高等职业教育公共课程“十二五”规划教材

应用数学

YINGYONG SHUXUE

卢 静 主编

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

高等职业教育公共课程“十二五”规划教材

应用数学

主　编　卢　静
副主编　李文燕　赵晓莉
参　编　张秀梅　马　东　王　敏

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

内容简介

本书共5章，主要包括平面几何、平面与直线、空间几何、三角函数、数理统计基础.本书以应用为目的，重视学生数学方法的掌握和数学应用意识、能力的培养.

本书在编写过程中，不仅强调数学方法的引导，而且注重数学课的育人功能，添加了大量数学文化素材，以“立足专业，必需够用；提高能力，学以致用”为总体思路，既体现了人才培养的应用性及专业特点，又使学生具有一定的可持续发展性，是学生进一步学习相关专业知识、专业技能以及参加社会实践的运算基础和应用工具，为后续专业课程的学习提供基础计算和绘图方法，为解决实际问题拓展思维模式，为培养合格的技术技能型人才起到一定的推动作用.

本书适合作为高职高专院校、成人高校数学课程的教材，也可作为工程技术人员的数学参考资料.

图书在版编目(CIP)数据

应用数学/卢静主编.—北京：中国铁道出版社，2015.9
高等职业教育公共课程“十二五”规划教材
ISBN 978-7-113-20538-6

Ⅰ.①应… Ⅱ.①卢… Ⅲ.①应用数学—高等职业教育—教材 Ⅳ.①O29

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第198547号

书　　名： 应用数学
作　　者： 卢　静　主编

策　　划： 张围伟　何红艳　　**读者热线：** 400-668-0820
责任编辑： 何红艳　鲍　闻
封面设计： 刘　颖
封面制作： 白　雪
责任校对： 徐盼欣
责任印制： 李　佳

出版发行： 中国铁道出版社(100054，北京市西城区右安门西街8号)
网　　址： http://www.51eds.com
印　　刷： 三河市华业印务有限公司
版　　次： 2015年9月第1版　　2015年9月第1次印刷
开　　本： 787 mm×1 092 mm　1/16　**印张：** 14.25　**字数：** 342千
印　　数： 1～2 000册
书　　号： ISBN 978-7-113-20538-6
定　　价： 30.00元

前　言

回顾过去的世纪，数学的巨大发展，比以往任何时代都更牢固地确立了它作为整个科学技术的基础地位.数学正突破传统的应用范围向几乎所有的人类知识领域渗透，并越来越直接地为人类物质生产与日常生活做出贡献.同时，数学作为一种文化，已成为人类文明进步的标志.

应用数学课程是职业院校各专业人才培养方案中重要的组成部分.它是学生进一步学习相关专业知识、专业技能以及参加社会实践的重要基础和必不可少的工具.本教材在遵循“必需、够用”，立足专业建设原则的基础上，根据人才培养要求制定课程内容，以培养学生具有利用应用数学方法解决实际问题并进行创新的能力为重点.本教材在课程设置、内容确定、方法选择上都牢固树立为专业课服务的理念，实现数学课的教学内容与专业人才培养目标紧密结合，对专业课程的学习起到必要的支撑作用.

因此针对学生特点和所学的专业内容，我们调整了数学课程的教学内容，重新修订了教学大纲，重新构建了模块化的高职数学课程体系.实现了教学重点从“学数学”到“用数学”的有效转移.本书共 5 章，主要包括平面几何、平面与直线、空间几何、三角函数、数理统计基础.以数学应用为目的，重视学生数学方法的掌握和数学应用意识、能力的培养，其突出特色如下：

(1)突出学生实际动手能力，重点讲授尺规作图、投影画法、相关面积体积计算和统计应用，达到为专业服务的目的.

(2)增加数学建模和数学软件的介绍，结合具体内容进行数学建模训练，提高学生结合计算机及数学软件包求解数学模型的能力，还可以激发学生学数学、用数学的积极性.

(3)内容贴近学生实际生活，教材以专业需求为主线，大部分内容来自生产、生活实践，既体现了行业需要，又生动有趣，吸引学生学习.

本书由廊坊职业技术学院卢静任主编，李文燕、赵晓莉任副主编，参加编写的老师还有张秀梅，马东、王敏.其中第 1 章由李文燕编写，第 2 章由赵晓莉编写，第 3 章、第 4 章由卢静编写，第 5 章由张秀梅编写，图稿由马东绘制，数学文化和附录由王敏编写，全书由卢静和马东负责统稿.

本教材的编写是一次大胆的尝试，目的是推进高职数学的教学改革.由于编者水平有限，加之时间仓促，其中不当和疏漏之处在所难免，敬请专家学者和广大师生批评指正.

编　者

2015 年 6 月

目　　录

几何的由来

我们生活的世界处处存在着关于数量和空间的问题，数学中以空间形式（简称形）为研究对象的分支，叫作几何学，它有着悠久的历史．

在古埃及，由于尼罗河经常泛滥而需要不断整修土地，由此测量土地的方法引起人们的重视．几何学的英文单词 geometry 就是由 geo（土地）和 metry（测量）组成的．我国古代对形的研究也与测量关系密切，夏禹治水时期就已有规、矩、准、绳等测量工具．约公元前 1000 年的西周初期，人们已经知道了直角三角形的“勾三，股四，弦五”的知识．大量事实说明，测量活动是几何学形成的直接原因．

人们从开始制造和使用工具起，就开始研究工具的造型、体积、外表装饰等，这也对几何学的产生起了促进作用．从现存的旧石器时代的一些工具，可以看出当时的人们已能磨制出具有较复杂的几何造型的器皿．在新石器时代制造的陶器上，已出现圆、三角形、正方形等基本图形，以及更复杂的对称几何图案、等分圆周花纹等．

随着时间的推移，人们在大量的实践中不断扩大和加深对形的认识，得到了许多关于形的知识和研究形的方法．约公元前 300 年，古希腊数学家欧几里得广泛收集和研究前人的成果，将已有的关于形和数的知识作了系统编排，写成了《几何原本》一书．这是数学发展史上的一个里程碑．

欧几里得（希腊文：Ευκλειδης，公元前 325 年—公元前 265 年），古希腊数学家，被称为“几何之父”．他活跃于托勒密一世（公元前 323 年—公元前 283 年）时期的亚历山大里亚，他最著名的著作《几何原本》是欧洲数学的基础，总结了平面几何五大公设，被广泛认为是历史上最成功的教科书．欧几里得也写了一些关于透视、圆锥曲线、球面几何学及数论的作品．1607 年，意大利传教士利玛窦和我国学者徐光启把此书的前一部分翻译成中文，以《几何原本》为名成书，这对于介绍西方数学和科学起了积极的推导作用，在中国数学发展史上具有重要影响．

【欧几里得】（前 325 年—前 265 年）

第1章 平 面 几 何

学习目标

- 理解平面几何中基本的概念及性质．
- 熟练运用相关知识求出常用平面图形的周长与面积．
- 掌握尺规作图和坐标系，为专业课的学习奠定基础．
- 能运用全等及相似的性质解决实际问题．

§1.1 平行与相交

案例

观察下面几个图形(图 1.1.1)，它们的周长相等吗？为什么？

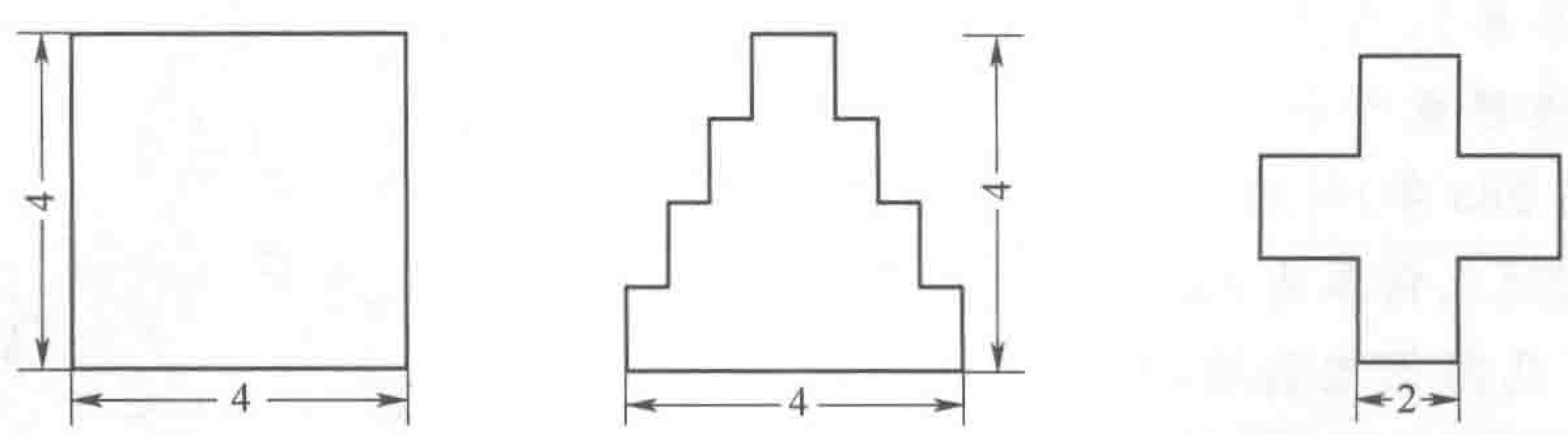


图 1.1.1

1.1.1 平行

思考：如图 1.1.2 所示，分别将木条 a，b 和木条 c 钉在一起，并把它们想象成在同一平面

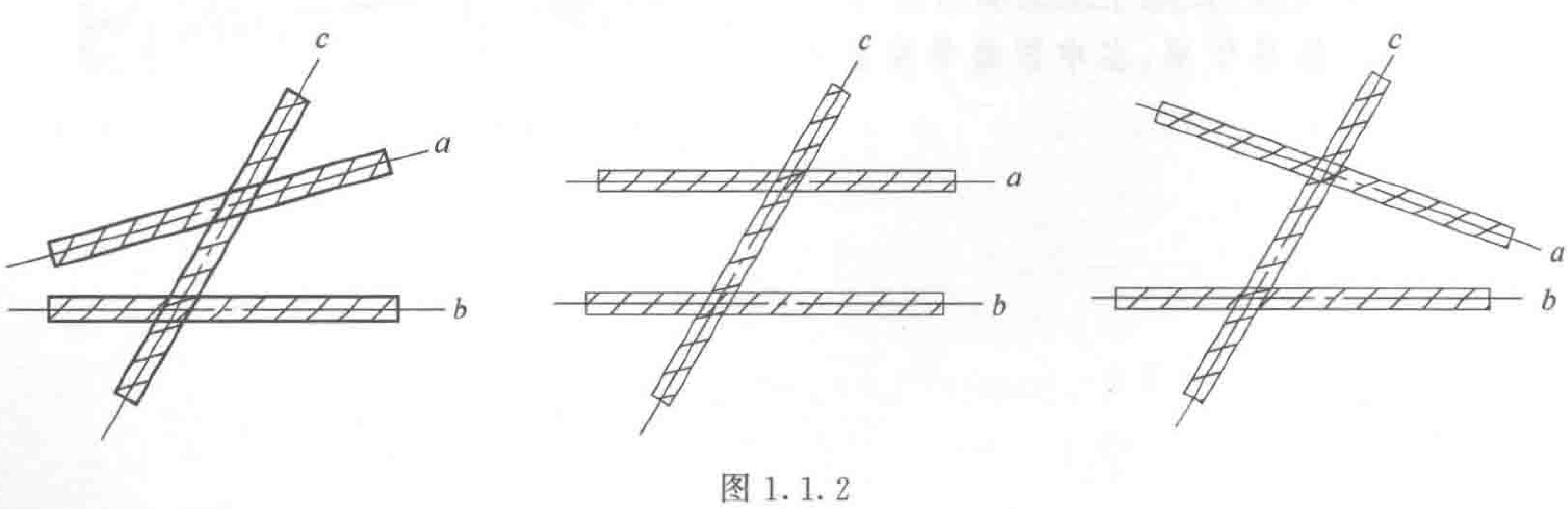


图 1.1.2

内两端可以无限延伸的三条直线．转动 a，直线 a 从在 c 的左侧与直线 b 相交逐步变成在 c 的右侧与 b 相交，想象一下，在这个过程中，有没有直线 a 与 b 不相交的位置呢？可以发现，在木条转动过程中，存在直线 a 与 b 不相交的情形，这时，我们说直线 a 与 b 互相平行，记作 $a /\!/ b$.

平行线在生活中是很常见的，你还能举出其他的一些例子吗？（图 1.1.3）

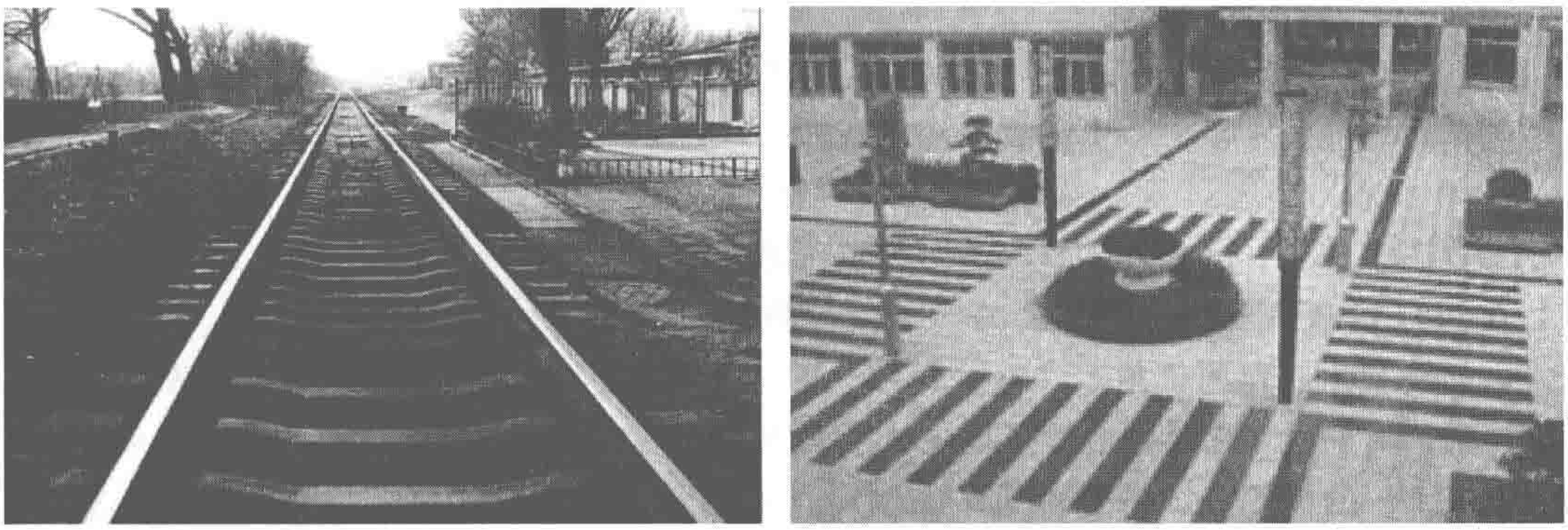


图 1.1.3

1.1.2 两直线的位置关系

在同一平面内，不重合的两条直线只有**两种位置关系**：相交和平行．

任意画两条相交的直线，形成四个角（图 1.1.4），$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 有怎样的位置关系，$\angle 1$ 和 $\angle 3$ 呢？分别量一下各个角的度数，验证你的猜测．

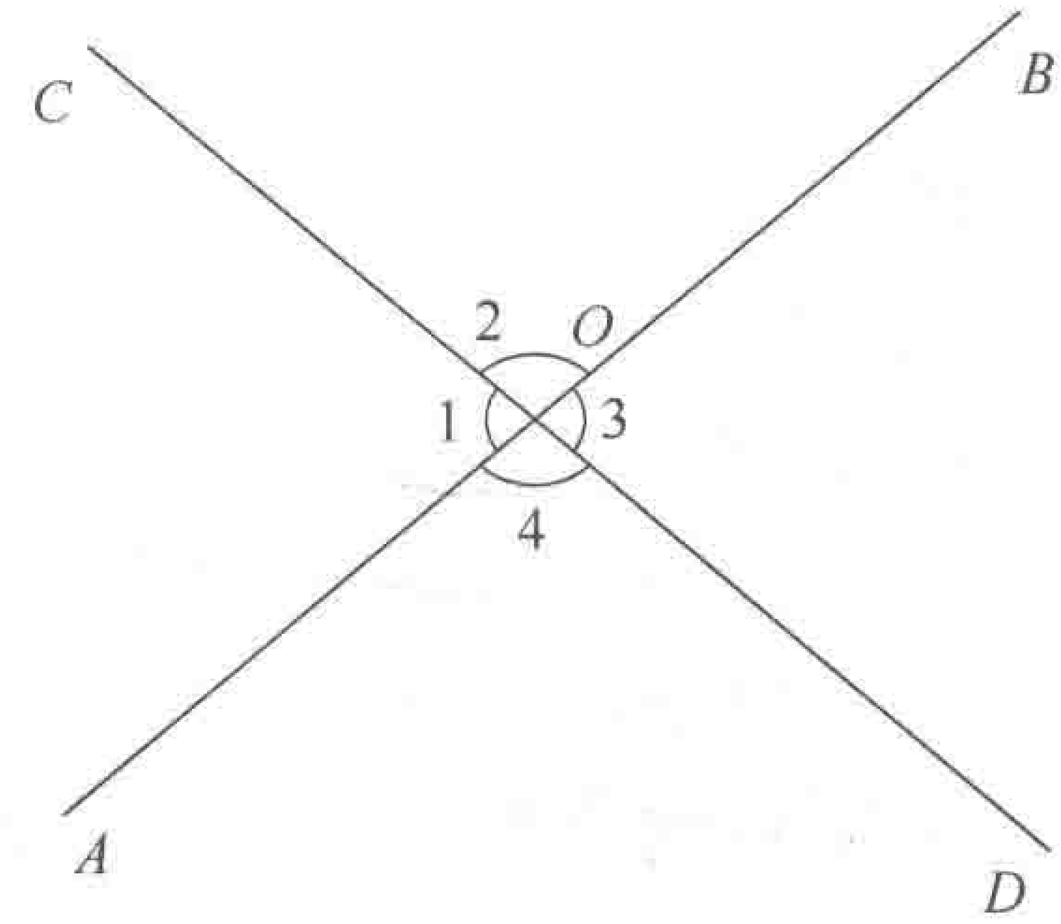


图 1.1.4

$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 有一条公共边 OC，它们的另一边互为反向延长线（$\angle 1$ 和 $\angle 2$ 互补），具有这种关系的两个角互为**邻补角**．$\angle 1$ 和 $\angle 3$ 有一个公共顶点 O，并且 $\angle 1$ 的两边分别是 $\angle 3$ 的两边的反向延长线，具有这种位置关系的两个角，互为**对顶角**．

对顶角的**性质**：对顶角相等．

1.1.3 平行公理及其推论

1. 平行公理

在图 1.1.2 转动木条 a 的过程中，有几个位置使得直线 a 与 b 平行？如图 1.1.5(a)所示，过点 B 画直线 a 的平行线，能画出几条？在过点 C 画直线 a 的平行线，它和前面过点 B 画出的直线平行吗？

通过观察和画图，可以发现一个基本事实即平行公理．

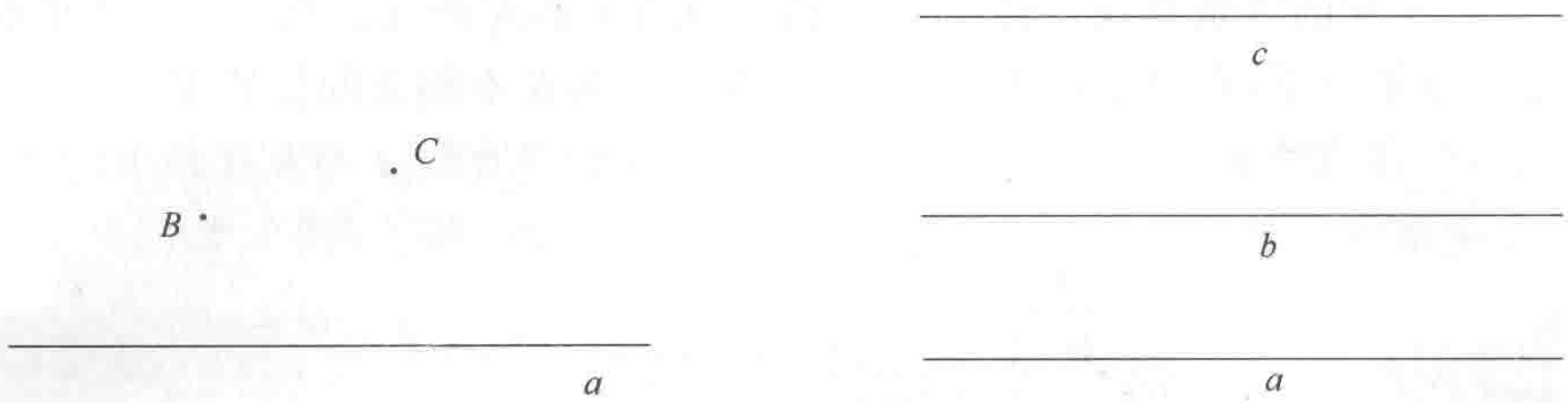
平行公理：经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行．

进一步可以得到如下的**结论**：

如果两条直线都与第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行，如图 1.1.5(b)所示.

也就是说：如果 $b /\!/ a$，$c /\!/ a$，那么 $b /\!/ c$.

如图 1.1.6 所示，直线 AB，CD 与 EF 相交（也可以说两条直线 AB，CD 被第三条直线 EF 所截），构成八个角，观察那些没有公共顶点的两个角的关系．



(a)　　(b)

图 1.1.5

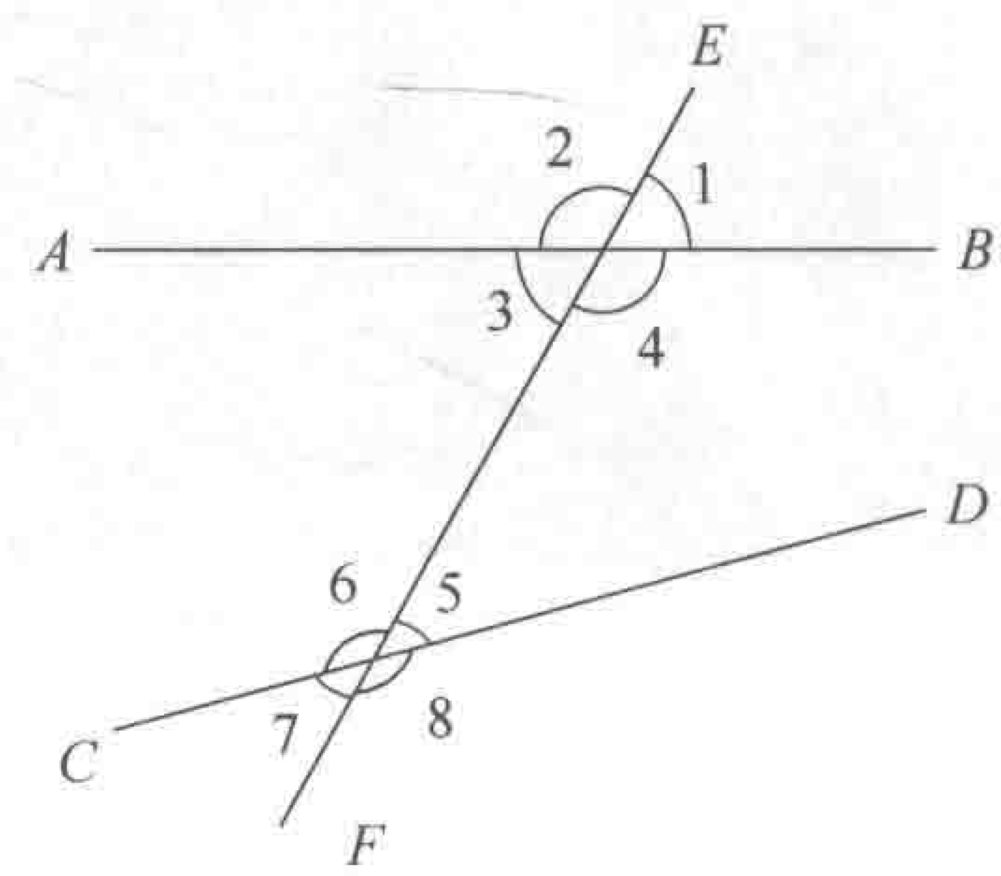


图 1.1.6

先看图中的∠1 和∠5，这两个角分别在直线 AB，CD 的同一方（上方），并且都在直线 EF 的同侧（右侧），具有这种位置关系的一对角叫作**同位角**．

再看∠3 和∠5，这两个角都在直线 AB，CD 之间，并且分别在直线 EF 的两侧（∠3 在直线 EF 左侧，∠5 在直线 EF 右侧），具有这种位置关系的一对角叫作**内错角**．图中∠3 和∠6 也都在直线 AB，CD 之间，但它们在直线 EF 的同一旁（左侧），具有这种位置关系的一对角叫作**同旁内角**．

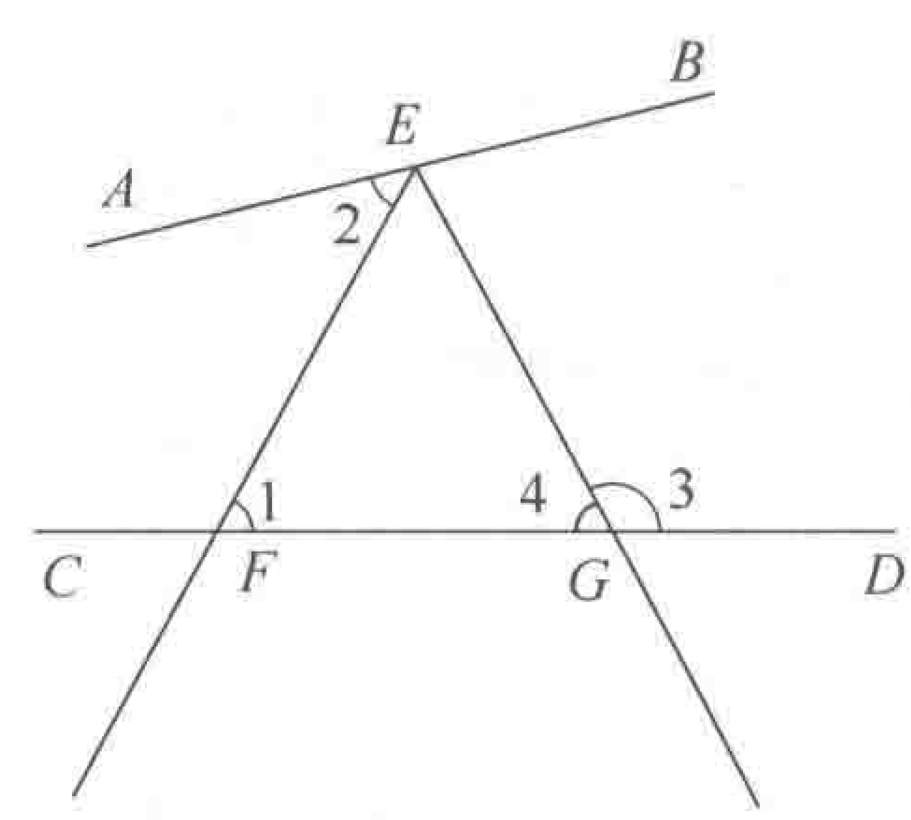


图 1.1.7

例 1　如图 1.1.7，回答下列问题：

(1)∠1 和∠2，∠1 和∠3，∠1 和∠4 各是什么位置关系的角？

(2)如果∠1＝∠3，∠1 和∠4 互补吗？为什么？

解　(1)∠1 和∠2 是内错角，∠1 和∠3 是同位角，∠1 和∠4 是同旁内角．

(2)因为∠4 和∠3 互补，即 $\angle 4+\angle 3=180°$，又因为 $\angle 1=\angle 3$，所以 $\angle 1+\angle 4=180°$，即∠1 和∠4 互补．

2. 平行线的性质

性质 1：两条平行线被第三条直线所截，同位角相等．

性质 2：两条平行线被第三条直线所截，内错角相等．

性质 3：两条平行线被第三条直线所截，同旁内角互补．

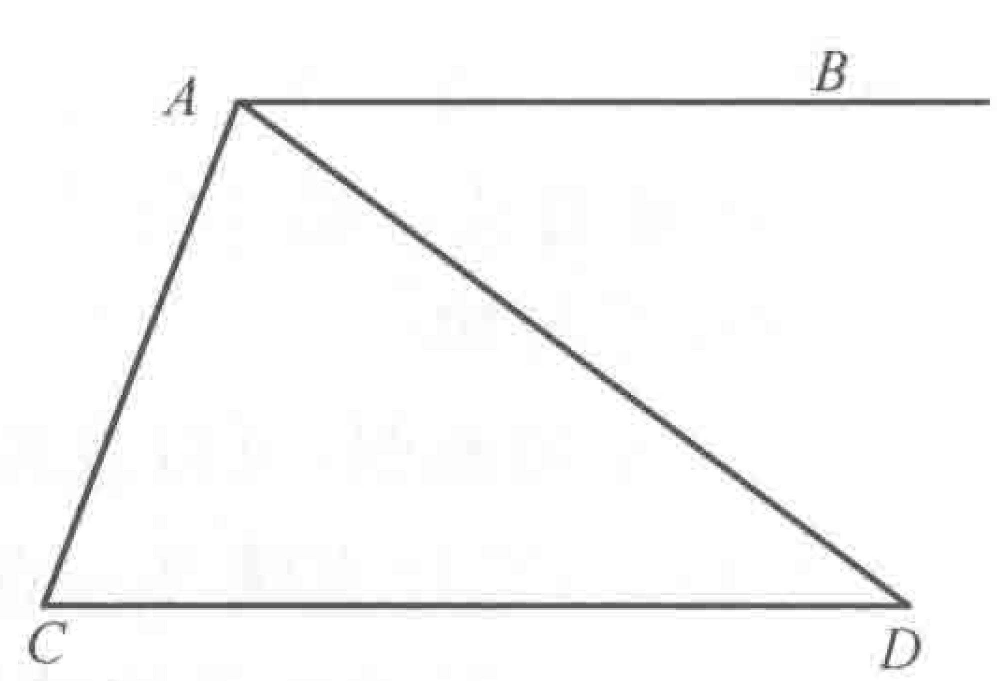


图 1.1.8

例 2　如图 1.1.8，$AB \parallel CD$，$\angle C=80°$，$\angle CAD=60°$，求 $\angle BAD$ 是多少度？

解　因为 $AB \parallel CD$，

所以　$\angle C+\angle BAC=180°$，

因为　$\angle C=80°$，

所以　$\angle BAC=100°$，

因为　$\angle CAD=60°$，

所以　$\angle BAD=\angle BAC-\angle CAD=100°-60°=40°$.

例 3　如图 1.1.9，已知 $AB \parallel CD$，$\angle ABE=25°$，$\angle DCE=30°$，求 $\angle BEC$ 的度数．

解　过点 E 做 $EF \parallel AB$.

因为　$AB \parallel CD$，

所以 $EF \parallel CD$,

因为 $EF \parallel AB, \angle ABE = 25°$,

所以 $\angle BEF = \angle ABE = 25°$,

因为 $EF \parallel CD, \angle DCE = 30°$,

所以 $\angle FEC = \angle DCE = 30°$,

故 $\angle BEC = \angle BEF + \angle FEC = 25° + 30° = 55°$.

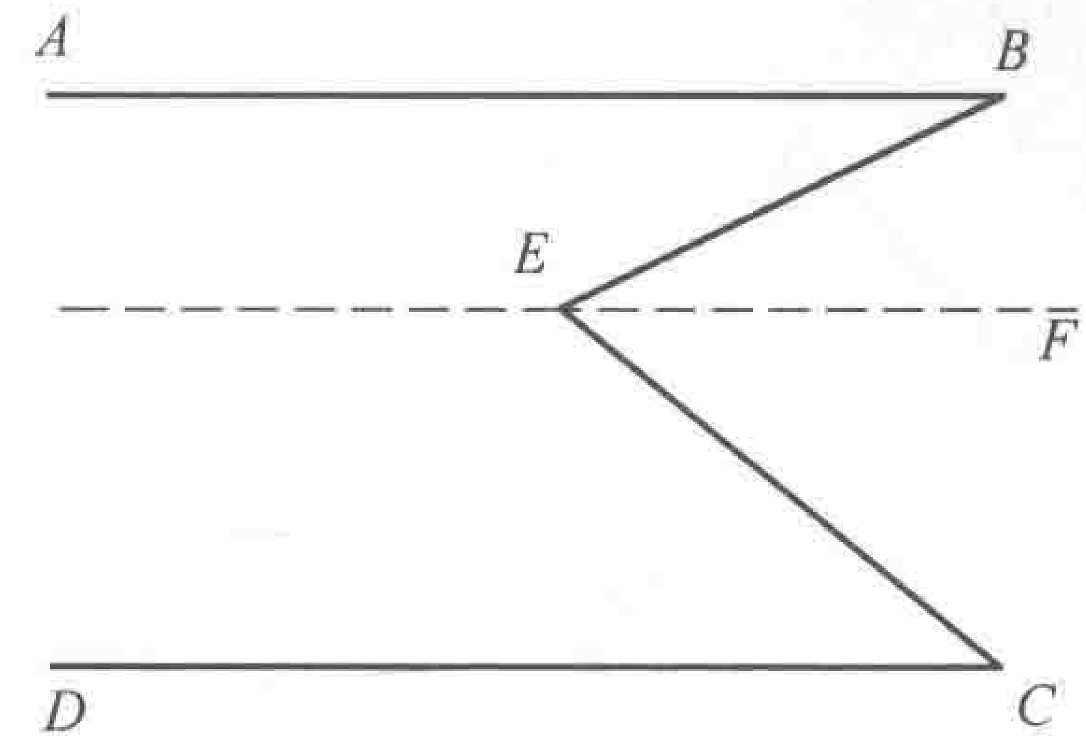


图 1.1.9

练习:

1. 读下列语句,并画出图形.

(1)点 P 是直线 AB 外一点,直线 CD 经过点 P,且与直线 AB 平行.

(2)直线 AB, CD 是相交直线,点 P 是直线 AB, CD 外的一点,直线 EF 经过 P 且与直线 AB 平行,与直线 CD 相交于点 E.

2. 如图 1.1.10 所示,直线 $a \parallel b$, $\angle 1 = 54°$,则 $\angle 2, \angle 3, \angle 4$ 各是多少度?

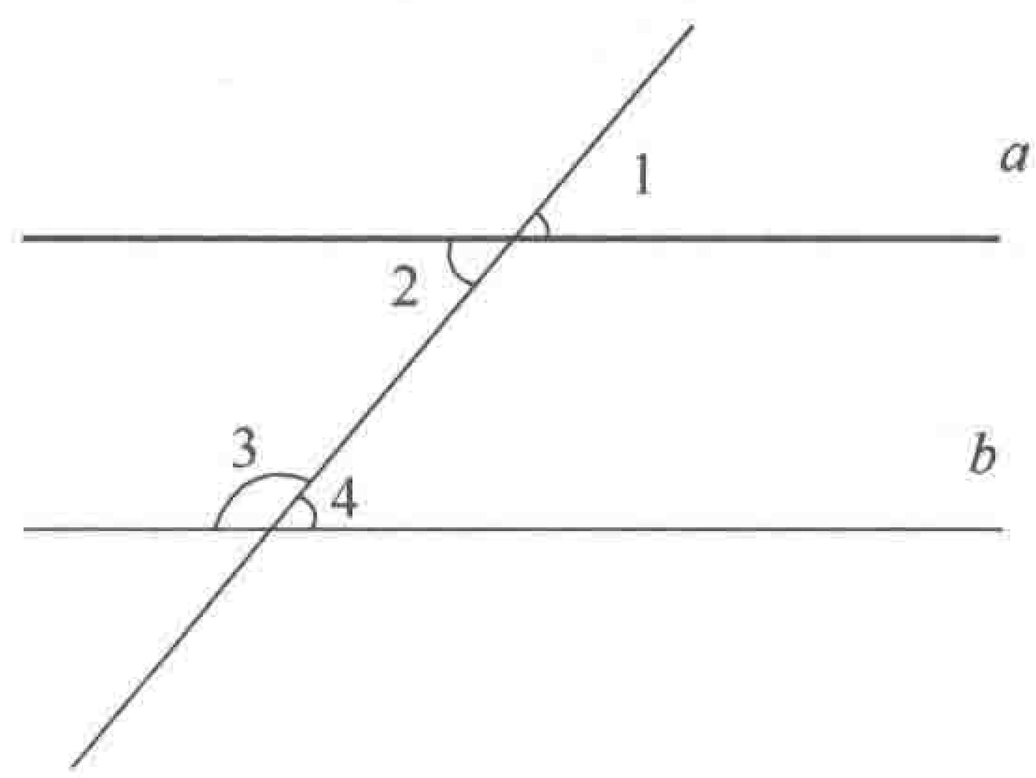


图 1.1.10

1.1.4 平移

仔细观察下面一些美丽的图案(图 1.1.11),它们有什么共同的特点?能否根据其中的一部分绘制出整个图案?

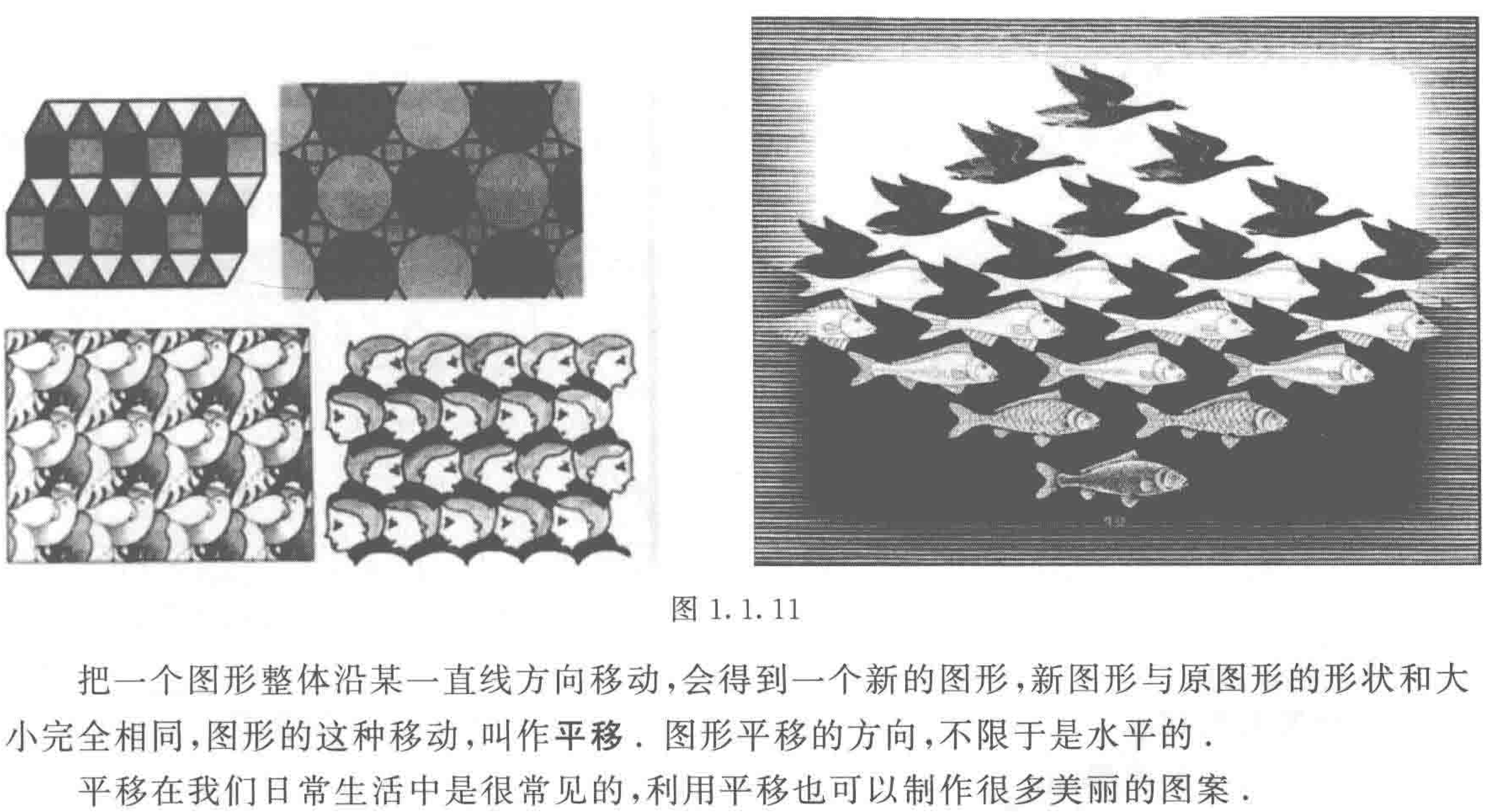


图 1.1.11

把一个图形整体沿某一直线方向移动,会得到一个新的图形,新图形与原图形的形状和大小完全相同,图形的这种移动,叫作**平移**. 图形平移的方向,不限于是水平的.

平移在我们日常生活中是很常见的,利用平移也可以制作很多美丽的图案.

例 4 如图 1.1.12(a),平移$\triangle ABC$,使点 A 移动到点 A',画出平移后的$\triangle A'B'C'$.

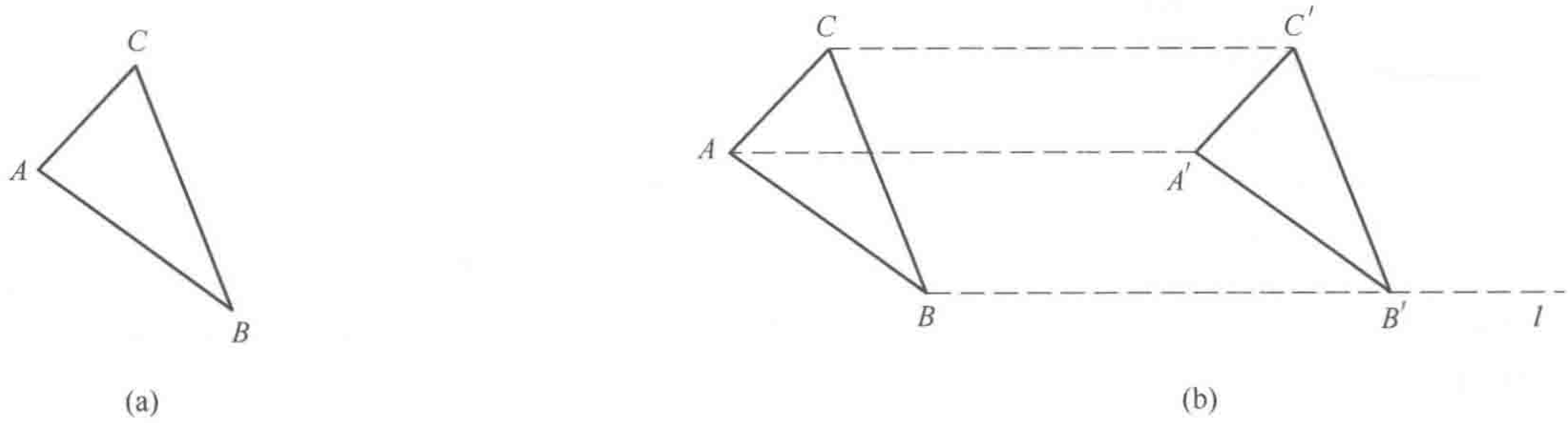


图 1.1.12

解 如图 1.1.12(b)所示，连接 AA'，过点 B 做 AA' 的平行线 l，在 l 上截取 $BB'=AA'$，则点 B' 就是点 B 的对应点，同理，能做出点 C 的对应点 C'，连接 A'，B'，C'，$\triangle A'B'C'$ 即为所求．

思考与探索 1.1

1. 如图 1.1.13，已知 $AB /\!/ CD$，$BC /\!/ DE$，求 $\angle B+\angle D$ 的度数.

2. 如图 1.1.14，点 D，E，F 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC，AC，AB 上的点，$DE /\!/ BA$，$DF /\!/ CA$，求证：$\angle FDE=\angle A$.

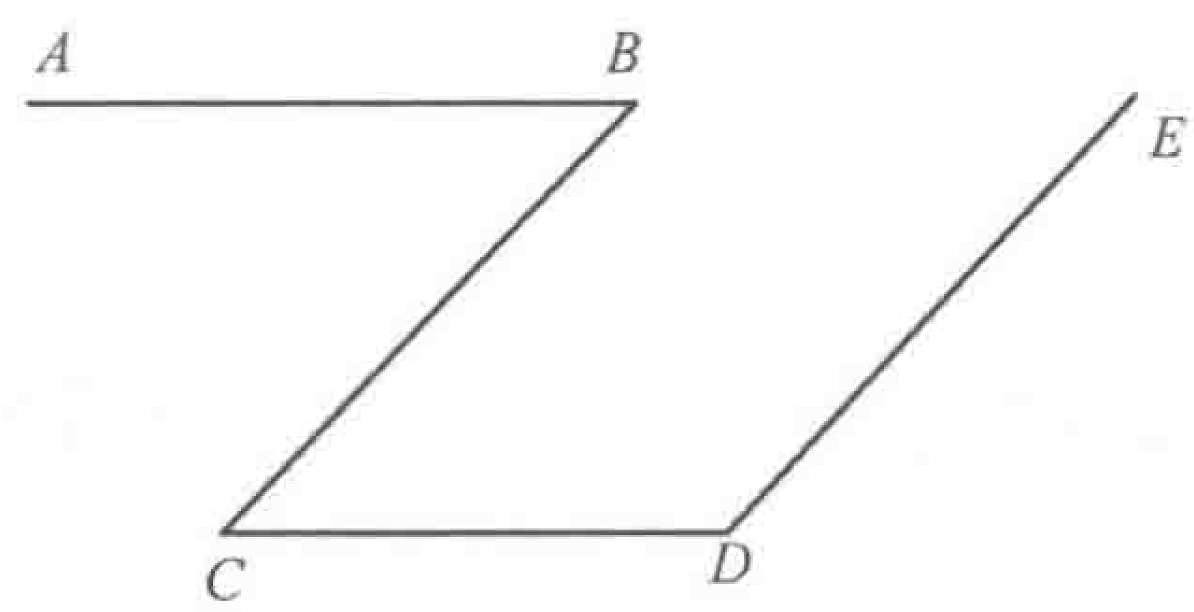


图 1.1.13

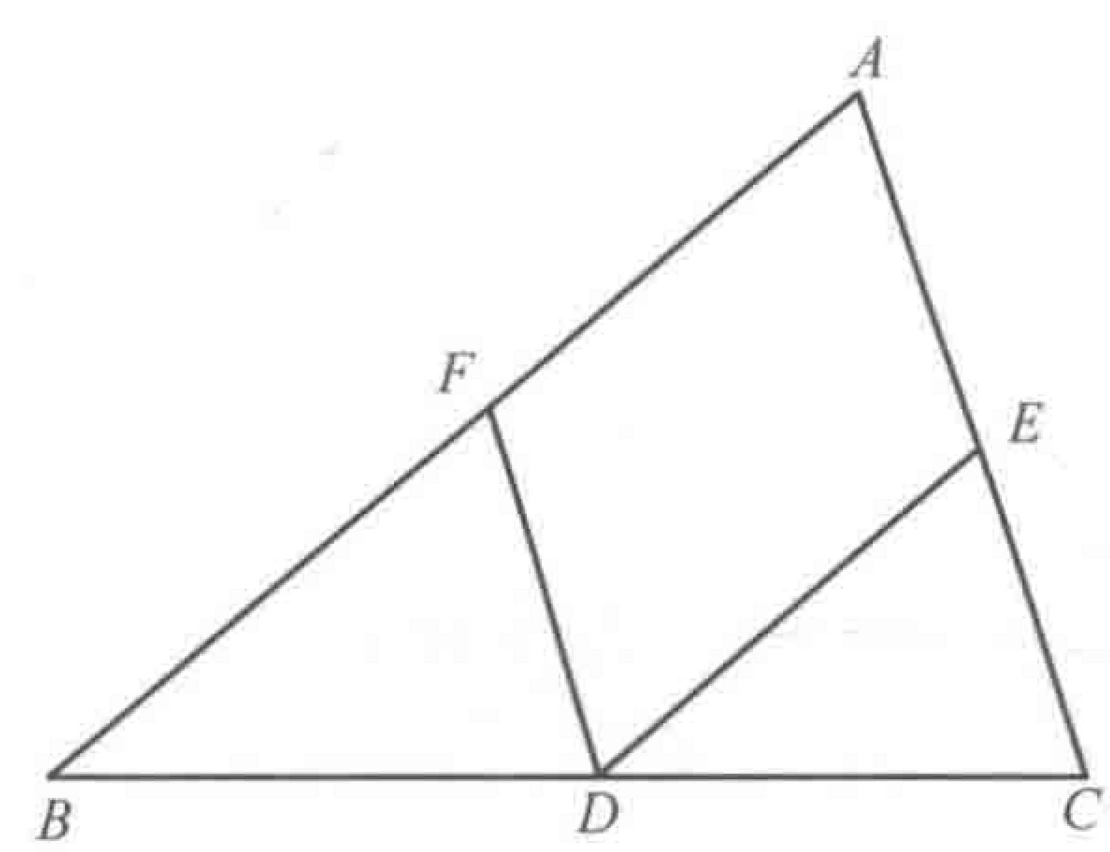


图 1.1.14

3. 在图 1.1.15 所示的六幅图案中，图(b)、(c)、(d)、(e)、(f)中的哪个图案可以通过平移图案(a)得到？

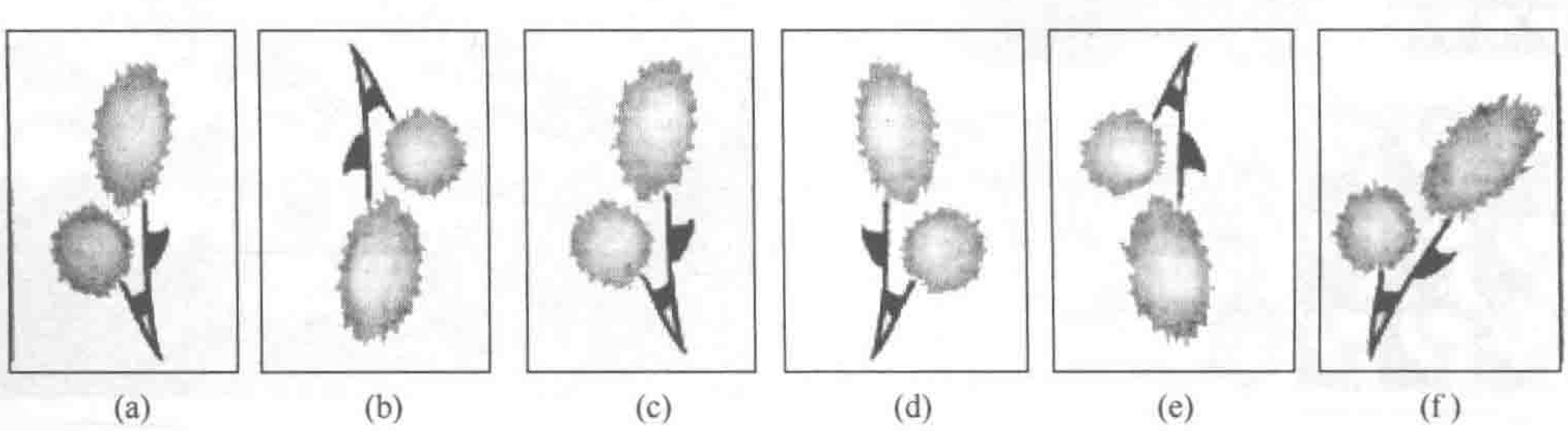


图 1.1.15

4. 如图 1.1.16 所示，在矩形 $ABCD$ 中，横向阴影部分是矩形，另一阴影部分是平行四边形，根据图中标明的数据，计算空白部分的面积是多少.

5. 如图 1.1.17 所示，一个楼梯的总长度为 5 m，总高度为 4 m，若在楼梯上铺地毯，至少

需要多少米？

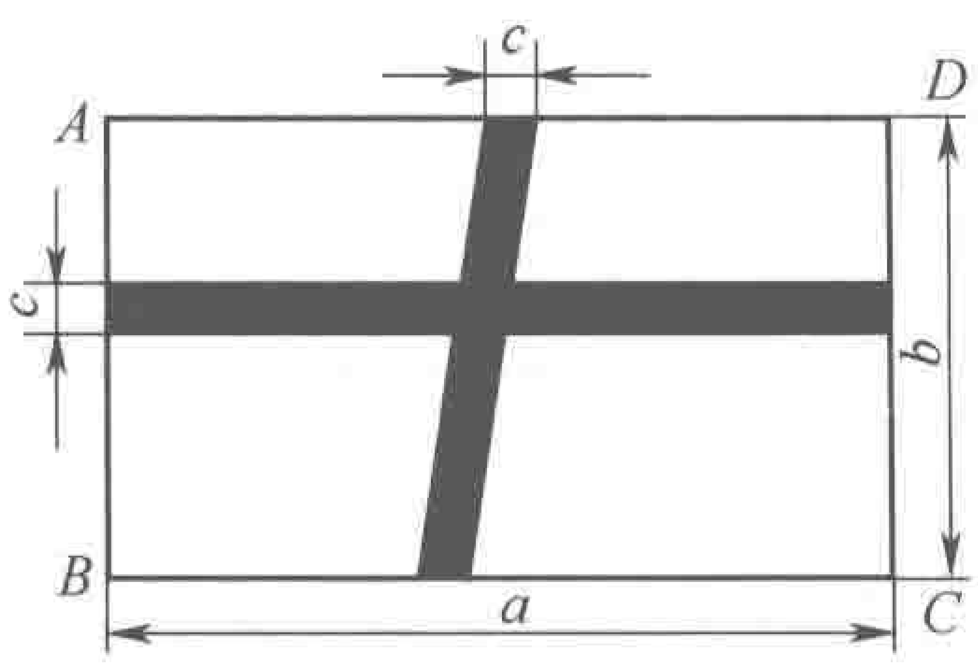


图 1.1.16

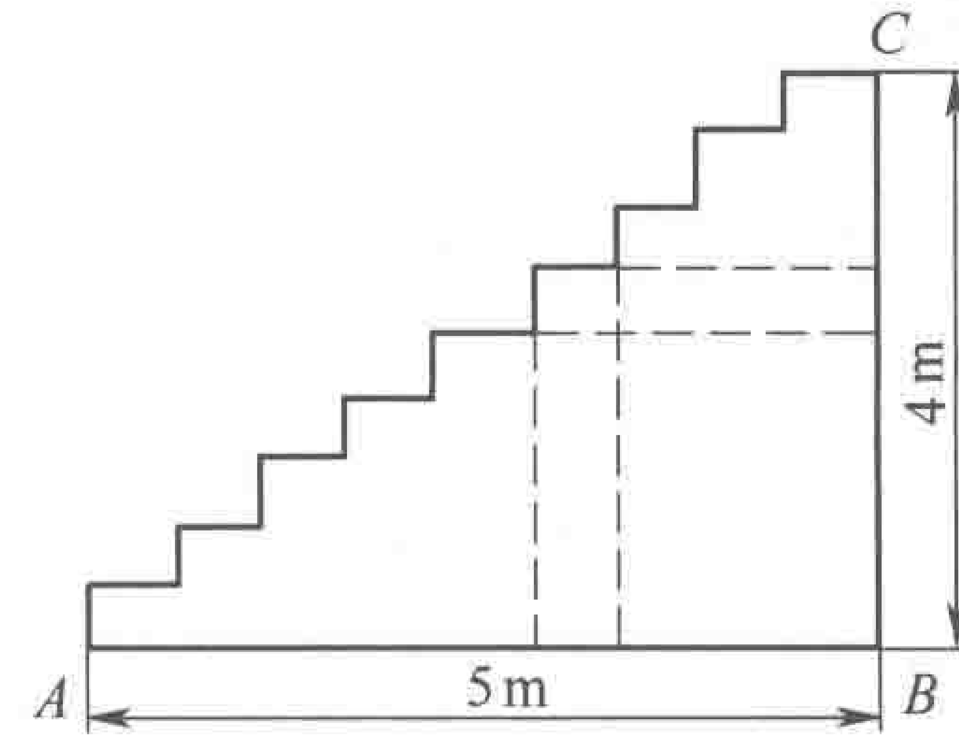


图 1.1.17

§1.2　基础平面图形

案例

最早对五角星的使用被发现在两河流域文明的文献资料里，表示一些像 pentemychos 的东西．代表五个星球木星、水星、火星、土星和"天堂的皇后"金星．在许多国家的国旗设计中也包含五角星，如中国、埃塞俄比亚、摩洛哥、越南、朝鲜、美国等等．同学们，你能计算出五角星五个角的度数和是多少吗？（图 1.2.1）

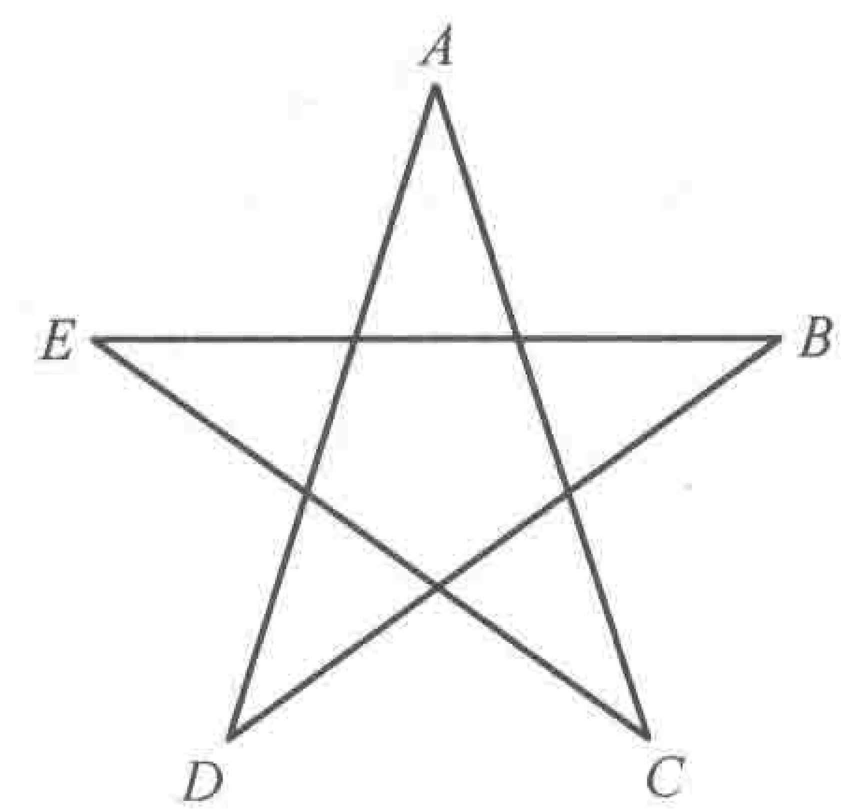
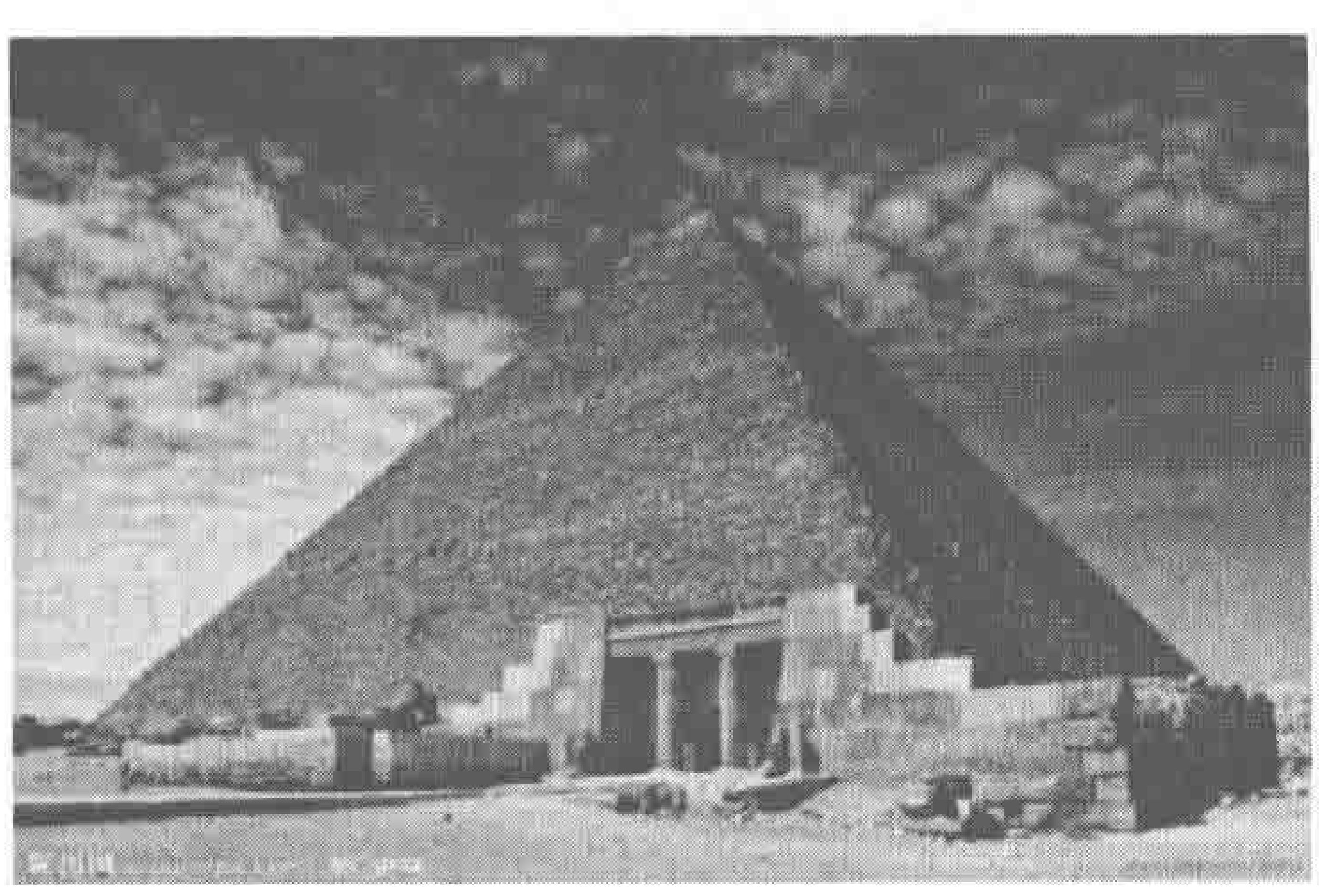


图 1.2.1

1.2.1　三角形

三角形是一种基本的几何图形．从古埃及的金字塔到现代的建筑物，从巨大的钢架桥到微小的分子结构，到处都有三角形的形象(图 1.2.2)．为什么在工程建筑、机械制造中经常采用三角形的结构呢？这与三角形的性质有关．

三角形是最简单的多边形，也是认识其他图形的基础．



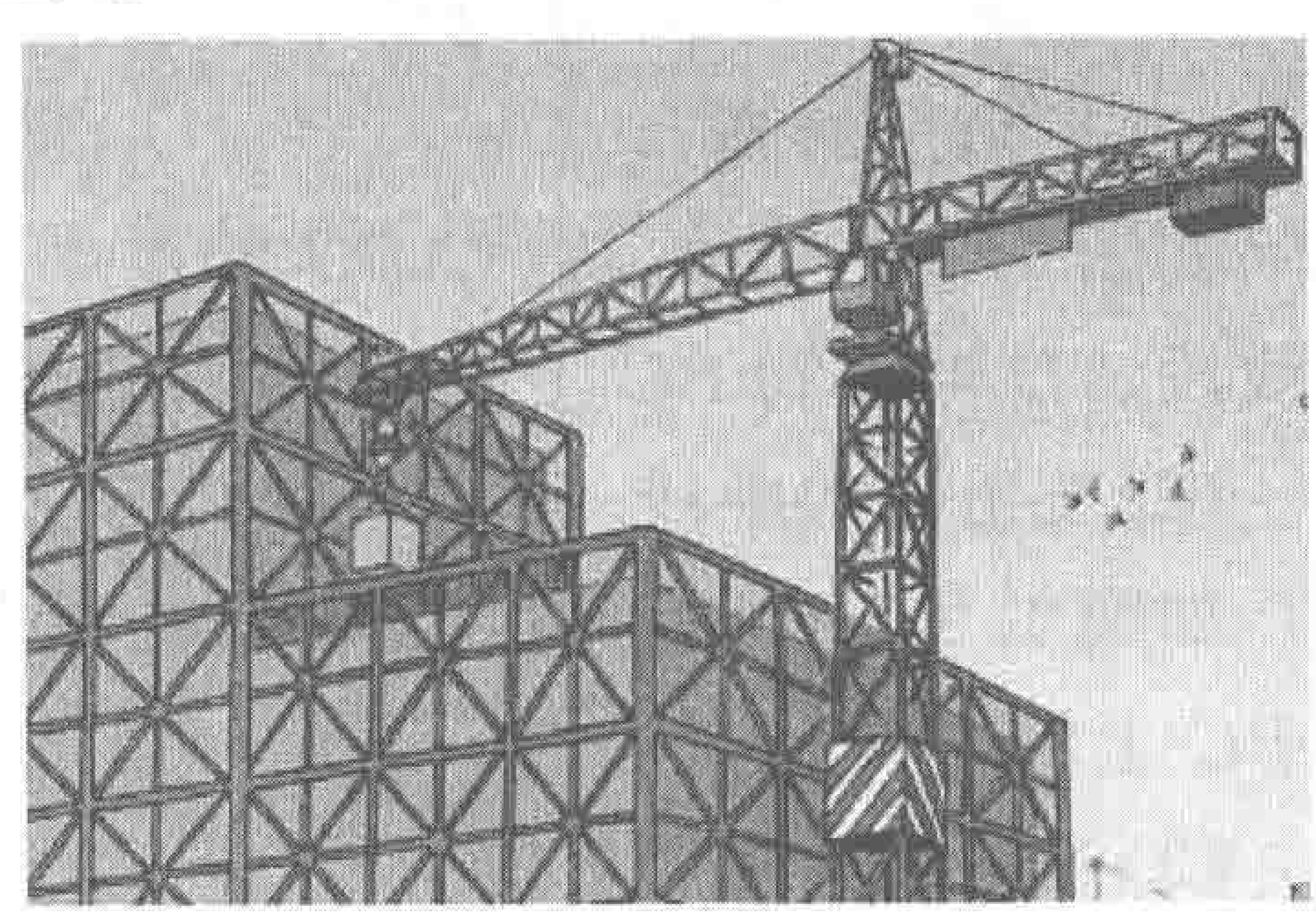


图 1.2.2

1. 三角形的概念

(1)三角形

由不在同一条直线上的三条线段首尾顺次相接所组成的图形叫作**三角形**．

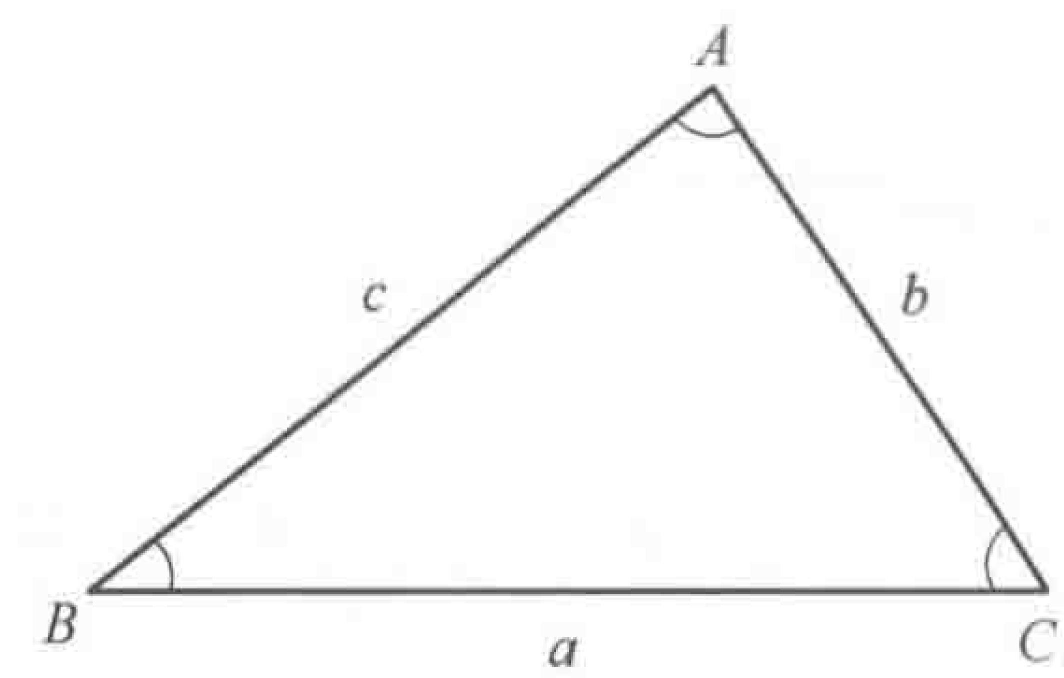


图 1.2.3

在图 1.2.3 中，线段 AB，BC，CA 是三角形的**边**．点 A，B，C 是三角形的**顶点**．$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 是相邻两边组成的角，叫作三角形的内角，简称三角形的**角**．

顶点是 A，B，C 的三角形，记作$\triangle ABC$，读作"三角形 ABC"．

(2)三角形的边

对于任意$\triangle ABC$，如果把其中任两个顶点(例如 B，C)看成定点，由"两点之间，线段最短"可得

$$AB+AC>BC. \tag{1}$$

同理有

$$AC+BC>AB, \tag{2}$$

$$AB+BC>AC. \tag{3}$$

一般地，我们有**三角形两边之和大于第三边**．

由不等式(2)，(3)，移项可得 $BC>AB-AC$，$BC>AC-AB$．这就是说，**三角形两边之差小于第三边**．

例 1　用一条长为 18 cm 的细绳围成一个等腰三角形．

(1)如果腰长是底边长的 2 倍，那么各边长是多少？

(2)能围成有一边的长是 4 cm 的等腰三角形吗？

解　(1)设底边长是 x cm，则腰长是 $2x$ cm.

$$x+2x+2x=18,$$

解得

$$x=3.6.$$

所以，三边长分别是 3.6 cm，7.2 cm，7.2 cm.

(2)因为长为 4 cm 的边可能是腰，也可能是底边，所以要分情况讨论．

如果 4 cm 长的边为底边，设腰长为 x cm，则 $4+2x=18$，解得 $x=7$.

如果 4 cm 长的边为腰，设底边长为 x cm，则 $2\times4+x=18$，解得 $x=10$.

因为 $4+4<10$，不符合三角形两边的和大于第三边，所以不能围成腰长为 4 cm 的等腰三角形．

由以上讨论可知，可以围成底边长为 4 cm 的等腰三角形．

2. 三角形的高、中线与角平分线

(1)三角形的高

如图 1.2.4 所示，从$\triangle ABC$ 的顶点 A 向它所对的边 BC 所在的直线画垂线，垂足为 D，所得线段 AD 叫作边 BC 上的**高**．

(2)三角形的中线

如图 1.2.5 所示，连接$\triangle ABC$ 的顶点 A 和它所对的边 BC 的中点 D，所得线段 AD 叫作边 BC 上的**中线**．

(3)三角形的角平分线

如图 1.2.6 所示，画$\angle A$ 的平分线 AD，交$\angle A$ 所对的边 BC 于点 D，所得线段 AD 叫作$\triangle ABC$ 的**角平分线**．

(4)三角形的稳定性

工程建筑中经常采用三角形的结构，如房顶钢架，如图 1.2.7(a)，其中的道理是什么？盖