普通高等职业教育数学精品教材

应用高等数学

◉ 主编　阮淑萍
◉ 主审　姜淑莲

Yingyong
Gaodeng Shuxue

華中科技大學出版社
http://www.hustp.com

普通高等职业教育数学精品教材

应用高等数学

主　编　阮淑萍
主　审　姜淑莲

华中科技大学出版社
中国·武汉

内 容 提 要

本书是应用高等数学的基础教材，是为适应高职中职单招学生数学学习而编写的教材。根据学生的特点，本书主要内容包括部分中学数学内容，如集合与函数、三角函数、二次曲线等内容，同时包括一元函数微积分学以及常微分方程初步、矩阵与行列式初步等内容。

本书以“贴近学生，贴近实际，贴近专业”为指导思想，真正体现“以应用为目的，以必需够用为度”的原则。在体系上突出数学课程的循序渐进，由浅入深的特点；在内容上删除了理论证明，强调应用和计算；教材内容选取上兼顾理工专业和经管专业。

本书可作为高等职业院校、高等专科学校及各类成人专科学校的通用教材。

图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学/阮淑萍主编. —武汉：华中科技大学出版社，2015.7
普通高等职业教育数学精品教材
ISBN 978-7-5680-1137-2

Ⅰ.①应…　Ⅱ.①阮…　Ⅲ.①高等数学-高等职业教育-教材　Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 185833 号

应用高等数学　　　　阮淑萍　主编

策划编辑：周芬娜
责任编辑：周芬娜
封面设计：原色设计
责任校对：李　琴
责任监印：周治超
出版发行：华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山　　邮编：430074　　电话：(027)81321913
录　　排：武汉市洪山区佳年华文印部
印　　刷：武汉科源印刷设计有限公司
开　　本：710mm×1000mm　1/16
印　　张：13
字　　数：263 千字
版　　次：2015 年 9 月第 1 版第 1 次印刷
定　　价：29.00 元

前　言

为了推动高职高专数学课程教学改革，加强教材建设，武汉船舶职业技术学院数学教研室全体教师在多年从事高职教学实践和经验的基础上，经过努力，编写了这本《应用高等数学》。

在编写过程中，我们力求做到以加强应用为目的，以“必需、够用”为原则，针对中职生的特点，对教学内容予以不同程度的精简与优化。对定理、性质等以解释清楚为度，不追求理论上的严密性与系统性，删去了不必要的逻辑推导，强化了基本概念的教学，淡化了数学运算技巧的训练，突出了实际应用能力的培养。

全书内容共分为十章，每节后附有习题。本书第 1 章(集合与函数)，第 2 章(任意角的三角函数)由阮淑萍编写；第 3 章(加法定理及其推论)由韩新社编写；第 4 章(反三角函数与简单三角方程)，第 5 章(直线与二次曲线)由王文平编写；第 6 章(数列及函数极限)由姜淑莲编写；第 7 章(导数与微分及其应用)，第 8 章(积分及其应用)由朱双荣编写；第 9 章(微分方程及其应用)，第 10 章(行列式与矩阵)由杨薇编写。

本书由阮淑萍担任主编，姜淑莲担任主审。

由于编者水平有限，本书难免有疏漏之处，敬请广大读者不吝赐教，以便再版时修改，使本书日臻完善。

编　者

2015 年 6 月

目　　录

第1章 集合与函数

集合论是现代数学的基础，它的基本知识已被运用于数学的各个领域。函数是数学中的一个极其重要的概念，是学习高等数学、应用数学和其他科学技术必不可少的基础，是研究某一变化过程中，各个量之间依赖关系的数学模型。

1.1 集合的概念

1.1.1 集合的意义

首先观察下面的例子：

(1) 某校一年级的全体学生；

(2) 太阳系的八大行星。

像这样，把一些对象集在一起构成的整体叫做**集合**，简称**集**。而将集合中的各个对象叫做这个集合的**元素**。

例如，上面例子中的(1) 是由这个学校一年级全体学生组成的集合，一年级的每一个学生都是这个集合的一个元素；(2) 是由"水星、金星、地球、火星、木星、土星、天王星、海王星" 组成的集合，其中的每一颗行星都是这个集合的一个元素。

集合中的元素具有确定性、互异性、无序性。

习惯上，我们用大写字母 $A,B,C,\cdots$ 表示集合，而用小写字母 $a,b,c,\cdots$ 表示集合的元素。如果 a 是集合 A 的元素，就记作"$a\in A$"，读作"a 属于 A"；如果 a 不是集合 A 的元素，就记作"$a\notin A$"或"$a\overline{\in} A$"，读作"a 不属于 A"。

由数组成的集合叫做**数集**。我们已经学过的数集有自然数集、整数集、有理数集和实数集。它们通常用表 1-1 所示的记号来表示。

表 1-1

名称	自然数集	整数集	有理数集	实数集
记号	$\mathbf{N}$	$\mathbf{Z}$	$\mathbf{Q}$	$\mathbf{R}$

如果上述数集中的元素只限于正数，就在集合记号的右上角标以"+"号；如果数集中的元素都是负数，就在集合记号的右上角标以"－"号，例如，正整数集用 $\mathbf{Z}^+$ 表示，负实数集用 $\mathbf{R}^-$ 表示。

只含有一个元素的集合叫做**单元素集**。例如，方程 $x+1=0$ 的解集$\{-1\}$就是

单元素集；集合$\{x|x+1=1\}$也是单元素集$\{0\}$，它只含有一个元素“0”。

不含有任何元素的集合叫做**空集**，记为$\varnothing$。例如，方程 $x^2+1=0$ 在实数范围内的解集就是空集。

为叙述方便起见，我们把至少含有一个元素的集合叫做**非空集**。

如果集合只包含有限个元素，这样的集合叫做**有限集合**。如果集合包含无限多个元素，这样的集合叫做**无限集合**。

本书所讨论的数集，如无特殊说明，都是指由实数组成的集合。本书对集合中的元素 x 可取实数的说明“$x\in\mathbf{R}$”均可省略不写。

1.1.2 集合的表示法

1. 列举法

就是把属于某个集合的元素一一列举出来，写在花括号{ }内，每个元素仅写一次，不考虑顺序。

例如，所有小于 5 的自然数组成的集合可以表示为 $A=\{1,2,3,4\}$或$\{4,3,1,2\}$等。由于集合中每个元素只能写一次，因此不能表示为$\{1,2,1,3,4,3\}$等。

当集合的元素很多，不需要或不可能一一列出时，也可只写出几个元素，其他的用省略号表示。例如，小于 100 的自然数集可表示为$\{1,2,3,\cdots,99\}$；正偶数集可表示为$\{2,4,6,\cdots,2n,\cdots\}$。

2. 描述法

就是把属于某个集合的元素所具有的特定性质描述出来，写在花括号{ }内。例如：

(1) 某图书馆的藏书所组成的集合可表示为

{某图书馆的藏书}。

(2) 不等式 $x-4>0$ 所有解的集合可表示为

$$\{x|x-4>0\} \quad 或 \quad \{x:x-4>0\}。$$

括号内“|”或“:”的左边表示集合所包含元素的一般形式，右边表示集合中元素所具有的特定性质。

以上所述列举法和描述法是集合的两种不同表示法，实际运用时究竟选用哪种表示法，要看具体问题而定。

由点组成的集合叫做**点集**。因为实数与数轴上的点是一一对应的，有序实数对与直角坐标平面内的点也是一一对应的，所以我们可以用数轴上的点所组成的点集来表示数集，用直角坐标平面内的点所组成的点集来表示有序实数对所组成的集合。

例 1 用点集表示下面的集合：

(1) $\{x|0\leqslant x<2\}$；　　(2) $\{(x,y)|0\leqslant x<1,0<y\leqslant 1\}$。

解 (1) 集合$\{x|0\leqslant x<2\}$是一个数集，它可以用数轴上满足条件 $0\leqslant x<2$ 的所

有点所组成的点集来表示。由图 1-1 容易看出，这个点集包含了线段 MN 上除点 N 外的所有的点。

(2) 集合$\{(x,y)\mid 0\leqslant x<1,0<y\leqslant 1\}$是有序实数对所组成的集合，它可以用直角坐标平面内同时满足条件 $0\leqslant x<1$ 及 $0<y\leqslant 1$ 的所有点所组成的点集来表示。由图 1-2 容易看出，这个点集包含了边长为 1 的正方形内部和边界$\overline{OM}$(除 O 外)，$\overline{MP}$(除 P 外)上的点，而边界$\overline{ON}$和$\overline{NP}$上的点不包含在这个点集中。

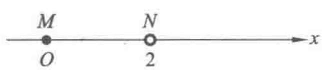

图 1-1

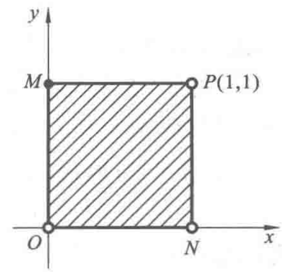

图 1-2

满足方程(组)或不等式(组)的所有解组成的集合叫做方程(组)或不等式(组)的解集。

例 2　写出以下各方程(组)和不等式(组)的解集：

(1) $\begin{cases}4x^2-y^2=15,\\x-2y=0;\end{cases}$　　(2) $x^2-3x+2<0$。

解　(1) 解方程组$\begin{cases}4x^2-y^2=15,\\x-2y=0,\end{cases}$得

$$\begin{cases}x_1=2,\\y_1=1,\end{cases}\quad\begin{cases}x_2=-2,\\y_2=-1。\end{cases}$$

所以此方程组的解集为$\{(2,1),(-2,-1)\}$。

(2) 解不等式 $x^2-3x+2<0$，得出$(x-1)(x-2)<0$，即

$$\begin{cases}x-1>0,\\x-2<0,\end{cases}\quad 或 \quad\begin{cases}x-1<0,\\x-2>0,\end{cases}$$

其中$\begin{cases}x-1>0\\x-2<0\end{cases}$的解为 $1<x<2$；$\begin{cases}x-1<0\\x-2>0\end{cases}$无解。

所以此不等式的解集为$\{x\mid 1<x<2\}$。

1.1.3　集合之间的关系

1. 集合的包含关系

如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素，则集合 A 叫做集合 B 的**子集**，

记为

$$A\subseteq B \quad 或 \quad B\supseteq A。$$

读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”。

如果集合 A 是集合 B 的子集，且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A，则集合 A 叫做集合 B 的**真子集**，记为

$$A\subset B \quad 或 \quad B\supset A。\quad 显然 \quad A\subseteq A \quad \varnothing\subseteq A。$$

例如，$\{1,2,3\}\subset\{1,2,3,4\}$

为了形象地说明集合之间的包含关系，通常用圆(或任何封闭曲线围成的图形)表示集合，而用圆中的点表示该集合的元素。这样的图形称为文氏(Venn)图。图 1-3 表示集合 A 是集合 B 的子集，更恰当地说，它表示了集合 A 是集合 B 的真子集。

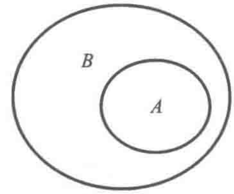

图 1-3

2. 集合的相等关系

对于两个集合 A 和 B，如果 $A\subseteq B$，同时 $B\subseteq A$，则称集合 A 和集合 B 相等，记为

$$A=B。$$

两个集合相等就表示这两个集合的元素完全相同。例如，

$$\{1,2,3,4\}=\{4,2,3,1\}, \quad \{x\,|\,x^2-4=0\}=\{-2,2\}。$$

1.1.4 集合的运算

1. 并集

把至少属于 A、B 之一的所有元素组成的集合叫做 A 与 B 的**并集**，记为 $A\cup B$，读作“A 并 B”，即

$$A\cup B=\{x\,|\,x\in A 或 x\in B\}。$$

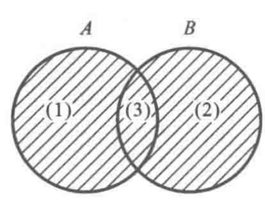

图 1-4

由并集的定义和图 1-4 可知，集合 A 和 B 都是它们的并集 $A\cup B$ 的子集，即

$$A\subseteq A\cup B, \quad B\subseteq A\cup B。$$

对于任意一个集合 A，显然有 $A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$。求并集的运算称为**并运算**。

例 3 设 $A=\{1,2\}$，$B=\{-1,0,1\}$，$C=\{-2,0,2\}$。求：

(1) $(A\cup B)\cup C$； (2) $A\cup(B\cup C)$。

解 因为 $A\cup B=\{1,2\}\cup\{-1,0,1\}=\{-1,0,1,2\}$，

$B\cup C=\{-1,0,1\}\cup\{-2,0,2\}=\{-2,-1,0,1,2\}$，

所以

(1) $(A\cup B)\cup C=\{-1,0,1,2\}\cup\{-2,0,2\}=\{-2,-1,0,1,2\}$；

(2) $A\cup(B\cup C)=\{1,2\}\cup\{-2,-1,0,1,2\}=\{-2,-1,0,1,2\}$。

可以看出并运算满足交换律和结合律，即

交换律：设 A、B 为两个集合，则

$$A\cup B=B\cup A。$$

结合律：设 A、B、C 是三个集合，则

$$(A\cup B)\cup C=A\cup(B\cup C)=A\cup B\cup C。$$

2. 交集

把属于 A 且属于 B 的所有元素所组成的集合叫做 A 与 B 的**交集**，记为 $A\cap B$，读作"A 交 B"，即

$$A\cap B=\{x\mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}。$$

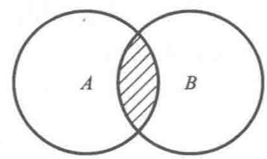

图 1-5

图 1-5 中的阴影部分表示了集合 A 与 B 的交集 $A\cap B$。由交集的定义和图 1-5 可知，$A\cap B\subseteq A$；$A\cap B\subseteq B$。对任意一个集合，显然有 $A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$。求交集的运算称为**交运算**。

例 4　设 $A=\{12$ 的正约数$\}$，$B=\{18$ 的正约数$\}$，$C=\{$不大于 5 的自然数$\}$。求：

(1) $(A\cap B)\cap C$；　　(2) $A\cap(B\cap C)$。

解　因为

$$A=\{1,2,3,4,6,12\},$$
$$B=\{1,2,3,6,9,18\},$$
$$C=\{1,2,3,4,5\},$$

所以

(1) $(A\cap B)\cap C=\{1,2,3,6\}\cap\{1,2,3,4,5\}=\{1,2,3\}$；

(2) $A\cap(B\cap C)=\{1,2,3,4,6,12\}\cap\{1,2,3\}=\{1,2,3\}$。

可以看出交运算满足交换律和结合律，即

交换律：设 A、B 是两个集合，则

$$A\cap B=B\cap A。$$

结合律：设 A、B、C 是三个集合，则

$$(A\cap B)\cap C=A\cap(B\cap C)=A\cap B\cap C。$$

我们已经知道并集与交集的运算满足交换律和结合律，现再给出并、交运算的两个分配律如下：

分配律：设 A、B、C 为三个集合，则

(1) $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$；

(2) $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$。

3. 全集和补集

我们在研究一些数集时常常在某个给定的集合里进行讨论。例如，方程 $x^2-2=0$ 的解集，在实数集 $\mathbf{R}$ 里是 $\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$，显然，$\{-\sqrt{2},\sqrt{2}\}$ 是 $\mathbf{R}$ 的子集。

在研究某些集合时，这些集合常常都是一个给定集合的子集，这个给定的集合叫做**全集**，记为 Ω。也就是说，全集包含了我们此时所研究的集合的全部元素。

上面例子中，全集 $\Omega=\mathbf{R}$。

设集合 A 是全集 Ω 的子集，则根据全集的定义可知 $A\cup\Omega=\Omega, A\cap\Omega=A$。

在图 1-6 中，长方形表示全集 Ω，圆表示它的子集 A。我们把 Ω 中所有不属于集合 A 的元素组成的集合叫做 A 的补集，记为 $\overline{A}$，读作"A 补"，即

$$\overline{A}=\{x\mid x\in\Omega \text{ 且 } x\notin A\}。$$

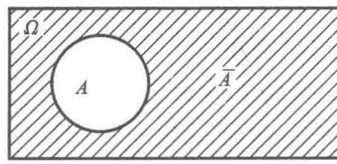

图 1-6

图 1-6 长方形中的阴影部分就表示 A 的补集 $\overline{A}$。

由补集的定义可知：

$$A\cap\overline{A}=\Omega,\quad A\cap\overline{A}=\varnothing,\quad \overline{\Omega}=\varnothing,\quad \overline{\varnothing}=\Omega。$$

求补集的运算叫做**补运算**。

如果把 $\overline{A}$ 的补集记为 $\overline{\overline{A}}$，则有 $\overline{\overline{A}}=A$。

补集是对全集而言的。因此，即使是同一个集合 A，由于所取的全集的不同，它的补集是不同的。

例如，如果 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$，$A=\{1,3,5\}$，则 $\overline{A}=\{2,4,6\}$。如果 $\Omega=\{1,3,5,7,9\}$，$A=\{1,3,5\}$，则 $\overline{A}=\{7,9\}$。

例 5 设 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$，$A=\{1,3,5\}$，$B=\{2,4,6\}$。求证：

(1) $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$；　　(2) $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$。

证 (1) 因为

$$A\cup B=\{1,2,3,4,5,6\},$$

所以

$$\overline{A\cup B}=\{7,8,9,10\}。$$

又因为

$$\overline{A}=\{2,4,6,7,8,9,10\},\quad \overline{B}=\{1,3,5,7,8,9,10\},$$

所以

$$\overline{A}\cap\overline{B}=\{7,8,9,10\},$$

因此

$$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}。$$

(2) 因为

$$A\cap B=\varnothing,$$

所以

$$\overline{A\cap B}=\overline{\varnothing}=\Omega。$$

又因为

$$\overline{A}\cup\overline{B}=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}=\Omega,$$

因此

$$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}。$$

上例所证的两个不等式对于任意给定的集合 A 和 B 也是成立的。即

(1) $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$,

(2) $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$。

上述等式(1)与(2)是补运算与并、交运算之间的重要联系，它们叫做德·摩根(De Morgan)公式，也称为**反演律**。等式(1)可简称为“并的补等于补的交”；等式(2)可简称为“交的补等于补的并”。

习　题　1.1

1. $A=\{x\mid x+1>0\}$，$B=\{x\mid x-1<3\}$，求 $A\cap B$，$A\cup B$。
2. 已知 $\Omega=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$，$A=\{3,6,7,8,10\}$，$B=\{1,2,4,5,9\}$。求 $\overline{A\cap B}$，$\overline{A\cup B}$。
3. 设 $\Omega=\{x\mid -2<x<6, x\in \mathbf{Z}\}$，$M=\{x\mid 0<x<4, x\in \mathbf{Z}\}$，求 $\overline{M}$。
4. 如图 1-7 所示，A 与 B 表示集合，用 A 与 B 之间的运算关系表示图中的阴影部分：

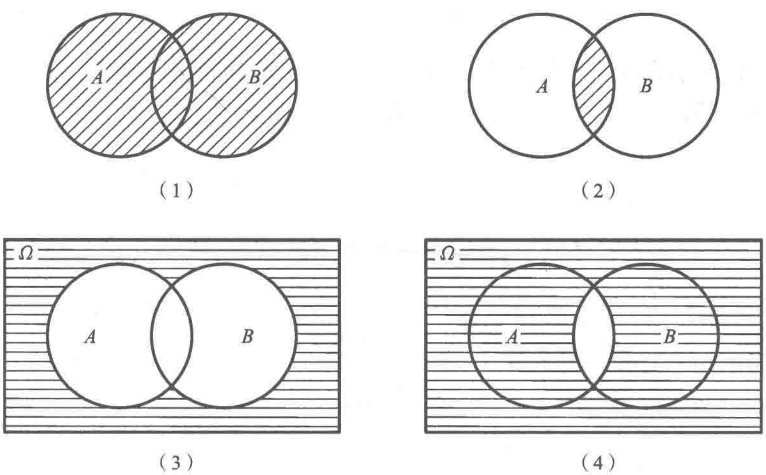

图 1-7

1.2　函　　数

1.2.1　区间的概念

介于两个实数之间的所有实数的集合叫做**区间**。这两个实数叫做区间的端点。设 a，b 为任意两个实数，且 $a<b$。规定：

(1) 满足不等式 $a \leqslant x \leqslant b$ 的所有实数 x 的集合 $\{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$ 叫做**闭区间**，记为 $[a,b]$；

(2) 满足不等式 $a < x < b$ 的所有实数 x 的集合 $\{x \mid a < x < b\}$ 叫做**开区间**，记为 (a,b)；

(3) 满足不等式 $a < x \leqslant b$ 的所有实数 x 的集合 $\{x \mid a < x \leqslant b\}$ 叫做**左开区间**，记为 $(a,b]$；

(4) 满足不等式 $a \leqslant x < b$ 的所有实数 x 的集合 $\{x \mid a \leqslant x < b\}$ 叫做**右开区间**，记为 $[a,b)$。

在数轴上，这些区间都可以用一条以 a 和 b 为端点的线段来表示。端点间的距离叫做**区间的长**。如图 1-8 所示，在图上，区间闭的那一端标以实心点，开的一端标以空心点。

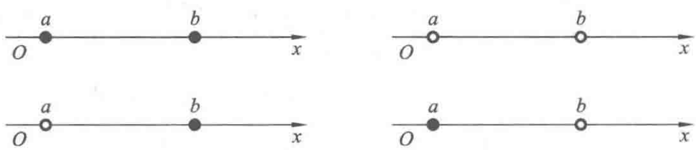

图 1-8

区间的长为有限时，叫做**有限区间**。以上四种区间都是有限区间。区间的长为无限时，叫做**无限区间**。关于无限区间，有如下的规定：

(1) $[a,+\infty)$ 表示集合 $\{x \mid x \geqslant a\}$；

(2) $(a,+\infty)$ 表示集合 $\{x \mid x > a\}$；

(3) $(-\infty,b]$ 表示集合 $\{x \mid x \leqslant b\}$；

(4) $(-\infty,b)$ 表示集合 $\{x \mid x < b\}$；

(5) $(-\infty,+\infty)$ 表示实数集 $\mathbf{R}$。

例 6　用区间表示下列不等式(组)的解集：

(1) $\begin{cases} 5x-4>3(x-4), \\ \dfrac{1}{2}x+2 \leqslant 4-\dfrac{3}{2}x; \end{cases}$　　(2) $x^2+2x+2>0$。

解　(1) 原不等式组可化为 $\begin{cases} x>-4, \\ x \leqslant 1。 \end{cases}$ 所以该不等式组的解集为 $\{x \mid -4 < x \leqslant 1\}$，用区间表示为 $(-4,1]$。

(2) 原不等式可化为 $(x+1)^2+1>0$。所以该不等式的解集为 $\mathbf{R}$，用区间表示为 $(-\infty,+\infty)$。

1.2.2　函数的概念

在某一变化过程中可以取不同数值的量叫做**变量**，而始终保持相同数值的量叫

做常量。

定义 1.1 设 x 和 y 是两个变量，D 是一个非空数集。如果对于每个数 $x\in D$，按照某个对应关系，变量 y 都有唯一确定的值和它对应，那么 y 就叫做定义在数集 D 上 x 的函数。记作 $y=f(x)$。其中 x 叫做自变量，和 x 的值相对应的 y 的值，叫做函数值。数集 D 叫做函数的定义域，当 x 取遍 D 中的一切数值时，对应的函数值的集合叫做函数的值域，函数的值域一般用 M 表示。

函数的记号除 $f(x)$ 外，我们还常用 $F(x)$，$Q(x)$，$\varphi(x)$ 等记号来表示。特别在同一个问题中讨论几个不同的函数关系时，为了区别清楚起见，就要用不同的函数记号来表示这些函数。

当自变量 x 在定义域 D 内取定值 x_0 时，函数 $f(x)$ 的对应值可记为 $f(x_0)$。

例 7 设 $\varphi(x)=\dfrac{|x-1|}{x^2-1}$。求 $\varphi(0)$，$\varphi(3)$ 及 $\varphi(a)$。

解 $\varphi(0)=\dfrac{|-1|}{-1}=-1$。

$\varphi(3)=\dfrac{|3-1|}{9-1}=\dfrac{1}{4}$。

$\varphi(a)=\dfrac{|a-1|}{a^2-1}=\dfrac{1}{a+1}$，

当 $a>1$ 时，$\varphi(a)=\dfrac{a-1}{a^2-1}=\dfrac{1}{a+1}$；

当 $a<1$ 且 $a\neq-1$ 时，$\varphi(a)=\dfrac{-(a-1)}{a^2-1}=-\dfrac{1}{a+1}$。

由函数的定义可以知道，当函数的定义域和函数的对应关系确定以后，这个函数就完全确定。因此，常把函数的定义域和函数的对应关系叫做确定函数的两个要素。两个函数只有当它们的定义域和对应关系完全相同时，这两个函数才认为是相同的。例如，函数 $y=x$ 和 $y=\sqrt{x^2}$。它们的定义域虽然都是实数集 $\mathbf{R}$，但是因为

$$y=\sqrt{x^2}=|x|=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ -x, & x<0;\end{cases}$$

所以这两个函数是不同的。

又如，函数 $y=x$ 与 $y=\sqrt[3]{x^3}$，它们的对应关系和定义域都分别相同，所以它们是相同的函数。

1.2.3 函数定义域的求法

在实际问题中，函数的定义域是根据所研究的问题的实际意义来确定的。

对于用数学式子(即解析式)来表示的函数，如果不考虑问题的实际意义，那么函数的定义域就是指能使这个式子有意义的所有实数的集合。

例 8 求下列函数的定义域：

(1) $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-x-6}$；

(2) $y=\sqrt{x}+\sqrt{-x}$；

(3) $y=\sqrt{4-x^2}+\dfrac{1}{2x+1}$。

解 (1) 对于函数 $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-x-6}$，由于右端分式的分母不能为零，所以 $x=-2$ 或 $x=3$ 应除去，即函数的定义域为集合 $\{x\mid x^2-x-6\neq 0\}$ 或 $\{x\mid x\neq 3$ 且 $x\neq -2\}$，用区间表示为 $(-\infty,-2)\cup(-2,3)\cup(3,+\infty)$。

(2) 对于函数 $y=\sqrt{x}+\sqrt{-x}$，由于当 $x\geqslant 0$ 时 $\sqrt{x}$ 有意义，当 $x\leqslant 0$ 时 $\sqrt{-x}$ 有意义，所以函数 $y=\sqrt{x}+\sqrt{-x}$ 的定义域是 $\{x\mid x=0\}$，即 $\{0\}$。

(3) 对于函数 $y=\sqrt{4-x^2}+\dfrac{1}{2x+1}$，函数的定义域为集合 $\left\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 2，且\ x\neq -\dfrac{1}{2}\right\}$ 用区间表示为 $\left[-2,-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{2},2\right]$。

1.2.4 函数的图像

对一般的函数，它的图像就是在函数的定义域 D 内，满足函数关系 $y=f(x)$ 的有序实数对在直角坐标平面内对应的点集，即 $\{(x,y)\mid y=f(x),x\in D\}$。

用描点法作函数图像，就是在函数的定义域内给 x 以一些值，求出对应的函数值 y，再以每一对 x,y 的值为坐标，在直角坐标平面内定出对应的点 $M(x,y)$，连接这些点所成光滑的曲线就是函数的图像(见图 1-9)。

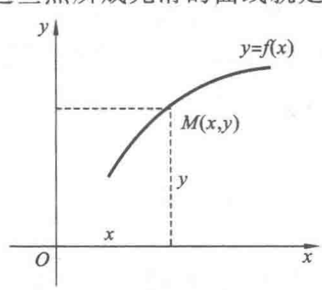

图 1-9

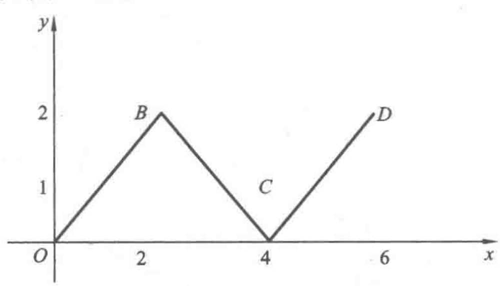

图 1-10

例 9 作函数 $y=\begin{cases} x, & x\in[0,2) \\ -x+4, & x\in[2,4) \\ x-4, & x\in[4,6] \end{cases}$ 的图像。

解 这个函数的定义域是 $[0,6]$，在自变量 x 的不同取值范围内，函数有不同的表达式，这样的函数叫做**分段函数**。如图 1-10 所示，这个函数在定义域 $[0,6]$ 上的图