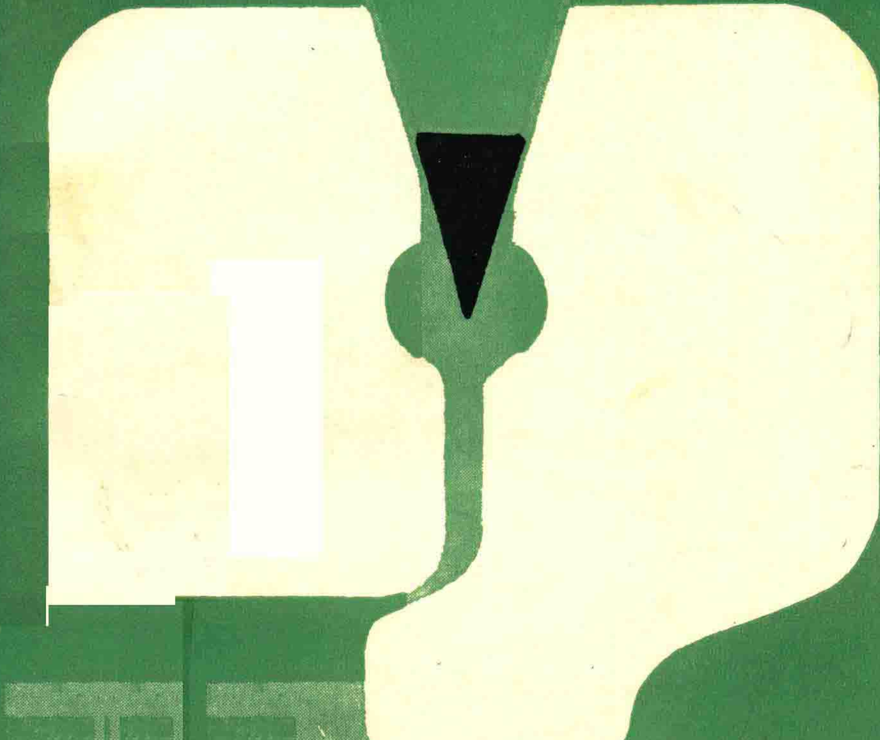
数学复习系列题解(高中)

北京市西城区
教育教学研究中心　编



中国标准出版社

数学复习系列题解(高中)

北京市西城区教育教学研究中心　编

中国标准出版社

数学复习系列题解（高中）

北京市西城区教育教学研究中心　编

责任编辑　黄炳印

·

中国标准出版社出版

（北京复外三里河）

中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行　各地新华书店经售

·

开本 787×1092 1/32　印张 $6^5/_8$　字数 141 000

1987年2月第一版　1988年2月第二次印刷

印数160 001-221 000　定价1.15元

·

ISBN 7-5066-0008-0/G·003

前　言

本书是以教学大纲和最新中学通用教材为依据编写的。其目的是通过系列练习，使读者加深对教材的理解，培养提高认识问题、分析问题和解决问题的能力，帮助具有高中文化水平的广大职工及各类成人、社会青年学好文化科学知识。

本书是由北京市西城区教育教学研究中心各科教研员并约请北京市部分有经验的教师共同编写的，具有知识覆盖面广、题型多样、系统性和综合性强、命题和题解力求标准化、系列化等特点；在编排上，按由浅入深、循序渐进的原则，紧密配合教材，按章、节、单元，着重基础知识的学习和基本技能的训练，使读者掌握回答问题与解题的基本思路和基本方法；为了便于系统复习和自测，提高学习兴趣和自信心，系列练习题均附有答案，供验证。

本书可作为职工教育、各类成人高考复习和社会青年自学复习的辅助教材，也可作为中学教师参考书。

限于水平，缺点、错误一定不少，恳请广大读者批评指正。

1987 年 1 月

目　　录

一　代数部分练习题

练　习　一

1.　比较下列各式的大小

(1)　$\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 与 $\sqrt{a+b}$　　$(a>0,\ b>0)$；

(2)　$\log_c \dfrac{a+a^3+b+b^3}{4}$ 与 $\log_c ab\,(a>0, b>0, a\neq b)$。

2.　(1)　求关于 x, y 方程组

$$\begin{cases} x+ky=10 \\ kx-y=10k+2 \end{cases}$$ 的整数解；

(2)　k 为何值时方程组

$$\begin{cases} x^2+xy+y^2=9 \\ x^2+y^2=k \end{cases}$$ 有实数解。

3.　解下列方程

(1)　$\dfrac{2-4\log_{12}2}{\log_{12}(x+2)}-1=\dfrac{\log_6(8-x)}{\log_6(x+2)}$；

(2)　$(2+\sqrt{3})^{x^2-2x+1}+(2-\sqrt{3})^{x^2-2x-1}=\dfrac{4}{2-\sqrt{3}}$。

4.　已知二次方程 $x^2-kx+k^2-1=0$ 的两个根为 x_1, x_2。

(1)　若 x_1, x_2 同时为正数，求 k 的范围；

(2)　若只有 x_1 为正数，求 k 取值范围。

5. 已知x_1，x_2是方程$x^2-(k-2)x+(k^2+3k+5)=0$的两个实数根，求$x_1^2+x_2^2$的最大值。

6. 解不等式

(1) $\sqrt{2x-1}>x-2$；

(2) $|\log_a(x+1)|>|\log_a(x-1)|$ $(0<a<1)$。

7. 解不等式

(1) $\dfrac{1}{3^x+5}<\dfrac{1}{3^{x+1}-1}$；

(2) $\log_3 x+\log_{\sqrt{3}} x+\log_{\frac{1}{3}} x<6$。

8. (1) 证明$2y+5x=10$的条件下，不等式 $3xy-x^2-y^2<7$是成立的；

(2) x满足不等式，

$2(\log_{\frac{1}{2}} x)^2+7\log_{\frac{1}{2}} x+3\leqslant 0$，

求 $f(x)=(\log_2\dfrac{x}{2})(\log_2\dfrac{x}{4})$ 的最大值和最小值。

9. 利用数学归纳法证明下列不等式

(1) $\left(\dfrac{a+b}{2}\right)^n\leqslant\dfrac{a^n+b^n}{2}$ $(a>0,b>0,n\in N)$；

(2) $1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{\sqrt{n}}>2(\sqrt{n+1}-1)$ $(n\in N)$。

练 习 二

1. 选择题（下面各小题中，只有一个答案是正确的，请把正确答案的英文字母代号填写在题后的括号内。）

(1) 若$A=\{a, b, c\}$，则有

(A) $\{b\}\in A$； (B) $a\subset A$， (C) $a=\{a\}$；

(D) $c\in A$，

答（ ）

(2) 集合 x 与集合y能建立一一映射是

(A) $x=\{1,2,3,4,5\}$， $y=\{2, 4, 6, 8\}$；

(B) $x=\{$有理数$\}$， $y=\{$数轴上的点$\}$；

(C) $x=\{$三角形$\}$， $y=\{$圆$\}$；

(D) $x=\{$平面上的点$\}$，$y=\{$有序实数对$(a,b)\}$；

答（ ）

(3) 若$a>0$，$a\neq 1$，$F(x)$ 是偶函数，则

$$G(x)=F(x)\left[\frac{1}{a^x-1}+\frac{1}{2}\right]$$是

(A) 奇函数； (B) 偶函数； (C) 非奇非偶；

(D) 奇偶性与a数有关；

答（ ）

(4) 已知函数 $y=ax+b$ 和二次函数$y=ax^2+bx+c$ 那么它们的图象是

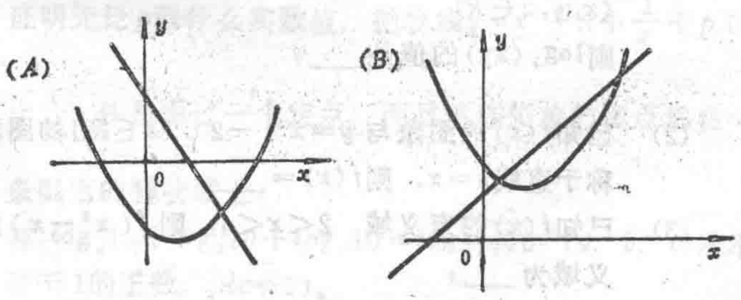
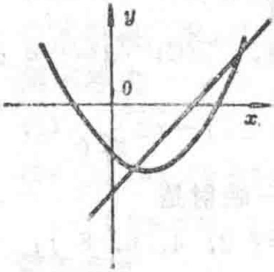
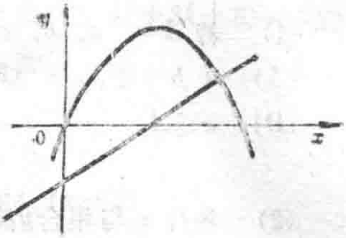


图 1-1

(C) 

(D) 

续图 1-1

答（　　）

(5) $0.8^{-0.1}$，$0.8^{-0.2}$，$\log_3 0.8$ 这三个数值的大小顺序是

(A) $\log_3 0.8 < 0.8^{-0.2} < 0.8^{-0.1}$；

(B) $\log_3 0.8 < 0.8^{-0.1} < 0.8^{-0.2}$；

(C) $0.8^{-0.1} < 0.8^{-0.2} < \log_3 0.8$；

(D) $0.8^{-0.2} < 0.8^{-0.1} < \log_3 0.8$。

答（　　）

2. 填空题

(1) 已知 $|2x-y|+\sqrt{y+2z}+z^2-4z+4=0$ $(x,y,z\in R)$

则$\log_z(xy)$的值是____；

(2) 已知$f(x)$的图象与 $y=x^{\frac{3}{5}}-2$ $(x\in R)$的图象对称于直线$y=x$，则$f(x)=$____；

(3) 已知$f(x)$的定义域 $2<x<4$，则 $f(x^2-x)$的定义域为____；

(4) 函数 $y=\log_2\frac{1-x}{1+x}+\sqrt{\sqrt{2}-2^x}+x^{-\frac{3}{2}}$ 的定义

域是____；

(5) 函数$y=\dfrac{x^2-3x+4}{x^2+3x+4}$的值域是____。

3. 已知$a>0$，且$a\neq1$，试讨论$f(x)=\log_a(-x^2+2x+3)$的单调性。

4. 设$I=\{x\mid x$为小于20的正偶数$\}$，I为全集，若$A\cap\overline{B}=\{12,14\}$，$\overline{A}\cap B=\{2,4,16,18\}$，$\overline{A}\cap\overline{B}=\Phi$，求集合$A$与集合$B$。

5. 已知 $a=\log_{14}7$，$b=\log_{14}5$且 $35^x=28$，试以a，b 表示x。

6. 设$A=\{(x,y)\mid x^2+y^2=1,\quad x,\quad y\in R\}$；

$B=\{(x,y)\mid\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1,\quad a>0,\ b>0,\ x,\ y\in R$

若$A\cap B$是单元素集合求

(1) a与b的关系；

(2) a乘b的最小值。

7. 若x，y满足$x^2+y^2=2x$，求x^2-y^2的最大最小值。

8. 证明无论p取什么实数值，抛物线$y=x^2+x+\dfrac{1}{4}+p\left(x+\dfrac{1}{2}\right)$总是通过一个定点，而且这些图象的顶点都在一条确定的抛物线上。

9. 若 $\log_a10+\log_b10+\log_c10=\log_{abc}10$（$a$，$b$，$c$ 是不等于1的正数，$abc\neq1$）。

试证明：(1) a，b，c中，其中必要两个之积为1；

(2) n为正整数时，$(\log_a 10)^n+(\log_b 10)^n$
$+(\log_c 10)^n \geqslant (\log_a 10+\log_b 10+\log_c 10)^n$。

练 习 三

1. 选择题（下面各小题中，只有一个答案是正确的，请把正确答案的英文字母代号填写在题后的括号内）

(1) 复数z，则$|z^2|$，$|z|^2$，z^2的关系是

(A) 互不相等； (B) $|z^2|=|z|^2\neq z^2$；

(C) $|z^2|\neq|z|^2=z^2$； (D) $|z^2|=|z|^2=z^2$；

答（ ）

(2) 两个虚数z_1与z_2互为共轭虚数的充要条件是

(A) z_1+z_2是实数； (B) z_1z_2是实数；

(C) $|z_1|=|z_2|$； (D) 向量$\overrightarrow{oz_1}$与向量$\overrightarrow{oz_2}$关于x轴对称；

答（ ）

(3) 复平面内一个正方形三个顶点是对应复数$1+2i$，$-2+i$，$-1-2i$，第四个顶点对应复数是

(A) $2-i$； (B) $-2+i$；

(C) $1-2i$； (D) $-2+2i$；

答（ ）

(4) 复数z满足条件$|z+1|^2-|z+i|^2=1$则复数z在复平面上表示的曲线是

(A) 直线； (B) 圆； (C) 双曲线；

(D) 椭圆；

答（ ）

(5) 复数$3-\sqrt{3}\,i$的对应向量按顺时针方向旋转最小

的角 x 弧度，就得到 $-2\sqrt{3}i$ 所对应的向量，则 x 等于

(A) $\frac{11}{6}\pi$； (B) $\frac{\pi}{6}$， (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{3}$。

答（　　）

2． 填空题

(1) 当 $2\kappa\pi+\frac{\pi}{2}<\theta<2\kappa\pi+\frac{3\pi}{2}$ 时，$(K\in Z)$，$1+i\operatorname{tg}\theta$ 的三角函数式是______；

(2) $\frac{2-i}{1+2i}+\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{10}$ 的值是____，

(3) $-1+4\sqrt{5}i$ 的平方根是____；

(4) $|1+i|+|(1+i)^2|+|(1+i)^3|+\cdots\cdots+|(1+i)^n|$ 值是____；

(5) 已知复数 z 满足 $\left|z-\frac{1}{z}\right|=1$ 求当辐角等于 30° 时，复数 z 的模为____。

3． (1) 求适合 $\frac{(x+yi)(1+2i)}{5+3i}=1+i$ 的实数 x，y 的值；

(2) 求适合 $x+|x|=5+\sqrt{3}i$ 的复数 x 的值。

4． 两个不等于零的复数 z_1，z_2 满足 $3z_1^2+z_2^2=0$，设 z_1，z_2 在复平面上的对应点分别是 P，Q，求 $\triangle OPQ$ 中各角的大小。

5. 求满足条件$|z-25i|\leq 15$且辐角的主值为最小的复数z。

6. 设复数$z_1=2-\sqrt{3}a+ai$；$z_2=\sqrt{3}b-1+(\sqrt{3}-b)i$，$a$，$b\in R$，若$z_1$与$z_2$的模相等且$\frac{z_2}{z_1}$的辐角等于$\frac{\pi}{2}$，求实数$a$，$b$。

7. 已知$z\in c$，$|z|=1$，
求$|z+\sqrt{3}+i|$最大值时z的值。

8. 若$\frac{z}{z-1}$为纯虚数，试问当z变动时，它的图象将是怎样的曲线？

9. 已知$z\in c$ 且$|z|=a(a\neq 0$常数)试求$w=z+\frac{1}{z}$对应的动点的轨迹的普通方程，并指出轨迹的图形是什么？

练 习 四

1. 填空题

(1) 已知数列前n项的和 $S_n=5n^2+3n$，则数列的通项$a_n=$____；

(2) 某工厂年初一月份产值为100万元，以后每月比上一月产值增加10%，则全年总产值是____；（lg11=1.0414，lg3139=3.4968）

(3) 如果等差数列5，8，11……与等差数列3，7，11……都有100项，则它们相同项的个数是____；

(4) 今有100个连续的整数，它们的和大于13400，但小于13500，则此连续的整数中的最小的数是

____,

(5) 能被3又能被7同时整除的三位数之和是____;

(6) 已知$S_n=\frac{b^{n+1}}{1+b^n}(b>0)$

则$\lim\limits_{n\to\infty}S_n$是____;

(7) $\lim\limits_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+n+1}-\sqrt{n^2-n+1})=$____;

(8) 设在4和64之间插入成等差数列的三个正数a, b, c, 且使4, a, b以及b, c, 64成等比数列，则$a=$____, $b=$____, $c=$____;

(9) 求满足$1+3+5+\cdots\cdots+(2m+1)=1681$的正整数$m$是____;

(10) 设有首项为2，公比为1.1的等比数列，则最先大于10的是第____项。 ($\lg 2=0.3010$, $\lg 1.1=0.0414$)。

2. 无穷递缩等比数列$a_1=1$，公比为q，前n项和为S_n，利用数列极限的定义，求证：

$$\lim_{n\to\infty}S_n=\frac{1}{1-q}。$$

3. 设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n

求证$\{a_n\}$是等差数列的充要条件是S_n可表示成$S_n=an^2+bn$。

4. 将自然数集依下列方法分组

(1)(2 3)(4 5 6)(7 8 9 10)…。

求第k组各数的和。

5. 设数列$\{a_n\}$，$a_1=1$，$a_n=1+\frac{1}{2}a_{n-1}$ $(n\geqslant2)$。

(1) 计算a_2，a_3，a_4；

(2) 猜想a_n的表达式，并用数学归纳法证明。

6. 设$a_1=1$，$a_n=2\sqrt{a_{n-1}}$ $(n\geqslant2)$，
求数列的通项a_n。

7. 设数列$\{x_n\}$，若$x_1=0$，$x_2=1$且$ax_n+bx_{n-1}+cx_{n-2}=0$ $(n\geqslant3)$，当其中$a+b+c=0$且$|a|>|c|>0$给定时，

试求 (1) $\lim\limits_{x\to\infty}x_n$；

(2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n)$。

8. 给定抛物线$y=x^2$，过原点作斜率为1的直线交抛物线于点P_1，其次过P_1作斜率为$\frac{1}{2}$的直线与抛物线交于点P_2，再过P_2作斜率为$\frac{1}{4}$的直线与抛物线交于点P_3，由这样的方法确定$P_1P_2P_3\cdots\cdots$，一般地过P_n点作斜率为2^{-n}的直线与抛物线交于点P_{n+1}，设P_n的坐标为(x_n, y_n)试求

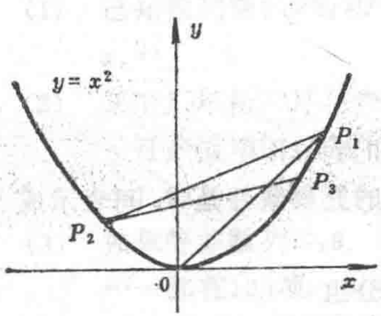


图 1-2

(1) x_{2n+1}；

(2) P_1、P_3，$P_5\cdots\cdots P_{2n+1}\cdots\cdots$向哪一点接近。

练 习 五

1. 填空题

(1) 展开式（x^2+x-1）^{5}的x^4项的系数是____；

(2) 展开式（$a+b$）^{50}系数最大的项是第____项，展开式中各项系数之和是____；

(3) $\left(\sqrt{2}x-\frac{1}{\sqrt{2}}y\right)^{15}$展开式中所有有理系数之和是____所有无理数系数之和是____；

(4) 已知平面M、N是两个不重合的平面，在平面M内取4个点，在平面N内取5个点，用这9个点作顶点，最多可组成多少个三棱锥____；

(5) 用0，1，2，3，4，5六个数字可组成多少个三位数（数字可以重复）。

2. 求（$1+\sqrt{2}$）^{50}的展开式中数值最大的项。

3. (1) （$x+y$）^{10}的展开式的第$3r$项系数与第$r+2$项系数相等，求第r项的系数。

(2) 求$\left(\sqrt[3]{3}-\frac{1}{\sqrt[4]{3}}\right)^{14}$展开式中的有理数项。

4. 已知二项式$\left(\sqrt{2^{\lg(10-3^x)}}+\sqrt[5]{2^{(x-2)\lg 3}}\right)^n$的第六项是21，且满足等式$C_n^{n-2}-C_n^1=22$求$x$。

5. 有一小组男生5人，女生3人。

(1) 选出正副组长共有多少种选法；

(2) 选出正副组长中，男女生各一人有多少种选法；

(3) 选出正副组长中，至少有一个男生当选有多少种选法。

6. 有12本不同的书。

(1) 平均分给甲乙丙三个人有多少种分法；

(2) 平均分成三堆，有多少种分法；

(3) 甲得6本，乙得2本，丙得4本有多少种分法；

(4) 分成6本，2本，4本三堆有多少种分法；

(5) 甲得8本，乙得2本，丙得2本有多少种分法。

7. 有男生6人，女生5人排成一排。

(1) 男生不能在排头，也不能在排尾，有多少种排法；

(2) 女生必须相邻有多少种排法；

(3) 女生必须相邻，男生也必须相邻，有多少种排法。

8. (1) 男女生各6人，交错排列成一行的方法有多少种；

(2) 男生6人，女生3人排成一行，若规定女生不能相邻排列，共有多少种排法；

(3) 有黑棋子19个，白棋子18个，把它们排成一排，限定每两个白棋子不得相邻，有多少种排法。