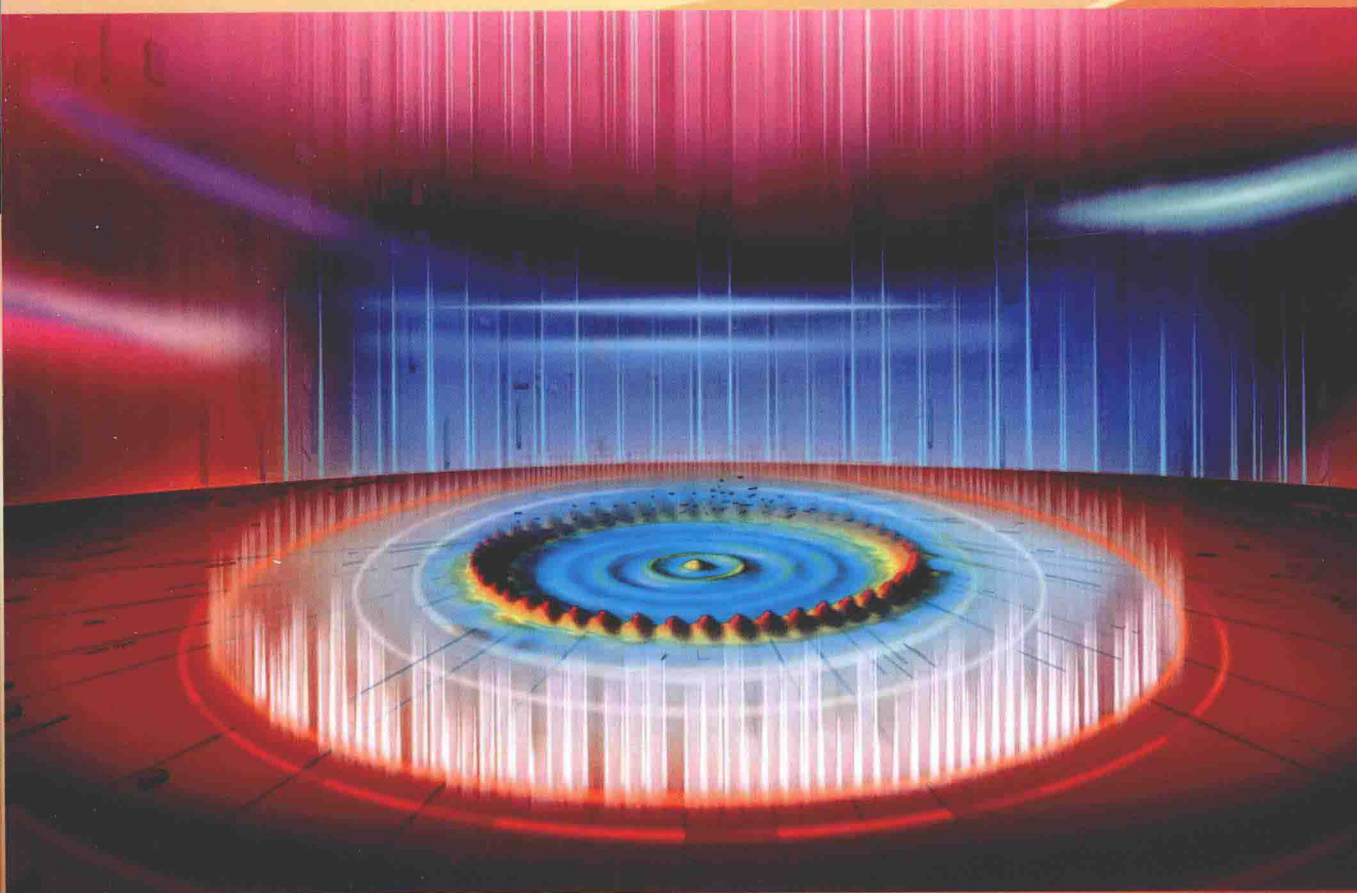


高等理工院校物理类基础教材

◎ 杨玉平 何 光 / 编著

简明量子力学

Concise Quantum Mechanics



中央民族大学出版社
China Minzu University Press

高等理工院校物理类基础教材

Concise Quantum Mechanics

简明量子力学

◎ 杨玉平 何 光 / 编著

中央民族大学出版社
China Minzu University Press

图书在版编目 (CIP) 数据

简明量子力学/杨玉平, 何光编著. —北京: 中央民族大学出版社,
2013. 9

ISBN 978-7-5660-0504-5

I. ①简… II. ①杨… ②何… III. ①量子力学—高等学校—教材
IV. ①0413.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 224977 号

简明量子力学

编 著 杨玉平 何光

责任编辑 满福玺

封面设计 布拉格

出 版 者 中央民族大学出版社

北京市海淀区中关村南大街 27 号 邮编: 100081

电话: 68472815 (发行部) 传真: 68932751 (发行部)

68932218 (总编室) 68932447 (办公室)

发 行 者 全国各地新华书店

印 刷 者 北京京华虎彩印刷有限公司

开 本 787×1092 (毫米) 1/16 印张: 18.125

字 数 400 千字

版 次 2013 年 9 月第 1 版 2014 年 6 月第 2 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5660-0504-5

定 价 53.00 元

版权所有 翻印必究

前 言

量子力学是一门物理概念繁多并高度抽象的课程。原子物理学和量子力学的先驱者玻尔 (N. Bohr) 曾经说过: “如果谁在第一次学习量子概念时, 不觉得糊涂, 那么他就一点也没有懂。” 周世勋编写的《量子力学教程》(1979 年 2 月第 1 版, 高等教育出版社) 是一本很好的教科书, 在内容编排和表达方式上比较好, 易于被初学者理解, 很多大学选用此书作为教材。

然而, 随着课程建设的发展以及基础理论课程学时的逐渐减少, 量子力学课程参考书的习题答案全部实现网络共享, 习题的数量和难度也相应降低, 造成了学生认为只要能看懂答案就全部掌握的片面认识, 但是考试时则眼高手低, 严重影响到学生理解和掌握量子力学的基本理论及相关问题的分析与处理能力。另外, 量子力学课程本身需要学生具有较好的高等数学、线性代数、数理方法知识以及逻辑思维能力, 而实际授课过程中很难顾及到学生的个体差异性和因材施教。作者在中央民族大学长期讲授量子力学课程的过程中, 针对授课学生复杂的个体差异性, 充分发挥习题教学环节, 以帮助学生掌握概念、开拓思维。本书正是在现有量子力学经典教材的基础上, 参阅了大量资料并对习题进行了认真筛选编写而成的。

本书主要具有以下特色: 第一, 为帮助读者提高量子力学的理解和应用能力, 增加了若干基本内容。例如, 对德布罗意波的描述、引入薛定谔方程的论述、关于束缚态、分立谱和连续谱问题的阐述、与连续谱相应的本征函数及波函数的归一化、关于不确定原理、狄喇克符号、两个电子的自旋态等。附录中还增加数学基础方法, 包括 Fourier 变换、 δ 函数、厄密多项式、矩阵、积分公式等。第二, 每章增设“例题”、“小结”和“习题”。“例题”大部分选自国内外研究生试题和资格考试题, 全部题目都给出了详细的分析和解答, 有些题目是作者结合科学前沿首创的, 例如量子尺寸效应、夸克禁闭效应、激子能级、玻色-爱因斯坦效应等, 充分体现了该书的“科学性”和“先进性”; “小结”中作者对本书有关章节的主要内容做了简要概括; “习题”力求反映量子力学中的各类问题, 其中包括较简单的习题和难度较大的综合性习题, 供不同层次的读者更好地掌握和解决量子力学基本问题。

全书分为七章, 内容包括绪论、波函数和薛定谔方程、量子力学中的力学量、态和力学量的表象、微扰理论、散射、自旋与全同粒子。其中第四、第五、第六章由何光编写, 其余内容由杨玉平编写, 并负责全书统稿和审核修改。

本书的参考学时范围为 36~72 学时。讲授全部内容需要 72 学时; 删去目录中带*号的章节, 授课时数为 54 学时; 进一步精减相关章节, 也可以作为授课时数为 36 学时的教材。

特别说明的是本书的许多论述方法取自朱振和教授的《量子力学简明教程》，本书的编者在此对朱振和教授表示诚挚的敬意。本书编写过程中还得到邹斌副教授和张谷令副教授的无私帮助，他们的很多建议已反映在书中，在此表示衷心的感谢！

杨玉平
2013年8月

目 录

第一章 绪论	1
§ 1.1 普朗克的能量子假说	1
1.1.1 基尔霍夫辐射定律	1
1.1.2 黑体辐射实验定律	2
1.1.3 普朗克的能量子假说	3
§ 1.2 爱因斯坦的光量子理论	4
1.2.1 光电效应的实验规律	4
1.2.2 爱因斯坦的光子假说与光电效应的解释	5
1.2.3 光的波粒二象性	6
§ 1.3 康普顿效应	7
1.3.1 康普顿散射的实验规律	7
1.3.2 光子理论对康普顿效应的解释	8
* § 1.4 原子结构的玻尔理论	9
§ 1.5 微粒的波粒二象性	11
1.5.1 微观粒子的波粒二象性	11
1.5.2 德布罗意波	11
1.5.3 德布罗意假说的实验验证	13
§ 1.6 例题	14
小结	20
习题	21
第二章 波函数和薛定谔方程	24
§ 2.1 波函数的统计解释	24
2.1.1 波函数的统计解释	24
2.1.2 波函数的归一化	26
§ 2.2 态叠加原理	27
§ 2.3 薛定谔方程	29
§ 2.4 粒子流密度和粒子数守恒定律	32
2.4.1 粒子流密度	32
2.4.2 粒子数守恒定律	33
§ 2.5 定态薛定谔方程	34
§ 2.6 一维方势阱	36
2.6.1 一维有限深方势阱	36

2.6.2 一维无限深方势阱	40
§ 2.7 线性谐振子	42
* § 2.8 势垒贯穿	46
§ 2.9 例题	50
小结	60
习题	64
第三章 量子力学中的力学量	71
§ 3.1 表示力学量的算符	71
3.1.1 算符	71
3.1.2 算符的运算规则	72
§ 3.2 动量算符和角动量算符	74
3.2.1 动量算符	74
3.2.2 角动量算符	75
§ 3.3 电子在中心力场中的运动	79
§ 3.4 氢原子	83
§ 3.5 厄密算符本征函数的正交性	88
§ 3.6 算符与力学量的关系	91
§ 3.7 对易关系与不确定关系	97
3.7.1 算符的对易关系	97
3.7.2 两力学量同时有确定值的条件	98
3.7.3 不确定关系	99
* § 3.8 力学量平均值随时间的变化 守恒定律	103
§ 3.9 例题	105
小结	119
习题	122
第四章 态和力学量的表象	128
§ 4.1 态的表象	128
§ 4.2 算符的矩阵表示	132
§ 4.3 量子力学公式的矩阵表述	134
4.3.1 平均值公式	134
4.3.2 本征值方程	135
4.3.3 薛定谔方程	136
§ 4.4 幺正变换	137
4.4.1 力学量的幺正变换	137
4.4.2 波函数的幺正变换	138
§ 4.5 狄喇克符号	140
* § 4.6 线性谐振子的矩阵解法	145
§ 4.7 例题	147

小结	156
习题	160
第五章 微扰理论	163
§ 5.1 非简并定态微扰理论	163
§ 5.2 简并情况下的微扰理论	167
§ 5.3 氢原子的一级斯塔克效应	168
§ 5.4 与时间有关的微扰理论	171
§ 5.5 跃迁概率	174
5.5.1 常微扰, 黄金规则	174
5.5.2 周期微扰, 共振吸收与共振发射	175
§ 5.6 光的发射和吸收	178
5.6.1 爱因斯坦系数	178
5.6.2 用微扰理论计算爱因斯坦系数	179
§ 5.7 选择定则	183
§ 5.8 例题	185
小结	200
习题	201
*第六章 散射	206
§ 6.1 碰撞过程 散射截面	206
§ 6.2 中心力场中的弹性散射 (分波法)	208
§ 6.3 阶梯势阱与势垒所产生的散射	212
§ 6.4 玻恩近似	213
§ 6.5 质心坐标系与实验室坐标系	216
习题	218
第七章 自旋与全同粒子	219
§ 7.1 电子自旋	219
§ 7.2 电子的自旋算符和自旋态	220
7.2.1 自旋算符	220
7.2.2 泡利算符	221
7.2.3 自旋态	222
* § 7.3 简单塞曼效应	225
§ 7.4 两个角动量的耦合	226
* § 7.5 光谱的精细结构	230
§ 7.6 全同粒子的特性	234
§ 7.7 全同粒子体系的波函数	236
§ 7.8 两个电子的自旋态	239
§ 7.9 氢原子 (微扰法)	242
* § 7.10 氢分子 (海特勒-伦敦法) 化学键	245

§ 7. 11 例题	247
小结	259
习题	261
附录	265
附录 I 波包	265
附录 II 厄密多项式	267
附录 III δ 函数	270
附录 IV 矩阵简介	271
附录 V 泡利矩阵	274
附录 VI 两个电子的自旋态矢量和自旋算符	274
附录 VII 常用数学公式	278
附录 VIII 物理常数表	280
参考文献	281

第一章 绪 论

量子力学是反映微观粒子（分子、原子、原子核、基本粒子等）运动规律的理论，它是 20 世纪 20 年代在总结大量实验事实和旧量子论的基础上建立起来的。随着量子力学的创立，人类对物质微观结构及微观世界运动规律的认识日益深入。量子力学不仅是物理学中的基础理论之一，而且在化学等有关学科和半导体、激光等许多现代技术中也得到了广泛的应用。在叙述量子力学内容之前，先简单介绍一下量子力学诞生的过程。

§ 1.1 普朗克的能量子假说

任何固体或液体，在任何温度下都在发射各种波长的电磁波，这种由于物体中的分子、原子受到热激发而发射电磁波的现象称为热辐射。实验表明，热辐射具有连续的辐射能谱，波长自远红外区延伸到紫外区，并且辐射能按波长的分布主要决定于物体的温度。在一般温度下，物体的热辐射主要在红外区。例如把铁块在炉中加热，起初看不到它发光，却感到它辐射出来的热。随着温度的不断升高，它发出暗红色的可见光，逐渐转为橙色而后成为黄白色，在温度极高时，变为青白色。这说明同一物体在一定温度下所辐射的能量，在不同光谱区域的分布是不均匀的，温度越高，光谱中与能量最大的辐射所对应的波长也越短。同时随着温度的升高，辐射的总能量也增加。

1.1.1 基尔霍夫辐射定律

为了定量描写热辐射的规律，引入几个有关辐射的物理量。

(1) 单色辐射出射度

在单位时间内，从物体表面单位面积上所发射的波长在 λ 到 $\lambda+d\lambda$ 范围内的辐射能 dE_λ 与波长间隔 $d\lambda$ 成正比， dE_λ 与 $d\lambda$ 的比值称为单色辐射出射度，用 M_λ 表示，即

$$M_\lambda = \frac{dE_\lambda}{d\lambda} \quad (1.1-1)$$

实验指出， M_λ 与辐射物体的温度和辐射的波长有关，是 λ 和 T 的函数，常表示为 $M_\lambda(T)$ 或 $M(\lambda, T)$ ，它表示在单位时间内从物体单位表面积发射的波长在 λ 附近单位波长间隔内的辐射能，单位为 W/m^2 。

(2) 辐射出射度

单位时间内从物体表面单位面积上所发射的各种波长的总辐射能，称为物体的辐射出射度。显然，对于给定的一个物体，辐射出射度只是其温度的函数，常用 $M(T)$ 表示，单位为 W/m^2 。在一定温度 T 时，物体的辐射出射度与单色辐射出射度的关系为：

$$M(T) = \int_0^\infty M_\lambda(T) d\lambda \quad (1.1-2)$$

实验指出，在相同温度下，各种不同的物体，特别在表面的情况（如粗糙程度等）不同时， $M_{\lambda}(T)$ 的量值是不同的，相应地 $M(T)$ 的量值也是不同的。

(3) 单色吸收比和单色反射比

任一物体向周围发射辐射能的同时，也吸收周围物体发射的辐射能。当辐射从外界入射到不透明的物体表面上时，一部分能量被吸收，另一部分从表面反射（如果物体是透明的，则还有一部分能透射）。被物体吸收的能量与入射能量之比称为这物体的吸收比。反射的能量与入射能量之比称为这物体的反射比。物体的吸收比和反射比也与温度和波长有关。在波长 λ 到 $\lambda+d\lambda$ 范围内的吸收比称为单色吸收比，用 $\alpha_{\lambda}(T)$ 表示；波长 λ 到 $\lambda+d\lambda$ 范围内的反射比称为单色反射比，用 $r_{\lambda}(T)$ 表示。对于不透明的物体，单色吸收比和单色反射比的总和等于 1，即

$$\alpha_{\lambda}(T)+r_{\lambda}(T)=1 \tag{1.1-3}$$

若物体在任何温度下，对任何波长的辐射能的吸收比都等于 1，即 $\alpha_{\lambda}(T)=1$ ，则称该物体为黑体。

1860 年，基尔霍夫（G. R. Kirchhoff）从理论上提出物体的辐射出射度与吸收比内在联系的重要定律：在同样的温度下，各种不同物体对相同波长的单色辐射出射度与单色吸收比之比值都相等，并等于该温度下黑体对同一波长的单色辐射出射度。用数学式表示为

$$\frac{M_{\lambda 1}(T)}{a_{\lambda 1}(T)}=\frac{M_{\lambda 2}(T)}{a_{\lambda 2}(T)}=\cdots=M_{\lambda 0}(T) \tag{1.1-4}$$

式中， $M_{\lambda 0}(T)$ 表示黑体的单色辐射出射度。这一定律通俗地说就是好的吸收体也是好的辐射体。黑体是完全的吸收体，因此也是理想的辐射体。

1.1.2 黑体辐射实验定律

如果一个物体能全部吸收投射在其上面的辐射而无反射，这种物体就称为绝对黑体，简称黑体。一个空腔可以看作黑体。当空腔与内部的辐射处于平衡时，腔壁每一处、每一时刻、单位面积、单位时间发射的辐射能量与它吸收的辐射能量相等。19 世纪末，人们已经在实验上准确地测定了平衡时黑体的单色辐射出射度 $M_{\lambda 0}(T)$ 随 λ 和 T 变化的实验曲线，如图 1-1 所示。

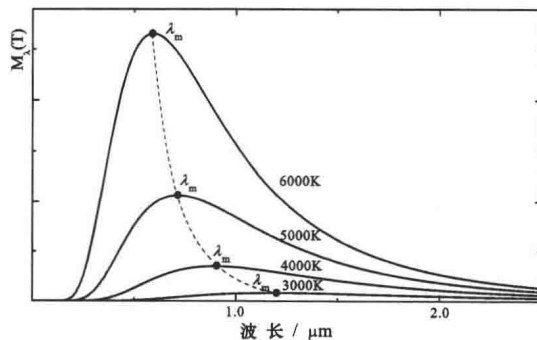


图 1-1 黑体的辐射出射度按波长分布曲线

根据实验曲线,得出下述有关黑体热辐射的两条普遍定律。

(1) 斯特藩 (J. Stefan) — 玻耳兹曼 (L. Boltzmann)

经实验确定,黑体的辐射出射度 $M_{\lambda 0}(T)$ 与热力学温度 T 的四次方成正比,即

$$M(T) = \sigma T^4 \quad (1.1-5)$$

式中,斯特藩常数 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ 。这一结果称为斯特藩—玻耳兹曼定律。

(2) 维恩 (W. Wien) 位移定律

从图 1-1 可以看出,任何温度下,每条曲线都有一最大值(峰值),即最大的单色辐射出射度。相应于这最大值的波长,叫做峰值波长 (λ_m)。随着温度 T 的增高, λ_m 向短波移动, λ_m 与 T 成反比:

$$\lambda_m = b/T \quad (1.1-6)$$

式中,维恩常量 $b = 2.897756 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$ 。这一结果称为维恩位移定律。

这两个定律反映出热辐射的功率随着温度的升高而迅速增加,而且热辐射的峰值还随着温度的增加而向短波方向移动。

1.1.3 普朗克的能量子假说

在经典物理学中,把组成黑体空腔壁的分子或原子看作带电的线性谐振子。为了从理论上找出符合实验曲线的函数式 $M_{\lambda 0}(T) = f(\lambda, T)$,即黑体辐射出射度与热力学温度及辐射波长的关系式,19 世纪末许多物理学家在经典物理学的基础上做了相当大的努力,但都未能成功。其中最典型的黑体辐射经典理论公式是维恩公式和瑞利—金斯公式。

维恩 (W. Wien) 在 1893 年由热力学出发,假设黑体辐射能谱分布与麦克斯韦分子速率分布相类似,得出维恩公式:

$$M_{\lambda 0}(T) = a \lambda^{-5} e^{-\beta/\lambda T} \quad (1.1-7)$$

这个公式与实验曲线波长较短处符合得很好,但在波长很长处与实验曲线相差较大。

瑞利 (L. Rayleigh) 和金斯 (J. H. Jeans) 把统计物理学中的能量按自由度均分定理应用到电磁辐射上来,提出每个线性谐振子的平均能量都等于 kT ,得到瑞利—金斯公式:

$$M_{\lambda 0}(T) = c \lambda^{-4} T \quad (1.1-8)$$

这个公式在波长很长处与实验曲线还比较接近,但在短波(紫外光区)处, $M_{\lambda 0}(T)$ 将随波长趋向于零而趋向无穷大,完全与实验结果不符,这种困难在当时被称为“紫外灾难”。

黑体辐射问题是普朗克 (Planck) 于 1900 年引进量子概念后才得以解决。普朗克假设:辐射黑体分子、原子的振动可看作谐振子,这些谐振子可以发射和吸收辐射能,但这些谐振子只可能处于某些分立状态。在这些状态中,谐振子的能量并不像经典物理学所允许的可具有任意值。相应的能量是某一最小能量 ε (ε 称为能量子) 的整数倍,即:

$$\varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, 4\varepsilon, \dots, n\varepsilon$$

n 为正整数,称为量子数。对于频率为 ν 的谐振子来说,最小能量为:

$$\varepsilon = h\nu \quad (1.1-9)$$

式中, h 是普朗克常数,它的数值是 $h = 6.62606876(52) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ 。

基于这个假设，普朗克得到如下的黑体辐射公式：

$$\rho_\nu d\nu = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu \quad (1.1-10)$$

式 (1.1-10) 画出的曲线如图 1-2 所示，与实验结果（圆圈代表实验值）相符。在高频范围内，普朗克公式就转化为维恩公式；在低频范围内，普朗克公式则转化为瑞利—金斯公式。另外，还可以导出斯特藩—玻耳兹曼定律和维恩位移定律。

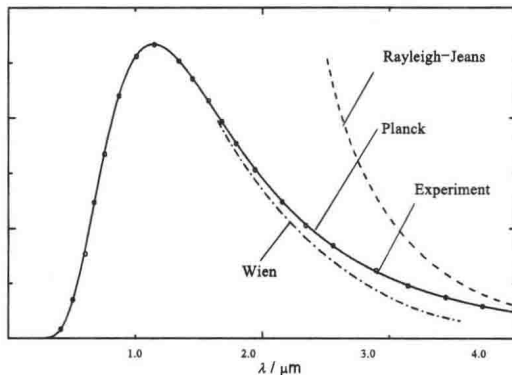


图1-2 黑体辐射能量分布曲线

§ 1.2 爱因斯坦的光量子理论

当光照射到某些金属上时，有电子从金属中逸出，这种现象称为光电效应（photoelectric effect），逸出的电子称为光电子。光电效应是由赫兹（H. R. Hertz）首先发现的，此后他的同事勒纳德（P. Lenard）测量了光电效应的基本实验规律。

1.2.1 光电效应的实验规律

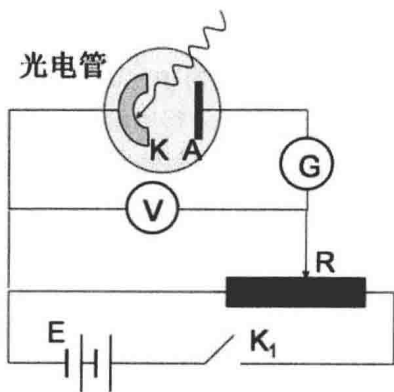


图1-3 光电效应实验简图

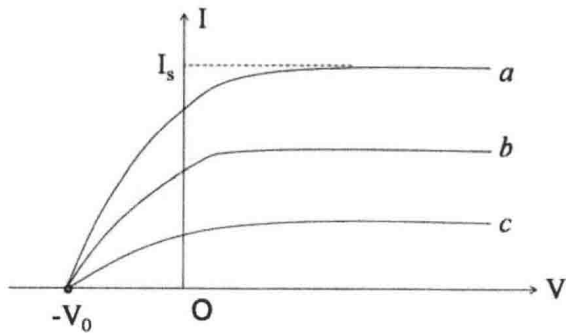


图1-4 光电流安特性曲线

实验装置如图 1-3 所示。在一抽成高真空的容器（光电管）内，装有阴极 K 和阳极 A，阴极 K 为金属板。当单色光通过石英窗口照射到金属板 K 上时，金属板便释放出电子。如果在 AK 两端加上电势差 V ，则光电子在加速电场作用下，飞向阳极，形成回路中的光电流。光电流的强弱由电流计 G 读出。

实验结果可归纳如下：

(1) 饱和电流 I_s

光电流 I 随加在光电管两端电压 V 变化的曲线，叫做光电伏安特性曲线。在一定光强照射下，随着 V 增大，光电流 I 趋近一个饱和值 I_s 。实验表明，饱和电流与光强成正比，如图 1-4 中曲线 a 比曲线 b 对应的光强大，曲线 b 比曲线 c 对应的光强大。电流达到饱和意味着从电极 K 发射出来的电子全部飞到 A 极上。因此上述实验表明，受光照的金属极释放出来的电子数和入射光的强度成正比。

(2) 遏止电势 V_0

若将电源反向，两极间将形成使电子减速的电场。实验表明，当反向电压不太大时，仍存在一定光电流。这说明从阴极发出的光电子有一定的初速，它们可以克服电场的阻碍到达阳极。当反向电压大到一定数值 V_0 时，光电流减少到零。 V_0 叫做遏止电势。实验还表明，遏止电势 V_0 与光强无关。遏止电势的存在，表明光电子的初速有一上限 v_0 ，与此相应的动能也有一上限，它等于

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = eV_0 \quad (1.2-1)$$

式中， m 是电子的质量， $e > 0$ 是电子电荷的绝对值。

(3) 截止频率（红限） ν_0

当改变入射光束的频率 ν 时，遏止电势 V_0 随之改变。实验表明， V_0 与 ν 成线性关系（图 1-5）。 ν 减少时， V_0 也减小；当 ν 低于某频率 ν_0 时， V_0 减小到 0。这时不论光强多大，光电效应不再发生。频率 ν_0 称为光电效应的截止频率或频率的红限。

截止频率 ν_0 是光电阴极上感光物质的属性，与光强无关。有时用波长来表示红限，波长的红限 $\lambda_0 = c/\nu_0$ 。

(4) 弛豫时间

当入射光束照射在光电阴极上时，无论光强怎样微弱，几乎在开始照射的同时就产生了光电子，弛豫时间最多不超过 10^{-9} s。

1.2.2 爱因斯坦的光子假说与光电效应的解释

上述光电效应的实验规律是光的波动理论完全不能解释的。爱因斯坦对黑体辐射问题作了理论分析以后认为光即电磁辐射本身就是由大小为 $h\nu$ 的能量子所组成的，它以微粒的形式出现，以速度 c 在空间运动。这种粒子叫做光量子，后来人们称其为光子。按照光子的观点，爱因斯坦成功地解释了光电效应。当光射到金属表面上时，能量为 $h\nu$ 的光子被电子所吸收。电子把这能量的一部分用来克服金属表面对它的吸引力，另一部分就是电子离开金属表面后的动能。这个能量关系可以写为

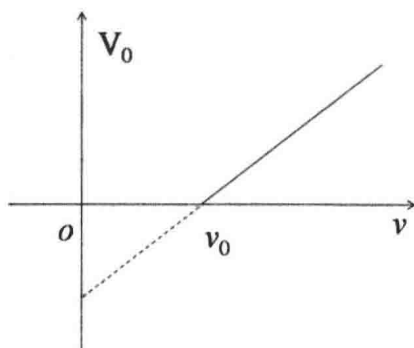


图1-5 截止频率

$$\frac{1}{2}m v_m^2 = h\nu - A \quad (1.2-2)$$

式中, m 是电子的质量, v_m 是电子脱出金属表面后的速度, A 是电子脱出金属表面所需要做的功, 称为逸出功。当 $h\nu=A$ 时, $\frac{1}{2}m v_m^2 = 0$, 那么:

$$\nu_0 = \frac{A}{h} \quad (1.2-3)$$

这表明频率为 ν_0 的光子具有发射光电子的最小能量。如果光子频率低于 ν_0 , 不管光子数目多大, 单个光子也没有足够的能量去发射光电子, 所以遏止频率相当于电子所吸收的能量全部消耗于电子的逸出功时入射光的频率。同样由光子理论可以得出, 当一个光子被吸收时, 全部能量立即被吸收, 不需要积累能量的时间。这样就圆满地解释了经典理论所不能解释的光电效应。

1.2.3 光的波粒二象性

爱因斯坦还提出, 光子不但具有确定的能量, 而且具有动量。由相对论我们知道, 以速度 v 运动的粒子的能量是

$$E = \mu c^2 = \frac{\mu_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

式中, μ 是粒子的质量, μ_0 是粒子的静止质量。对于光子, $v = c$, 由上式可知光子的静止质量为零。再由相对论中能量与动量的关系式

$$E^2 = \mu_0^2 c^4 + c^2 p^2$$

得到光子能量 E 和动量 p 之间的关系是

$$E = cp$$

所以光子的能量和动量满足

$$E = h\nu = \hbar\omega \quad (1.2-4)$$

$$p = \frac{h\nu}{c} \mathbf{n} = \frac{h}{\lambda} \mathbf{n} = \hbar \mathbf{k} \quad (1.2-5)$$

式中, $\mathbf{n}$ 表示沿光子运动方向的单位矢量, $\omega = 2\pi\nu$ 表示角频率 (有时也称为频率), λ 是波长,

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi\nu}{c} \mathbf{n} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{n} \quad (1.2-6)$$

称为波矢, $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ 是量子力学中常用的符号。关系式(1.2-4)和(1.2-5)称为爱因斯坦关系

式, 它们把光的双重性质——波动性和粒子性 联系起来, 等式左边的动量和能量是描写粒子的特性, 等式右边的频率和波长则是波的特性。

由关系式(1.2-4) 和 (1.2-5) 可以看出普朗克常数 h 在微观现象中占有重要的地位。能量和动量的量子化通过 h 这个不为零的常量表现出来。在宏观现象中, h 和其他物理量相比非常小, 以致可以忽略, 因而辐射能量可以看作连续变化的。因此, 凡是 h 在其中起重要作用的现象都可以称为量子现象。

爱因斯坦的理论揭示出光的微粒性, 但这并不否定光的波动性, 光的波动性早已被干涉、衍射等现象完全地证实了。这样, 光就具有微粒和波动的双重性质, 这种性质称为波粒二象性。

§ 1.3 康普顿效应

1923 年, 康普顿 (A. H. Compton) 研究了 X 射线经物质散射的实验, 进一步证实了爱因斯坦的光子概念。图 1-6 是康普顿实验装置的示意图。X 射线源发射一束波长为 λ_0 的 X 射线, 并透射到一块石墨上, 经石墨散射后, 散射束穿过光阑, 其波长及相对强度可以由晶体和探测器所组成的摄谱仪测定, 改变散射角, 进行同样的测量。康普顿发现, 在散射光谱中除有与入射线波长 λ_0 相同的射线外, 同时还有波长 $\lambda > \lambda_0$ 的射线, 这种改变波长的散射称为康普顿效应。

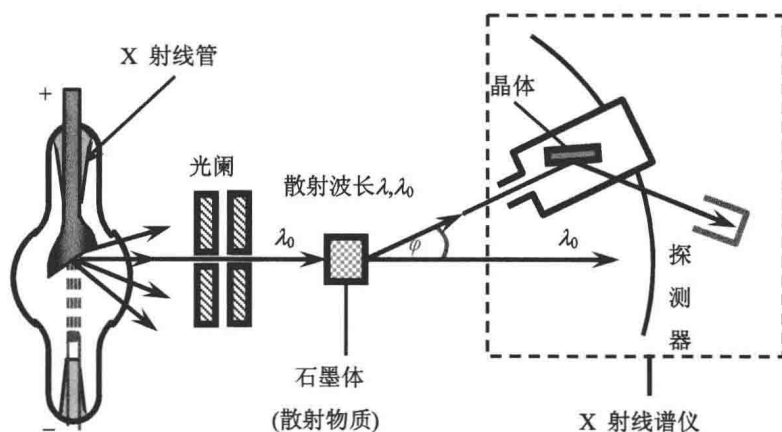


图1-6 康普顿效应实验装置

1.3.1 康普顿散射的实验规律

1926 年, 我国物理学家吴有训对不同的散射物质进行了研究, 实验结果指出:

(1) 波长的偏移 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ 随散射角 φ (散射线与入射线之间的夹角) 而异; 当散射角增大时, 波长的偏移也随之增加, 而且随着散射角的增加, 原波长的谱线强度减小, 而新波长的谱线强度增大。(2) 在同一散射角下, 对于所有散射物质, 波长的偏移 $\Delta\lambda$ 都相同, 但原波长的谱线强度随散射物质的原子序数的增大而增加, 新波长的谱线强度随之减小, 如图 1-7 所示。

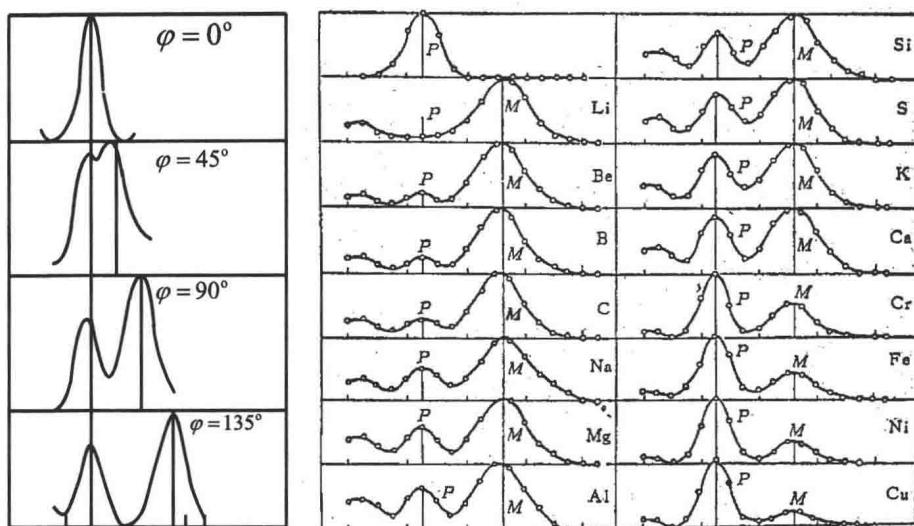


图1-7 康普顿散射随角度和原子序数的关系

康普顿散射效应与光学的瑞利散射很不同。按照经典理论，瑞利散射是一种共振吸收和再发射的过程，散射波的频率（波长）总与入射波相同。但在这里，散射线中出现了不同的频率（波长）。康普顿散射无法用经典的电磁理论来解释。

1.3.2 光子理论对康普顿效应的解释

应用光子的概念，并假设单个光子和实物粒子一样，能与电子等粒子发生弹性散射，那么康普顿效应能够在理论上得到与实验相符合的解释。首先我们把散射原子中的电子看成是自由的和静止的，康普顿散射可看作 X 射线中的光子和自由电子间的弹性碰撞过程，在此过程中能量和动量是守恒的。

图 1-8 表示一个光子和一个电子的碰撞。以 $\hbar\omega$ 和 $\hbar\omega'$ 表示光子在碰撞前和碰撞后的能量，以 $\hbar\omega/c$ 和 $\hbar\omega'/c$ 表示光子在碰撞前和碰撞后的动量， m_0 表示电子的静止质量。碰撞前电子静止，

动量为零；碰撞后电子沿 θ' 角度以速度 v 运动。根据相对论，电子在碰撞后动能为：

$$\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - m_0 c^2$$

$$\text{动量为: } \frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

由于碰撞前后能量守恒，因而有

$$\hbar\omega = \hbar\omega' + \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - m_0 c^2 \quad (1.3-1)$$

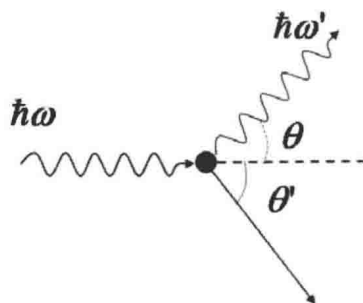


图1-8 康普顿散射中的动量关系