人同时到达 B 地，这样乙共走了______里路.

28. 图 2 中，共有______个四边形.

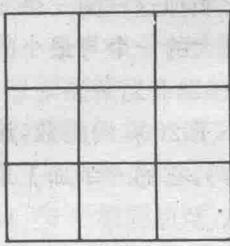

图 2

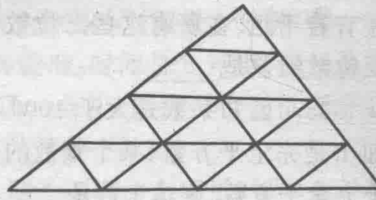

图 3

29. 图 3 中,共有______个三角形.

30. 已知一个正方形,在它的内部或外部找这样的点,使得该点与正方形四个顶点连结构成四个等腰三角形,则这样的点共有______个.

31. 一个正方形,一个等边三角形,一个圆,它们的面积相等,那么下面三个答案中正确的答案号数是______:

(1) 正方形周长最长;

(2) 等边三角形周长最长;

(3) 圆的周长最长.

32. 某班统计考试成绩,数学得 90 分以上的有 25 人,语文得 90 分以上的有 21 人;两科中至少有一科在 90 分以上的有 38 人. 则两科都在 90 分以上的有______人.

33. 甲、乙两地相距 80 里,有一人从甲地到乙地,用每小时 10 里的速度行走,他合理使用体力,每走 1 小时休息 10 分钟. 只有 6 小时后(不包括中间休息时间),吃饭休息 1 小时. 则此人从甲地到乙地共用______分钟.

34. 用 1,2,3,…,8,9 这九个数字,组成数字不重复使用

的三个三位数，使得第二个数是第一个数的二倍，第三个数是第一个数的三倍，例如 192，384，576. 类似这样的三个三位数还有若干组. 在所有这些三位数中最大的一个与最小的一个三位数的差是______.

35. 已知某数是大于 1000 而小于 2000 的整数，这个数加 1 是完全平方数（某个整数的平方），它的一半加 1 也是一个完全平方数. 则这个数是______.

36. 钟表三点钟时敲了三下，共用去 3 秒钟，则七点钟时敲七下共用______秒钟.

37. 两只圆柱形的茶杯，第一只的高是第二只的 2 倍，第一只的底面直径是第二只的一半，则第二只茶杯的容积是第一只茶杯容积的______倍.

38. 如果 6 人挖 6 米长的沟需要 6 小时，那么用 100 人挖 100 米长的沟需要______小时.

39. 一张薄圆饼，切四刀（不许折叠），最多能切成______块.

40. 有红、黄、蓝三色铅笔各 10 支，则一次至少拿______支（拿时不许看铅笔颜色），才能一定得到某种颜色的铅笔至少有 3 支.

41. 一角币 2 张，五角币 5 张，共可以组成______种不同的钱数（零不计算在内）.

42. 学校一年级数学竞赛中，A，B，C，D，E 五位同学得了前五名. 老师对他们说："祝贺你们的胜利，现在请猜一猜你们各自的名次，允许每个人猜两个人的名次."A 说："B 第三，C 第五；"B 说："D 第二，E 第四；"C 说："A 第一，E 第四；"D 说："C 第一，B 第二；"E 说："D 第二，A 第三."老师说："你们

每个都猜对了一半．”根据老师这句话，同学们就把各自的名次弄清楚了．得第一名的是______．

43. 张军有一个旧钟，这个钟每小时要慢4分钟．有一天上午，张军把钟按邻居的准钟拨准，时间是8点半，然后他就开始做功课，做完功课又玩了一会儿，他打开收音机正好报12点，这时旧钟指的时间是______．

44. 6个相同的球，放入四个不同的盒子里，每个盒子都不空的放法共有______种．

45. 我手中的卡片上写有一个三位数（个数不是零），将个位与百位数字对调，取两数的差（大数减小数），将所得差这个三位数与此差的个位、百位数字对调后的三位数相加，最后的和是______．

46. 把1，2，3号卡片分给甲、乙、丙三人各一张．现在有24个棋子，首先分给甲1个，乙2个，丙3个．规定三人从剩余棋子中各取一次，持1号卡片的取他原分棋子的1倍；持2号卡片的取他原分棋子的2倍；持3号卡片的取他原分棋子的4倍．三人按规定取后，如果最后只剩5个棋子，那么甲持有______号卡片．

47. 1986年元旦是星期三，这天以后第1986^{250}天是星期______．

48. 99人乘坐十几条船，大船乘坐12人，小船乘坐5人，恰好全部坐满，大小船共有______条．

49. 一个四位数$\overline{abcd}$（a，b，c，d分别表示它的千位、百位、十位、个位数字），能被5整除，其中$a<d<c<b$．把它的各位数字倒排后得到一个新的四位数$\overline{dcba}$．原数与新数加法算式如下：

$$
\begin{array}{r}
\overline{abcd} \\
+\ \overline{dcba} \\
\hline
\overline{xyuv}
\end{array}
$$

其中$\overline{xy}$是比$\overline{uv}$大 2 的偶数. 则原四位数是______.

50. x, y 表示任意两个数，规定运算"$*$"及"$\triangle$"如下：

$$x * y = mx + ny, \quad x \triangle y = kxy,$$

其中 m, n, k 均为自然数，这里加法和乘法都是原来的普通加法与乘法. 已知：$1 * 2 = 5$，$(2 * 3) \triangle 4 = 64$，那么$(1 \triangle 2) * 3 =$ ______.

试 题 答 案

1. -1.	2. 3^{3^3}最大.	3. 504.
4. $a<0$.	5. b.	6. $5a=3b$.
7. 194.	8. 2.	9. 0.
10. $\frac{22}{7}$.	11. 2521.	12. 9.
13. 0.	14. 25.	15. 14.
16. 110.	17. 233.	18. 5250.
19. (3).	20. $3\frac{3}{4}$.	21. 7.
22. 102.	23. 40.	24. 110.
25. $5\frac{5}{39}$.	26. 24.	27. 40.
28. 36.	29. 27.	30. 9.
31. (2).	32. 8.	33. 600.

34. 789.	35. 1680.	36. 9.
37. 2.	38. 6.	39. 11.
40. 7.	41. 17.	42. D.
43. 11 点 46 分.	44. 10.	45. 1089.
46. 2.	47. 五.	48. 17.
49. 1985.	50. 10.	

部分题提示

15. 设三个正整数 $x \geqslant y \geqslant z > 0$. 由 $xyz = x + y + z$ 可得

$$yz = 1 + \frac{y}{x} + \frac{z}{x} \leqslant 3.$$

只有 $x = y = z$ 时，$yz = 3$，不存在适合条件的数.

$yz = 2$ 时，

$$y = 2,\quad z = 1,\quad x = 3.$$

$yz = 1$ 时，$y = z = 1$，x 不存在.

27. 甲从 A 到 B 用 5 小时（$20 \div 4 = 5$），乙晚 1 小时出发，乙走 4 小时，$4 \times 2.5 \times 4 = 40$（里）.

30. 正方形中心，另外在内部和外部还各有 4 个点，共 9 个点.

31. 正多边形面积相等时，边数越多周长越小.

34. 第三个数最大，且是 3 的倍数，依次试验 987，984，981，其中 981 适合. 第一个数最小，由已知 192 是一个. 在 123—192 中经过试验，只有 192 适合题意. $981 - 192 = 789$.

35. 设原数为 x，$x + 1 = n^2$，$1001 < n^2 < 2001$，n 取值在 32—44，又 $\frac{1}{2}x$ 为整数，n 必为奇数. 经检验 $n = 41$ 适合. $x =$