九年义务教育八年级用

初中数学单元学习和测试

第2册

上海科技教育出版社

九年义务教育八年级用

初中数学单元学习和测试

第 2 册

《初中数学单元学习和测试》编写组 编

上海科技教育出版社

九年义务教育八年级用
初中数学单元学习和测试
第 2 册
《初中数学单元学习和测试》编写组 编
上海科技教育出版社出版发行
(上海市冠生园路 393 号 邮政编码 200233)
各地新华书店经销 上海中华印刷厂印刷
开本 787×1092 1/16 印张 4 字数 69 000
1997 年 8 月第 1 版 1997 年 8 月第 1 次印刷
印数 1—62 000 本
ISBN 7-5428-1555-5/O·150 定价:4.40 元

目 录

1. 数的开方单元学习和练习指导

一、注意“平方根”、“开平方”、“记号 $\sqrt{a}$ ”这三者之间的联系和区别：

1. 如果一个数的平方等于 a，那么这个数叫做 a 的平方根.

2. 求一个数的平方根的运算，叫做开平方.

3. 正数 a 的正的平方根用记号 $\sqrt{a}$ 表示.（以后，记号“$\sqrt{\ }$ ”还用于表示二次根式.）

在回答有关问题时，注意不要搞错这三者的含义.

二、关于“平方根”，学习中还应注意如下几点：

1. 一个正数的平方根有两个，这两个平方根互为相反数，不要漏掉负的那个平方根. 零的平方根等于零. 负数没有平方根（或说开平方时被开方数不能是负数）.

2. 如果求一个带分数的平方根，应将这个带分数先化成假分数.

3. 数的计算是有次序的，不要遗漏一步，应按照题目的要求逐步求解. 如“求 $\sqrt{9}$ 的平方根”，这是求一个数的正的平方根的平方根，应先求出这个数的正的平方根，再求所得中间结果的平方根. $\sqrt{9}$ 的平方根即 3 的平方根，答数应是 $\pm\sqrt{3}$. 又如“求 $\sqrt{(-3)^2}$”，这是求一个数的平方的正的平方根. 应先求出这个数的平方，再求所得中间结果的正的平方根. 即 $(-3)^2=9$，答数应是 $\sqrt{9}=3$.

三、正数 a 的正的平方根具有如下性质：如果 a、b 是正数，且 $a<b$，那么 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$. 利用这一性质，通过平方运算，可以计算一个正数的平方根的近似值.

四、在 $\sqrt{a}=b$ 中，如果 a 的小数点向右移两位，那么 b 的小数点相应向右移一位（即 $\sqrt{100a}=10b$），即可得到扩大了的被开方数的正的平方根. 一般地，如果 a 的小数点向右（或向左）移 $2n$ 位（n 是自然数），那么 b 的小数点相应地向右（或向左）移 n 位，即得小数点移位后新的被开方数的正的平方根. 这一性质反映了被开方数每相差 10^{2n} 时（n 是非零整数）它们的正的平方根之间的关系，这就可以只要编出 1 ～ 100 的数的正的平方根（平方根表），便可得到任何正数的

正的平方根了.

但是,如果被开方数的小数点向右(左)移动了一位、三位、……奇数位,它们的正的平方根之间便没有上述数字之间的关系.

五、如果一个数的立方等于 a,那么这个数叫做 a 的立方根.

和平方根的情形不同的是:

1. 被开方数不必限于正数. 每一个数都只有一个立方根,即记作 $\sqrt[3]{a}$.

2. 在 $\sqrt[3]{a}$ 中,如果 a 的小数点向左(或向右)移 $3n$ 位(n 是自然数),那么 $\sqrt[3]{a}$ 的小数点相应地向右(或向左)移 n 位,即得小数点移位后新的被开方数的立方根.

六、如果一个数的 n 次方(n 是大于 1 的整数)等于 a,那么这个数叫做 a 的 n 次方根.

按照根指数 n 为奇数或为偶数,n 次方根分作奇次方根和偶次方根两类. 平方根(又叫二次方根)的一些性质均可类推到偶次方根的情形,而立方根(又叫三次方根)的一些性质则可类推到奇次方根的情形.

七、有理数是指有限小数和无限循环小数. 它能表成分数形式 $\frac{p}{q}$,其中 p、q 皆整数,且 $q \neq 0$. 而无理数是指无限不循环小数,它不能表成分数形式 $\frac{p}{q}$,其中 p、q 皆整数,且 $q \neq 0$.

一个正整数的 n 次方根,如果不是整数,那么一定是无限不循环小数. 反过来,无限不循环小数不一定联系着 n 次方根,例如圆周率 π.

有理数和无理数统称实数. 实数可以和数轴上的点建立一一对应关系.

八、对于正实数 a,数 a 的 n 次方根 $\sqrt[n]{a}$ 可以写成分数指数幂 $a^{\frac{1}{n}}$ 的形式. 这时,正整数指数幂的几条运算性质仍能保持.

数的开方单元测试

（时间：45 分钟　　满分：100 分）

班级_________　学号_________　姓名_________　得分_________

一、填空（每小题 3 分，共 30 分）

1. 16 的平方根是________，$\sqrt{16}$ 的平方根是________.

2. $-\sqrt{36}=$ ________，$\sqrt{\left(1-\sqrt{2}\right)^2}=$ ________.

3. 已知 $\sqrt{4.563}=2.136$，$\sqrt{45.63}=6.755$，则 $\sqrt{4563}=$ ________，$\sqrt{0.0004563}=$ ________.

4. 当$x=5$时，$\sqrt{(x-9)^2}=$________. 若$\sqrt{\left(\frac{1}{2}-x\right)^2}=0$，则$x=$________.

5. $-\frac{27}{64}$ 的立方根是________，$-\frac{1}{32}$ 的五次方根是________.

6. 已知$\sqrt[3]{a}=7.181$，$\sqrt[3]{a\cdot b}=71.81$，则 $b=$ ________.

7. 0.0081 的四次方根是________，$\sqrt{(-3)^2}=$ ________.

8. $\left(3\frac{3}{8}\right)^{\frac{1}{3}}=$ ________，$2.56^{\frac{1}{2}}=$ ________.

9. $5^{\frac{2}{3}}$ 写成根式形式是________，$\frac{1}{\sqrt{2}}$ 写成幂的形式是________.

10. 1.73 ______ $\sqrt{3}$，　$-5^{\frac{3}{2}}$ ______ $-\sqrt{126}$.（填“＞”或“＝”或“＜”.）

二、选择题（每小题 2 分，共 20 分）

1. 平方根是它本身的数是 …………………………………………………（　　）

(A) 1；　(B) ±1；　(C) -1；　(D) 0.

2. $-\sqrt{3}$，$\sqrt{25}$，0，$\sqrt[3]{-8}$，$\frac{22}{7}$，0.010010001……，$2-\sqrt{5}$ 这七个数中，是无理数的有 ……………………………………………………………（　　）

(A) 1 个；　(B) 2 个；　(C) 3；　(D) 4 个.

3. $-5\sqrt{\frac{3}{5}}$等于 ………………………………………………………… (　　)

(A) $\sqrt{15}$； (B) $-25\sqrt{15}$； (C) $-\sqrt{15}$； (D) $-\sqrt{3}$.

4. 下列说法中，错误的是 ………………………………………………………… (　　)

(A) $\sqrt{6}$ 是 6 的平方根； (B) $\pm\sqrt{6}$ 是 6 的平方根；

(C) 6 的正的平方根是 $\sqrt{6}$； (D) $\sqrt{6}$ 的平方是 6.

5. 下列算式中，正确的是 ………………………………………………………… (　　)

(A) $\sqrt{(-2)^2}=2$； (B) $\sqrt{-81}=-9$；

(C) $\sqrt{\left(2-\frac{5}{2}\right)^2}=2-\frac{5}{2}$； (D) $\sqrt{\frac{64}{289}}=\pm\frac{8}{17}$.

6. 下列判断中，正确的是 ………………………………………………………… (　　)

(A) 0 是正数； (B) 0 是整数；

(C) 0 是无理数； (D) 0 是质数；

7. 在正实数范围内，下列说法中正确的是 ……………………………………… (　　)

(A) 有最小数 0； (B) 有最大的数；

(C) 既无最大的数又无最小的数；(D)有最小数 1.

8. 设 a 是负实数，则$\frac{|a|}{a}$ 的值为 ………………………………………… (　　)

(A) 1； (B) -1； (C) -1 或 1； (D) 以上都不是.

9. 如果两个实数根的绝对值相等，则这两个实数的关系是 ……… (　　)

(A) 相等； (B) 积为 1；

(C) 互为相反数； (D) 互为相反数或相等.

10. 与数轴上的点一一对应的是 ……………………………………………… (　　)

(A) 整数； (B) 有理数； (C) 无理数； (D) 实数.

三、计算题（每小题 7 分，共 42 分）

1. $\left(-\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt[3]{-7}\right)^3=$

2. $5\sqrt[3]{2}+2\sqrt[3]{-2}=$

3. 用分数指数幂计算：$\dfrac{\sqrt{3}\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}}=$

4. $\left(\sqrt{\dfrac{8}{27}}-5\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt{6}=$

5. $\sqrt{\left(\dfrac{1}{3}\right)^{2}+\left(\dfrac{1}{4}\right)^{2}}-\sqrt[3]{-2\dfrac{10}{27}}+\sqrt{1\dfrac{7}{9}}=$

6. 已知 $a=\frac{1}{2}(\sqrt{5}-2)$，$b=\frac{1}{2}(\sqrt{5}+2)$，求 a^2-ab+b^2 的值.

四、(8 分) 已知 a 的两个平方根是 $3x+2y=2$ 的一组解，求：

(1) a 的值；

(2) a^3 的平方根.

2. 二次根式单元学习和练习指导

一、要使二次根式 $\sqrt{a}$ 有意义，必须 $a \geqslant 0$.

当 $a \geqslant 0$ 时，有

$$(\sqrt{a})^2 = a, \qquad \sqrt{a^2} = a.$$

根据上两式，可以把一个非负数写成一个数的平方的形式，也可把一个非负数写成带二次根式的形式.

当 a、$b \geqslant 0$ 时，有：(相除的情况 $b \neq 0$)

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \qquad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}.$$

根据上两式，可以把被开方数中的完全平方的因子分离出来，达到化简二次根式的目的.

二、把上面两式反过来写，便得到二次根式的乘除法公式：

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}, \qquad \text{其中 } a、b \geqslant 0;$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, \qquad \text{其中 } a \geqslant 0, b > 0.$$

如果各二次根式的被开方数中有完全平方的因式，则应先对二次根式化简，再行运算。为便于化简和计算，对二次根式中的带分数，一般应化成假分数.

在上述二次根式乘除法的公式中，如二次根式前面有数字或字母系数，则应把二次根式前的系数相乘除，并把二次根式相乘除.

三、在一个二次根式中，如果被开方数中含有分母，在分子和分母中同乘以一个适当的代数式，可以把分母中的根号化去. 这里，所乘的适当的代数式应尽量简单. 例如，如分母是 45，虽然分子、分母同乘以 45 可以化去被开方数的分母，但 $45 = 3^2 \times 5$，只要分子、分母同乘以 5，即可去掉被开方数的分母了. 这叫做根式的分母有理化.

四、最简二次根式是指同时满足下列两条的二次根式：

1. 被开方数的因数是整数，因式是整式；

2. 被开方数中不含完全平方的因数或因式.

把一个二次根式化成最简二次根式，通常要对被开方数作因数分解和因式分解，把完全平方的因子分离出来，还要对被开方数的分母有理化.

通常认为，化简二次根式就是要把一个二次根式化到最简二次根式；二次根式运算，结果中各二次根式也要表成最简二次根式.

五、几个二次根式化成最简二次根式后，如果被开方数相同，这几个二次根式就叫做同类二次根式.

几个二次根式相加减，只要把这些二次根式分别化成最简二次根式，然后合并同类二次根式即可.

这里要注意的是：

1. 几个二次根式相加减的项，都应化成最简二次根式，因为合并同类二次根式必须当各项表成最简二次根式时才可进行.

2. 合并同类二次根式只要把同类二次根式的系数相加减，所得的和或差作为系数，被开方数和二次根号都不变. 这有似于多项式中的合并同类项.

3.不属同类二次根式的各二次根式，不能合并.

六、二次根式的混合运算要注意运算顺序，并用运算律来简化计算. 如可用乘法公式，则尽量用乘法公式. 混合运算中的相除，也是一种分母有理化，只要被除式和除式同乘以除式的有理化因式就可以了. 常用的有理化因式有：

$a\sqrt{b}$ 的有理化因式是$\sqrt{b}$；

$a\pm\sqrt{b}$ 的有理化因式是 $a\mp\sqrt{b}$；

$\sqrt{a}\pm\sqrt{b}$ 的有理化因式是$\sqrt{a}\mp\sqrt{b}$；

$a\sqrt{b}\pm c\sqrt{d}$ 的有理化因式是 $a\sqrt{b}\mp c\sqrt{d}$.

混合运算的结果，各二次根式都要表示最简二次根式.

二次根式单元测试

（时间:45 分钟　满分:100 分）

班级________ 学号________ 姓名________ 得分________

一、填空（每小题 3 分，共 30 分）

1. 如果$\sqrt{2.3}=1.517$，$\sqrt{23}=4.796$，那么$\sqrt{0.00023}=$________.

2. 当a________时，$\sqrt{a^2}=\left(\sqrt{a}\right)^2$.

当a________时，$\sqrt{a(a-1)}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{a-1}$.

3. 当x取________时，$\dfrac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{x-2}}$在实数范围内有意义.

4. 若$1<x<\dfrac{5}{2}$，则$\sqrt{(2x-5)^2}+\sqrt{(x-1)^2}=$________.

5. 当$a=$________、$b=$________时，$\sqrt{2a-5}+\sqrt{b-1}=0$.

6. 已知x、y均是负数，化简：$\sqrt{8x^5y^3}=$________.

7. 计算：$\left(\sqrt{5}+2\right)^{2000}\left(\sqrt{5}-2\right)^{2001}=$________.

8. $\dfrac{1}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{x-1}+\sqrt{x}}=$________.

9. 分母有理化：$\dfrac{1}{\sqrt{3}-2}=$________.

10. 如果P是x的一次多项式，二次根式$\sqrt{2x+1}$与$\sqrt{(4x^2-1)P}$是同类根式，则$P=$______，x的范围是______.

二、选择题（每小题 4 分，共 20 分）

1. 对于二次根式$\sqrt{a^2+25}$，下列说法中错误的是 ……………… (　　)

(A) 它是一个无理数；　(B) 它是最简二次根式；

(C) a取任何实数，它均为非负；　(D) 它的最小值是 5.

2. $\sqrt{3a^5}$，$\sqrt{a^4+b^4}$，$\sqrt{\frac{b}{3}}$，$\sqrt{15a}$，$\sqrt{18b}$，$\frac{\sqrt{ab}}{4}$，$\frac{\sqrt{a^2+b}}{3}$ 中，最简二次根式的个数有 …………………………………………………………（　　）

(A) 2 个；　(B) 3 个；　(C) 4 个；　(D) 5 个.

3. 如果 $\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(x-3)^2}=(x-2)+(3-x)$，那么 x 的取值范围是 …………………………………………………………（　　）

(A) $x \geqslant 3$；　(B) $x \leqslant 2$；　(C) $x > 3$；　(D) $2 \leqslant x \leqslant 3$.

4. 当 $x=1+\sqrt{2}$ 时，$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4\left(x+\frac{1}{x}\right)+4$ 的值等于 …（　　）

(A) 6；　(B) $12-8\sqrt{2}$；(C) $8\sqrt{2}-12$；(D) $2\sqrt{2}-2$.

5. 在根式 $\frac{2}{\sqrt{a}}$，$\frac{1}{2}\sqrt{a}$，$\frac{1}{4}\sqrt{ab}$，$\sqrt{ab^3}$ 中，属同类根式的是 ……（　　）

(A) $\frac{2}{\sqrt{a}}$ 和 $\frac{1}{4}\sqrt{ab}$；　(B) $\frac{1}{4}\sqrt{ab}$ 和 $\sqrt{ab^3}$；

(C) $\frac{1}{4}\sqrt{ab}$ 和 $\frac{1}{2}\sqrt{a}$；　(D) $\frac{2}{\sqrt{a}}$ 和 $\sqrt{ab^3}$.

三、计算题（每小题 6 分，共 24 分）

1. $\frac{\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}+1} \div \frac{\sqrt{6}+3}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} \times \frac{2-2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

$=$

2. $|1-x|+\sqrt{x^2-6x+9}$，其中 $1<x<3$.

原式 $=$

3. $\left[\dfrac{b\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right]\div\sqrt{ab}+\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$

$=$

4. $\left(\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)\div\left(\sqrt{10}+\sqrt{14}+\sqrt{15}+\sqrt{21}\right)$

$=$

四、先化简，再求值（每题 8 分，共 16 分）

1. 已知 $x=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$，$y=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$，求 $3x^2-5xy+3y^2$ 的值.

解：

2. 已知 $a=2$，$b=3$，求 $\dfrac{a-4b}{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}-\dfrac{a+b+2\sqrt{ab}}{a+\sqrt{ab}}\div\left(\dfrac{\sqrt{a}}{a}+\dfrac{\sqrt{b}}{b}\right)$ 的值．

解：

3. 正比例函数与反比例函数单元学习和练习指导

一、比例的基本性质是：如果 $a:b=c:d$，那么 $ad=bc$．据此，如果已知一个比例中的三个项，便可以求出该比例中的另一个项．

反过来，如果不等于 0 的四个数 a、b、c、d 满足 $ad=bc$，则这四个数成比例，有 $a:b=c:d$．据此，可以判定四个非零数是否成比例，这只要看这四个数中最大数和最小数的乘积是否等于中间的两个数的乘积便可以了；还可以利用这一性质来求比例的各种变形．

二、正比例函数是指 $y=kx$，其中 k 是一个不等于 0 的常数，称为比例系数．要确定正比例函数，只要确定比例系数 k；而要确定比例系数 k，只要有一组 x、y 的对应值便可以了．

三、由正比例函数的关系式 $y=kx$，即可得出 $k=\frac{y}{x}$．据此可以知道，要判断两个变量是否有正比例函数关系，只要观察 x、y 的各组对应值，看它们的商 $\frac{y}{x}$ 是否保持不变（即为一个不等于 0 的常数）就可以了．

四、正比例函数 $y=kx$ 的图象是一条直线，它经过原点 $O(0,0)$ 和点 $(1,k)$．当 $k>0$ 时，$y=kx$ 的图象在第一、三象限；当 $k<0$ 时，$y=kx$ 的图象在第二、四象限．并且，$|k|$ 越大，图象越陡（即直线和 y 轴的夹角较小）；$|k|$ 越小，图象越平坦（即直线和 x 轴的夹角较小）．

五、反比例函数是指 $y=\frac{k}{x}$，其中 k 是一个不等于 0 的常数．要确定反比例函数，只要确定常数 k，而这只要有一组 x、y 的对应值便可以了．

如果两个变量的对应值的乘积是一个不等于 0 的常数，这两个量之间就有反比例函数关系．

六、反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象是一种抛物线，它有两支，当 $k>0$ 时，抛物线的两支分别在第一、三象限；当 $k<0$ 时，抛物线的两支分别在第二、四象限．

七、如果在同一直角坐标平面上画出正比例函数 $y=kx$ 和反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象，由于两个函数的 k 相同（其实只要它们的符号相同，可以是不同的常