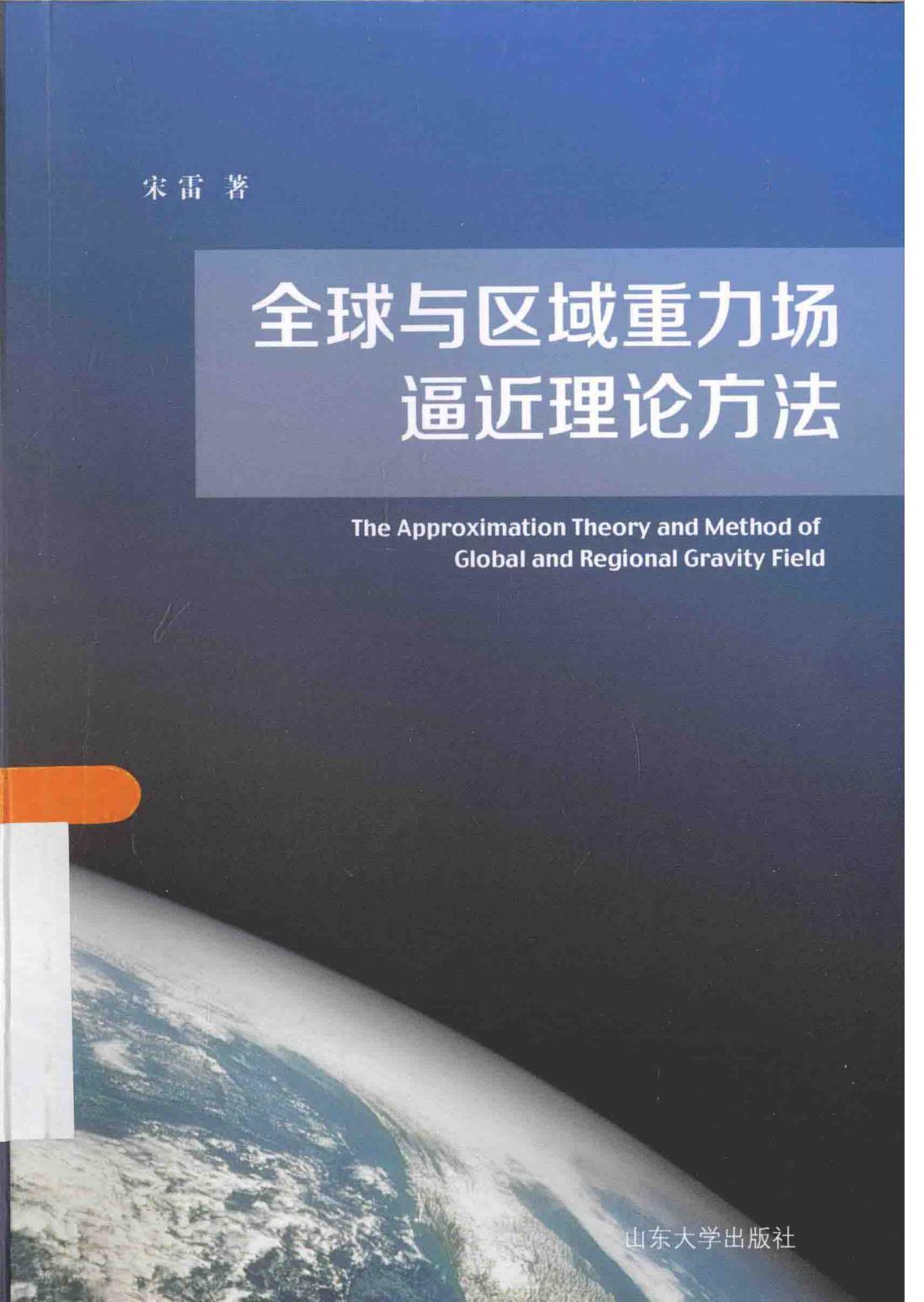


宋雷 著

# 全球与区域重力场 逼近理论方法

The Approximation Theory and Method of  
Global and Regional Gravity Field



山东大学出版社

# 全球与区域重力场逼近理论方法



宋雷 著

山东大学出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

全球与区域重力场逼近理论方法 / 宋雷著. —济南：  
山东大学出版社, 2015. 7  
ISBN 978-7-5607-5320-1

I. ①全… II. ①宋… III. ①地球重力场—研究  
IV. ①P312. 1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 174128 号

责任策划：张申华

责任编辑：李云霄

封面设计：张 荔

---

出版发行：山东大学出版社

社 址 山东省济南市山大南路 20 号

邮 编 250100

电 话 市场部(0531)88364466

经 销：山东省新华书店

印 刷：山东省英华印刷厂

规 格：880 毫米×1230 毫米 1/32

6 印张 161 千字

版 次：2015 年 7 月第 1 版

印 次：2015 年 7 月第 1 次印刷

定 价：28.00 元

---

版权所有，盗印必究

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社营销部负责调换

# 前　言

随着现代科学技术的发展,研究和确定地球重力场的精细结构在现代大地测量学领域中上升到了一个突出的地位。精确地逼近地球重力场和(似)大地水准面始终是物理大地测量学要解决的主要问题。确定地球重力场,主要是建立地球重力场位模型和确定(似)大地水准面,这两项任务紧密相关。地球重力场模型可为大地测量学、地球物理学、地球动力学和地震学等地球学科的研究提供基础性信息。精化区域(似)大地水准面也是一个国家和地区建立现代高程基准的主要任务。利用卫星观测信息研究地球重力场是大地测量学科继 GPS 技术之后又一革命性的发展。在工程应用方面,高精度、高分辨率区域(似)大地水准面模型结合 GPS 技术,可以取代传统的水准测量方法测定正高或正常高。

本书主要针对地球重力场逼近理论和方法及其工程应用进行研究,包含作者多年的研究成果,主要内容包括:

(1) 利用能量守恒方法由 CHAMP 卫星精密星历和加速度数据恢复地球重力场模型,并将这些模型与 EGM96 重力场模型和 GFZ 公布的 EIGEN-CG01C 重力场模型进行比较,验证了 CHAMP 卫星对地球中、长波重力场的敏感性。

(2) 山东省及邻近区域重力(似)大地水准面的计算方案;利用移去-恢复技术建立了山东省及邻近区域重力(似)大地水准面模型;利用新的拟合方法得到山东省区域内似大地水准面结果的内、外符合精度均优于 10.0 厘米。

(3) 地球重力场模型和区域似大地水准面的工程应用方面, 主要研究了利用地球重力场模型提高山区 GPS 高程转换精度; 全球重力场模型和 GPS/水准数据确定工程区域似大地水准面; 利用二次平差法建立 GPS 平面和高程一体工程控制网; GPS 平面和高程一体工程控制网在水利工程中的应用等内容。

在本书的研究过程中, 得到中国科学院上海天文台吴斌研究员和周旭华研究员、东南大学交通学院胡伍生教授等专家学者的指导和帮助, 在此表示感谢。本书的出版得到了交通运输部应用基础研究项目“高精度 GPS 高程测量及高海拔地区交通工程应用研究”(2013319817120)、中国科学院科研项目“北斗精密单点定位算法研究”、山东交通学院科研项目培育基金等项目资助。

由于作者水平所限, 研究内容难免出现问题和错误, 不当之处, 希望得到各位专家学者的指正。

作者

2015 年 6 月 18 日

# 目 录

<b>第 1 章 绪 论 .....</b>	(1)
1.1 引言 .....	(1)
1.2 地球重力场模型研究发展与现状 .....	(5)
1.3 局部重力场逼近理论研究发展与现状.....	(17)
<b>第 2 章 地球重力学理论基础 .....</b>	(22)
2.1 重力和重力位.....	(22)
2.2 地球引力位的级数式.....	(27)
2.3 地球正常重力场.....	(32)
2.4 高程系统及相互关系.....	(35)
2.5 位理论的边值问题.....	(38)
2.6 Stokes 边值问题和 Molodensky 边值问题 .....	(41)
<b>第 3 章 CHAMP 卫星的轨道数据处理 .....</b>	(46)
3.1 卫星重力学的坐标系统与时间系统.....	(46)
3.2 卫星轨道理论简介.....	(52)
3.3 星历数据和加速度数据.....	(53)
3.4 加速度数据标校参数的确定.....	(56)
3.5 计算惯性系下的非保守力摄动加速度.....	(61)

3.6 线性插值姿态数据对惯性系下非保守力加速度数据的影响.....	(65)
<b>第4章 能量守恒方法恢复 CHAMP 地球重力场 .....</b>	<b>(71)</b>
4.1 能量守恒方程在不同坐标系的表达与统一.....	(71)
4.2 日、月对卫星的三体摄动位和引潮力附加位的计算 .....	(74)
4.3 加速度数据的处理.....	(78)
4.4 能量守恒法恢复地球重力场数学模型.....	(79)
4.5 误差分析.....	(80)
4.6 重力场恢复计算方法.....	(82)
4.7 CHAMP 卫星地球引力场位系数解算 .....	(85)
<b>第5章 山东省及邻区重力与地形数据预处理 .....</b>	<b>(98)</b>
5.1 山东省及邻区自然地理概况.....	(98)
5.2 地面重力观测值的归算及格网化.....	(99)
5.3 地形起伏对局部大地水准面的影响 .....	(111)
5.4 GPS/水准数据.....	(116)
5.5 地球重力场模型表示山东省及邻区局部重力场的比较 .....	(119)
<b>第6章 山东及邻近区域重力(似)大地水准面的确定 .....</b>	<b>(123)</b>
6.1 重力(似)大地水准面计算方案 .....	(123)
6.2 重力大地水准面的确定 .....	(125)
6.3 重力似大地水准面的确定 .....	(131)
6.4 重力(似)大地水准面的误差分析 .....	(138)
6.5 两类似大地水准面的拟合新方法研究 .....	(140)



## 第 7 章 地球重力场模型和区域(似)大地水准面的工程应用研究

.....	(147)
7.1 地球重力场模型提高山区 GPS 高程转换精度 .....	(147)
7.2 地球重力场模型和 GPS/水准数据确定工程区域 似大地水准面 .....	(153)
7.3 利用二次平差法建立 GPS 平面和高程一体工程 控制网研究 .....	(158)
7.4 GPS 平面和高程一体控制网在水利工程中的应用分析 .....	(162)
参考文献 .....	(171)

# 第1章 絮 论

## 1.1 引言

现代科学技术的发展将大地测量学推进到一个崭新的发展阶段,大地测量学的理论和技术体系及其内涵都发生了很大的变化,研究和确定地球重力场的精细结构在现代大地测量领域中上升到突出地位。卫星大地测量学的出现使大地测量定位基准从常规的静态基准(大地控制网)发展到地球外空间的动态基准(卫星在全球地心坐标系中的轨道位置)。卫星地面定位的精度取决于卫星精密定轨的精度,实现卫星精密定轨的一个基本条件是精密的全球重力场模型,地球重力场信息在卫星大地测量定位中间接地起到关键作用。利用地球重力场可以推测地表以下物质结构的丰富内涵;掌握重力场的精细结构,可以精确计算重力场对空间飞行器轨道的影响;卫星轨道的精确计算和预报也需要重力场资料。事实上,地球重力场的模型已成为大地测量学、地质学、地震学、地球动力学、海洋学、空间技术和军事应用等学科和领域共同需求的基础性资料。在以基础地学研究为主的现代大地测量整体框架中,研究地球重力场的物理大地测量学和空间大地测量学将相互紧密结合组成大地测量学科的支柱。

地球重力学和其他相关学科一起,构成了现代大地测量学科体系的基础。地球重力场是一种空间分布的物理场,地球重力场及其时变反映了地球表层和内部的密度分布和物质运动状态,同时决定

着大地水准面的起伏变化。从地球重力场的信息中可以推算地球这一不规则椭球体的形状,可以反演地球内部物质的分布状况,地球重力场的变化约束和影响着一切物体在空中飞行的状态和轨迹。而精确地掌握地球重力场的状况和规律却是一件复杂而艰巨的工作。地球重力场逼近理论和方法是物理大地测量学的核心问题,根据研究的区域和范围,可分为全球重力场逼近和局部重力场逼近。全球重力场逼近主要是恢复地球重力场位系数模型,局部重力场逼近以确定区域性高精度、高分辨率的(似)大地水准面模型为主要研究内容。这两项任务是紧密相关的,理论上都归结为求解大地测量边值问题。

地球可视为由无数质点组成的质体,地球的引力是组成地球的所有质点的引力的合力。同时,地球在做永不停息的自转运动,因而存在于地球上的所有物体也随之绕地轴转动。在地球参考系内,这些物体又要受到一个离心力的作用,地球的重力就是单位质点所受到的地球引力和离心力的合力。地球外部空间每一点都有一个确定的重力值与之对应,我们就说地球外部空间存在重力场,当将质量置于地球重力场中,就会受到地球的重力的作用。地球重力场是一种客观存在。广义的地球重力场模型包括利用重力观测数据建立的各种模型,如数值模型、图像模型、函数模型。函数模型是指重力位的函数系数的集合,又称为“位系数模型”。位系数模型是地球重力场的数学拟合和逼近,在理论和实际中便于数值化的应用。位系数模型的一种常用形式是球函数模型。

地球重力场的研究可以追溯到牛顿时期。牛顿根据他所发现的万有引力和地球自转运动得出地球近似于两极稍扁、赤道隆起的旋转椭球。这一形状对应于地球重力场球函数展开式的  $J_2$  阶系数,该系数比其他各阶系数约大三个数量级以上。在此后的数百年中,在以 Stokes、Molodensky、Bjerhammar、Krarup 和 Moritz 等为代表的科学家的辛勤努力下,这一学科不断得到发展和完善。其中最具有代表性的是 Stokes(斯托克司)理论和 Molodensky(莫洛金斯基)理论,这两个理论奠定了近代地球重力学科研究的基础。Stokes 理论



和 Molodensky 理论都要求覆盖全球的重力资料,由于政治、经济和技术条件的限制,用地面观测方法获取全球重力资料是很困难的。1961 年, Izsak 分析卫星观测数据确定了到 2 阶的非带谐系数,开创了利用卫星观测确定地球重力场模型的先河。结合卫星和地面重力数据建立地球重力场模型的创始人是 Kaula 教授,他于 1966 年首次综合利用卫星轨道摄动分析和地面重力测量资料计算了一个 12 阶的地球重力场位系数模型,并出版了《卫星大地测量学》一书,引起极大的反响,奠定了卫星重力学的基础。近几十年来,地球重力场模型的种类、精度和分辨率都在不断增加和提高。利用人造卫星作为传感器采集全球重力场信息主要有四种观测模式,即:地面站跟踪观测卫星轨道、卫星测高、卫星跟踪卫星(卫-卫跟踪、SST)和卫星重力梯度测量(SGG)。相应于卫星观测数据的重力场研究和计算的方法主要有时域法和空域法。时域法以卫星运动方程为基础,将卫星的轨道摄动观测值直接表示成重力位球函数展开式系数的函数,由最小二乘法或正则化算法直接求解位系数。空域法是利用卫星跟踪数据导出在卫星高度处的扰动重力或重力异常观测值,将它们在以卫星平均轨道高度为半径的球面上进行格网化处理,将问题转化为某个类型的边值问题的解,可大大减轻计算量。

早在 20 世纪 70 年代初期,利用卫星观测技术和星载重力仪研究地球重力场的概念就已经提出。进入 80 年代,许多学者开始对不同的专用重力卫星观测方案进行数值模拟研究,同时专用于重力观测的卫星系统设计和实验也逐步开始。经过几十年的反复论证和实验,最终卫星跟踪卫星和卫星重力梯度测量两种观测模式被国际大地测量界普遍接受。为了提高重力场模型的精度并确定其随时间的变化,欧洲和美国相继发射或即将发射重力小卫星,其中具有代表性的是 CHAMP、GRACE 和 GOCE 三颗重力卫星,它们分别采用 HL-SST(高低卫-卫跟踪)、LL-SST(低低卫-卫跟踪)和 SGG(卫星重力梯度测量)三种卫星观测模式。卫星重力探测技术及专用于重力计划的卫星的发射将大大提高我们对地球重力场的认识,特别是

CHAMP、GRACE 和 GOCE 三颗新一代重力卫星计划将给我们提供更加丰富的地球重力场信息,填补地球上的重力空白区,获得更为精细的重力场模型结构,其中地球重力场的长波部分将得到很大的改善,甚至有望改善短波部分。

区域重力场逼近的目的是确定区域性高精度、高分辨率的(似)大地水准面模型。申文斌曾从理论上对大地水准面的各种定义进行比较,指出了大地水准面经典定义的局限性,证明了地球重力等位面的存在性与适用范围,提出了等频大地水准面的概念(等频大地水准面是最接近于平均海水面的封闭曲面,在其上的任意两点之间不存在重力频移)。他还指出在厘米级精度要求之下,无需考虑等频大地水准面与经典大地水准面的区别,对于更高精度要求的大地水准面,就有必要考虑上述两种水准面的差异。

从经典意义上来说,大地水准面可以定义为与全球无潮平均海面密合的重力等位面,并用这个面相对一个参考椭球面的大地水准面的高描述它的起伏。图 1-1 为利用 EGM96 重力场模型计算的全球大地水准面异常图,全球大地水准面相对于椭球面的起伏约为  $-105.9 \sim 83.7$  m。

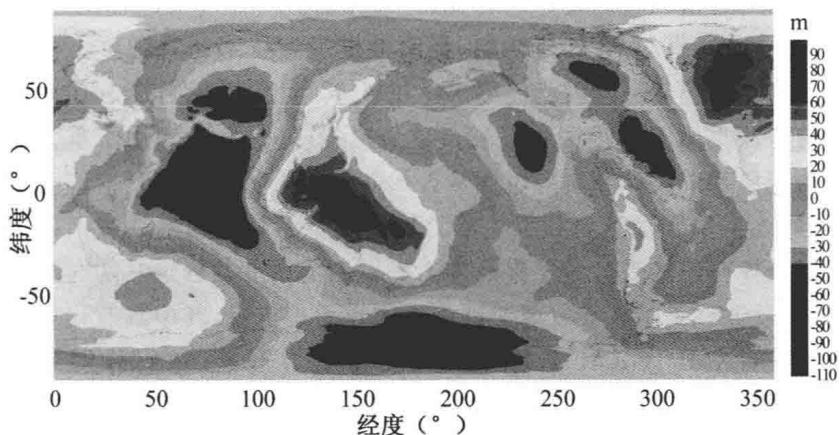


图 1-1 利用 EGM96 重力场模型计算的全球大地水准面异常图



在工程应用中,我国以正常高作为法定高程系统,正常高是以似大地水准面为基准定义的高程系统。似大地水准面没有明显的物理意义,大地水准面和似大地水准面在海洋面上是重合的,平原地区相差几个厘米,两面在全球理论上最大相差可达3米多(青藏高原地区)。

1849年,英国数学家 Stokes 在前人研究的基础上发展和完善了地球形状理论,建立了著名的 Stokes 定理,并按球近似解算了物理大地测量边值问题。自此以后,大地测量边值问题得到发展。特别是几十年来,人们一直试图得到在数学上严密、在物理上完善、符合现实情况的解。随着卫星重力探测技术的研究和实施,卫星对地探测数据正在提供越来越多的新型重力场信息源,包括海洋卫星测高数据、卫星轨道摄动跟踪数据、卫-卫跟踪数据和卫星重力梯度数据。新型数据和新的数据组成结构提出新的边值问题,比较有代表性的有混合边值问题和超定边值问题。国内学者李斐和张利明等针对 GPS/重力边值问题进行了深入研究,在理论研究和实际应用方面有许多新的发展。在大地测量边值问题经典方法不断得到改进的同时又出现许多新的理论和方法。

## 1.2 地球重力场模型研究发展与现状

### 1.2.1 地球重力场理论与技术发展背景

精密的全球重力场模型可为相关地球学科(如地球物理学、大地构造学、地球动力学和地震学等)研究地球内部结构和动力学过程提供基础信息。精细的重力异常分布和大地水准面起伏对于岩石圈和地幔动力学研究中的系列问题也有很重要的作用。利用卫星测高数据确定的高分辨率全球海洋大地水准面研究海底及其深部构造取得了瞩目成果。海洋大地水准面是反映海底地形起伏以及海底大地构造的物理面,洋中脊、海沟、海山和海底断裂带都可以经过频谱分析

从海洋大地水准面起伏图像中识别,准确地测定海面地形、海洋环流、海底构造和监测海平面变化都对海洋重力场和海洋大地水准面的精度和分辨率有很高的要求。表 1-1 给出了不同科学领域对地球重力场的精度和空间分辨率的基本要求。

表 1-1 不同科学领域对地球重力场的精度和空间分辨率的基本要求

科学领域		大地水准面 (cm)	重力异常 (mGal)	空间分辨率 (半波长, km)
海洋学	短尺度海面地形	1	1~5	100
	海盆尺度海面地形	0.1	1~5	1000
地幔和 地壳	地幔对流	10	1	200
	地幔柱	10	1	50
	海洋岩流圈	10	1	100
大地 测量	GPS/水准	1	1~5	100
	高程基准统一	1	1~5	100~20000
	低轨卫星定轨		0.01	200

全球重力场模型研究方面,早期的静态地球重力场模型主要是利用地面卫星跟踪资料获取地球重力场的长波部分,利用地面重力观测和卫星测高资料等获取地球重力场的中、短波长部分。近几十年来有关地球重力场的研究表明,经典模式恢复地球重力场,其静态部分无论是在空间分辨还是在精度上都难以有明显改善。这就导致了卫星重力学的兴起。随着空间技术的发展,实施专用的重力卫星技术已成为可能。通过重力卫星的观测数据,不仅可以得到高精度的静态地球重力场模型,还可以得到地球重力场时变信息。随着卫星重力技术与地球物理学、大地测量学和空间科学等学科的相互渗透,它在地学学科中的影响将是深远的。

局部地球重力场逼近研究方面,大地水准面和似大地水准面都



是大地测量定义高程系统的基准面,许许多多与地理位置相关的空间数据或空间信息都需要以大地水准面或似大地水准面为起算面的正(常)高系统。全球定位系统(GPS)的出现,极大地改变了传统的测绘方式,GPS定位技术能够在 $10^{-6}\sim10^{-8}$ 的量级精度上获得所测点位的三维相对坐标,但其获得的高程信息是相对于WGS-84椭球的大地高,而工程应用中的法定高程系统是以(似)大地水准面为基准的正(常)高。将GPS大地高转换为正(常)高,是GPS应用领域的一个研究热点。高精度、高分辨率的(似)大地水准面数值模型,可以给出任一点的(似)大地水准面高,作为测定正(常)高的参考框架。随着GPS技术在测绘领域的广泛应用,对高精度、高分辨率(似)大地水准面的要求也越来越迫切。GPS技术结合高精度、高分辨率(似)大地水准面模型可以取代传统的水准测量方法测定正(常)高,真正实现GPS技术在几何和物理意义上的三维定位功能。因此,在当今GPS定位时代,精化区域(似)大地水准面和建立新一代传统的国家或区域高程控制网同等重要,也是一个国家或地区建立现代高程基准的主要任务。21世纪,大地测量学家提出确定具有厘米级精度大地水准面的任务。对于一个国家来说,在领土范围内建立高精度、高分辨率(似)大地水准面也是发展一个国家测绘事业的基础性建设工程,以此满足国家经济建设和测绘科学技术的发展以及相关地学研究的需要。

计算技术的发展和全球定位系统GPS的出现,为区域似大地水准面确定提供了新的计算方法和检测手段。人工神经网络作为一门新兴的交叉学科,在许多工程领域的应用研究都取得突破性进展。测绘界不少学者系统研究了应用人工神经网络进行GPS高程转换,取得一些有益的结论。国内学者胡伍生博士基于对神经网络模型的深刻理解,创新性地提出转换GPS高程的“混合转换法”,大大提高了GPS高程转换结果的精度。在区域似大地水准面确定方面,利用人工神经网络方法的最新成果进行重力似大地水准面和GPS/水准似大地水准面的拟合,应该是一个值得关注的研究方向。

虽然我国在地球重力场理论、技术和方法以及应用的研究取得了大量的成果,其中有许多研究是跟踪国际前沿的,但同国外研究工作相比还存在不小的差距,我国在卫星重力探测技术方面也与发达国家相距较远。区域地球重力场(大地水准面精化)的研究也任重道远。结合我国发展重力卫星的紧迫性和我国局部重力场有待进一步精化的现实性,展开地球重力场方面的研究,无论对缩小与世界先进水平的差距还是对促进我国测绘事业的发展,都具有深远的现实意义。

### 1.2.2 地球重力场模型研究回顾

1952年,Zhongolovich 根据  $10^\circ \times 10^\circ$  的地面重力资料计算了地球重力位的 8 阶球谐系数,这是地球重力场模型研究的开端。1957 年,世界上第一颗人造卫星发射,卫星的观测数据被用于确定重力场模型的位系数。1959 年 O'Keefe 和 Squire 等人估算到了 4 阶的偶次项带谐系数。1961 年 Izsak 分析卫星观测数据确定了直到 2 阶的非带谐系数,拉开了利用卫星观测技术确定地球重力场模型的序幕。此后,国内外不同的研究机构推出了多种序列的地球重力场模型,其中有代表性的有:美国国家航空航天局哥达德宇航中心(NASA GSFC)的 GEM 系列模型;Ohio 大学的 OSU 系列模型;美国宇航局和美国国防制图局的 EGM96 模型;中国科学院测量与地球物理研究所的 IGG 系列模型;西安测绘研究所的 DQM 系列模型;武汉大学(原武汉测绘科技大学)的 WDM 系列模型等。

随着 CHAMP 和 GRACE 卫星的发射,国内外许多科研机构针对 CHAMP 和 GRACE 重力场的恢复展开了卓有成效的研究,并推出一系列新的卫星重力场模型。其中有代表性的有:(1)德国地球科学中心(GFZ)推出的 EIGEN-1S、EIGEN-2、EIGEN-3p 和 EIGEN-GRACE01S 模型。其中,EIGEN-1S 是 GFZ 利用 88 天的 CHAMP 数据计算得到的,模型阶次为 119,在半波长为 550 km 的分辨率下,重力异常的精度优于 2.5 mGal。EIGEN-2 模型是利用 6 个月的



CHAMP 卫星数据计算得到的,模型阶次为 140,在半波长为 550 km 的分辨率下,重力异常的精度优于 0.5 mGal,大地水准面精度优于 10 cm。EIGEN-3p 模型是利用三年的 CHAMP 数据计算得到的。而 EIGEN-GRACE01S 模型是第一个综合 CHAMP 和 GRACE 数据计算的重力场模型。(2)德国慕尼黑大学推出 TUM-1S、TUM-2Sp 模型。其中,TUM-1S 是利用近半年的 CHAMP 几何法轨道基于能量守恒方法得到的,而 TUM-2Sp 模型是利用一年的几何法轨道计算得到的,这两个模型都完全至 90 阶次。(3)丹麦哥本哈根大学的 Tscherning 教授领导的课题组推出的 UCPH2002\_04、UCPH2003\_02 UCPH2003\_03 模型。其中,UCPH2002\_04 是利用一个月的 CHAMP 快速科学轨道、UCPH2003\_02 UCPH2003\_03 模型采用 DEOS 中心提供的轨道计算得到,计算方法是先采用能量守恒方法获得卫星高度处的扰动位,然后根据最小二乘配置方法得到。上述三组模型的阶次都为 90。(4)美国 Ohio 大学推出的 OSU02A 和 OSU03A 模型。这两组模型都是利用 GFZ 提供的快速科学轨道计算得到的,前者恢复至 50 阶次,后者恢复至 90 阶次。(5)我国西安测绘研究所于 2004 年基于能量守恒方法利用三个不同时期的 CHAMP 卫星快速科学轨道数据和加速度数据推出的 XISM01、XISM02 和 XISM03 模型。三个模型都完全至 50 阶次。表 1-2 列举了部分地球重力场模型。