普通高等教育“十三五”规划教材

普通高等院校物理精品教材

大学物理（上册）

唐世洪 主编

華中科技大學出版社
http://www.hustp.com

普通高等教育"十三五"规划教材

普通高等院校物理精品教材

大学物理(上册)

主　编　唐世洪

副主编　叶伏秋　邬云雯　王小云

杨　红　王立吾

编　委　赵鹤平　邓　科　廖文虎　黄永刚

韩海强　邓　燕　曹广涛

华中科技大学出版社

中国·武汉

内容提要

本套书是作者在多年讲授大学物理课程的基础上，根据教育部颁布的非物理类理工学科大学物理课程教学基本要求编写而成的。本套书内容精练、概念清晰，力图在有限的课时内清晰、准确地讲授大学物理的基本内容及物理学在现代技术中的应用。本套书将能力培养与知识传授有机地融为一体，在内容的选取上涵盖了大学物理最基本、最重要的知识点，在保留经典物理基本框架的同时，对近代物理部分(相对论和量子物理)，以及新技术的基本物理原理和应用进行了加强和拓展。全套书共分《大学物理(上、下册)》和《大学物理学习指导》，《大学物理(上册)》包括力学、热学、机械振动与机械波，《大学物理(下册)》包括电磁学、光学和量子物理，《大学物理学习指导》对《大学物理(上、下册)》中的知识点进行了归纳和总结，并对各章中习题进行了详细解答。

本套书可作为高等院校非物理类专业大学物理课程的教材或参考书，也可供其他专业读者阅读。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理. 上册/唐世洪主编. —武汉：华中科技大学出版社，2015.12
普通高等教育"十三五"规划教材　普通高等院校物理精品教材
ISBN 978-7-5680-1482-3

Ⅰ.①大…　Ⅱ.①唐…　Ⅲ.①物理学-高等学校-教材　Ⅳ.①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 305433 号

大学物理(上册)
Daxue Wuli (Shangce)

唐世洪 主编

策划编辑：周芬娜　王汉江
责任编辑：王汉江
封面设计：刘　卉
责任校对：张会军
责任监印：周治超
出版发行：华中科技大学出版社(中国·武汉)
　　　　　武昌喻家山　　邮编：430074　　电话：(027)81321913
录　　排：武汉正风天下文化发展有限公司
印　　刷：武汉科源印刷设计有限公司
开　　本：710 mm×1 000 mm　1/16
印　　张：19
字　　数：382 千字
版　　次：2016 年 1 月第 1 版第 1 次印刷
定　　价：42.00 元

华中出版

前 言

物理学是研究、阐述物质的组成、性质、运动规律和相互作用的学科。它所描述的基本概念、基本规律和研究方法，已被广泛应用到其他各类学科领域中，是自然科学中最基本、最重要的基础学科之一。

新时代大学生的培养对大学物理课程教学提出了新的要求，教师在传授物理理论知识的同时，应特别注重向学生传授有关物理学的研究方法和思维方式及物理学的应用，为培养社会需要的创新型人才打下坚实的基础。

物理学内容广泛，知识点难度有不同层次。因此，选择一套好的教材，使学生在较短的时间内掌握必要的物理知识并尽可能多地了解物理学在当今社会前沿的一些应用，是尤为重要的。

为适应“高等教育面向21世纪教学内容和课程体系改革计划”的需要，这套教材总结了作者30多年的大学物理教学和实践经验，并吸取了国内外众多优秀教材的优点。教材深入浅出地讲述了物理学基本概念、基本理论，也适时地介绍了物理学在其他学科和技术领域的应用。

全套教材分为《大学物理（上、下册）》和《大学物理学习指导》。

全套教材集吉首大学“基础物理学”优秀教学团队全体成员的共同智慧，由唐世洪教授执笔编写而成；参与本套教材编写工作的教师多年来一直从事大学物理教学，他们在物理教学方面积累的丰富的经验和许多独到的见解已经融入教材。

由于编者水平有限，加之时间仓促，疏漏和不妥之处在所难免，恳请广大读者批评指正。

编 者

2015 年 12 月

目　录

第二篇 热 学

第三篇 机械振动与机械波

第0章　矢　量

本章介绍物理学的研究对象及其研究问题的一般方法，介绍如何学好物理学这门非常重要的基础学科，并对贯穿于物理学中的矢量及其运算做一个总体介绍，为大家学好物理学打下必要的基础。

0.1　绪　论

0.1.1　物理学的研究对象

顾名思义，物理学就是研究、探索世间万“物”之“理”的科学。

大家都知道，我们所处的自然界是由各种各样的运动着的物质所组成的，这些大到日月星辰，小到组成物质的分子、原子及更基本的粒子都是物质。从形态上看，各种气体、液体、固体、光和其他电磁辐射等都是物质。

一切物质都在永不停息地运动着，自然界的一切现象就是物质运动的表现。恩格斯在自然辩证法中对运动和物质做了精辟的描述：“运动是物质存在的形式，是物质的固有属性，它包括宇宙中所发生的一切变化和过程，从简单的位置变动到思维活动，故研究“物”之“理”也就是研究物质运动之理。由于运动的多样性，所以在研究物质运动的过程中，就演化成了研究各种各样的自然学科的分科，如物理、化学、生物、数学等，这些学科就是按照不同的运动形态来区分的。

物理学研究物质运动的最基本、最普遍的形态，它包括机械运动、分子热运动、电磁运动、原子及其内部的运动等。它在自然科学中占有很重要的地位，成为其他自然科学和工程科学的基础。

通过学习物理学，一方面可以掌握一些物质运动的基本规律和科学的研究方法，提高科学素养，形成科学的世界观；另一方面物理学是其他自然科学和技术的基础。现在世界上公认的高新技术无一不与物理学密切相关，如当今世界公认的六大高新技术（信息技术、新材料技术、新能源技术、生物技术、空间技术、海洋技术）均是以物理学为基础的。物理学全面、系统的研究方法，对其他自然科学和技术也是适用的。

物理学不仅是现代科学技术的基础，也是现代文明的基础。物理学的发展和进步带来了世界范围内的三次工业革命，对生产力的发展起到了巨大的推动作用。

几乎所有的高新技术领域(如电子、原子能、激光、信息技术等)的创立,事前都经过了物理学的长期酝酿,在理论上和实验中积累了大量知识后才迸发出来的。如果没有1909年卢瑟福的 α 粒子散射实验,就不可能有40年后核能的利用;如果没有1917年爱因斯坦的受激辐射理论,也就不可能有1960年第一台激光器的诞生。当今对科学、技术,乃至社会生活各个方面都产生了巨大冲击的高新技术,莫过于信息技术,它引发了第三次产业革命(信息革命)。在整个信息技术的产生和发展过程中,其硬件部分都是以物理学原理为基础的。19世纪20年代,在量子力学基础上建立起来的固体能带理论成功地解释了固体的导电特性,即为什么有的固体导电,有的固体不导电,并预言存在一类导电性质介于导体和绝缘体之间的称为半导体的物质。遵循这一思路,人们发现了半导体,并于1947年发明了晶体管,这标志着信息时代的开始。1962年发明了集成电路。20世纪70年代后期,发明了大规模集成电路,而后迎来了信息技术突飞猛进的发展。

可以看到,物理学思想和物理学原理正转化为巨大的生产力。正是一代又一代的物理学工作者执著的追求和长期不懈的努力,为现代科技的辉煌奠定了基础。物理学带动了原子能、电子、激光、计算机等一个又一个崭新产业的发展,其影响遍及生产、科研、国防、医疗卫生乃至家庭生活,大大改变了当代社会的结构及人们的生活方式。如果没有物理学作为基础,高新技术就会成为无源之水、无本之木,工程技术方面也同样难有高水平的创新。

0.1.2 物理学的研究方法

简单地说,物理学的研究程序是

①观察、实验 → ②抽象、假说 → ③理论

在这几步中,最关键的是第二步,这一步搞得好,是成功的前提,如果搞错了,可以使本来很简单的问题变得很复杂,甚至不可解。

例如,当我们的研究对象的线度相比运动范围来说可以忽略不计,或研究对象做平动时,可以把物体抽象为只有质量而无大小的几何点,即质点,通过对质点的研究得到了 $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$ 的规律。但当把 $\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$ 用于转动物体上,研究物体的转动快慢时,就会发现原有的质点模型、理论都不行了,必须对它做必要的修正。例如,在研究炮弹的自转速度与阻力的关系时,如果还把炮弹视为质点,显然是达不到目的的,如果不看为质点而看为实物,我们知道,物体受力要发生形变,而阻力的大小又与物体的形状有关,这样形状变 $\rightleftharpoons$ 阻力变,反复循环,就使问题变得非常复杂,以致不可知。但是通过观察和实验发现,诸如炮弹这类坚硬的钢铁物质,在受力不是太大时,形变是及其微小的,小到可以忽略不计,于是人们又抽象出另一种理想模型——刚体,通过对刚体的研究,人们得出了刚体力学。同理,研究弹簧形变与外

力的关系时，刚体、质点等概念都不适用，于是人们又提出了弹性体概念，通过对弹性体的研究，得出了弹性体力学。就平动范围来说，$\boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$ 也并非在任何情况下都成立，当物体的运动速度 v 与光速 c 相差不大时，此式就不再成立，而取而代之的是相对论力学。当研究对象的动量矩接近 $h=6.626\times10^{-34}$ J·s时，适用于这些对象运动规律的是量子力学。

上述规律可以概括为如图 0-1 所示。

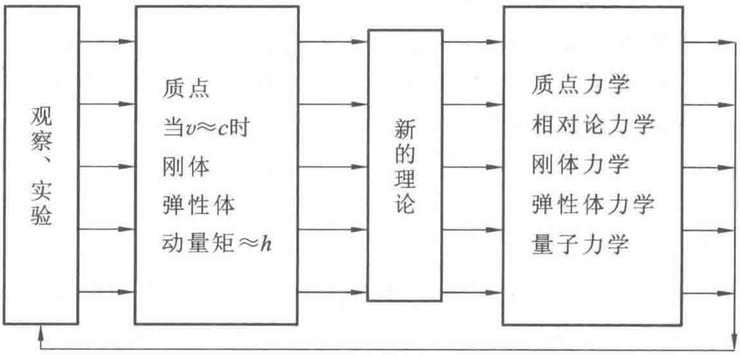

图 0-1　物理学的研究程序

当然上面只是物理学研究中的一般程序，在具体针对某个问题进行研究时，还必须借助切实可行的研究方法，这样才能起到事半功倍的效果。德国物理学家亥姆霍兹曾说过这样一段话，“我欣然把自己比作山中的漫游者，不谙山路，缓慢吃力地攀登，不时要止步回头，因为前面已经是绝境。突然，或许念头一闪，或是由于幸运，发现一条通往前面的蹊径。最后登上山顶时，羞愧地发现，如果当初具有找到正确道路的智慧，本有一条阳关大道可以直通顶峰。”这段话，对我们掌握好的方法学好物理有很大的启迪作用。虽然人们常说“书山有路勤为径”，但要捷足先登，不能只凭气力，必须同时具有善于选择正确途径的智慧，即科学方法论的指导。掌握科学的方法，寻求正确的途径，是取得成功的前提。因此，我们在学习自然科学知识的同时，应该自觉地学习和掌握科学的研究方法。这些方法虽然给人们的不是现成的知识，但它是挖掘和打开知识宝库的工具和钥匙。所谓方法，就是为了解决某一问题，从实践和理论上所采取的手段或操作的总和。实践证明，重大科学理论的突破与产生，往往都伴随科学方法的诞生。一部物理学发展史，也就是一部物理学方法论发展史。纵观物理学生机勃勃、曲折复杂的历程，许多物理学家（如伽利略、牛顿、爱因斯坦等）在崎岖的科学道路上，获取了一个又一个的新发现，同时也创造了一整套引人瞩目的物理学研究方法。

物理学方法大体上可分为两类：一类是常规方法，它具有一定的程式和规则，如观察、实验、类比、假说、归纳与演绎、分析与综合、各种数学方法等；另一类是非

常规方法，如直觉、灵感、顿悟等，它的产生带有偶然性，它的进展带有“变幻莫测”的色彩，其思维特征与艺术有些相似，常夹带着戏剧性事件。顿悟是经验和思考的升华，机遇偏爱有心人，平时思想上有准备，就比较容易抓住稍纵即逝的机遇，所以科学上的重大发现不会是纯粹的侥幸。

由于物理学研究的是关于物质的基本性质和基本规律，因此，它的研究方法应用广泛，具有一般科学方法论的价值。尽管自然科学中的各门学科都有各自的研究对象，但是自然本身是一个整体，各门学科之间没有也不应该出现鸿沟，所以只要物理学对自然界提供了规律性的认识，那么其哲学观点及方法论的思想就往往超出物理学本身的范围，对其他学科的发展也产生影响。例如，物理学方法向其他自然科学或技术科学的转化移植，形成了一些新的边缘学科，如天体物理学、物理化学、量子化学、生物物理学等。

0.1.3　怎样学好物理学

大学物理是理工科学生的主要基础课程之一，对于学生掌握科学知识和科学研究方法，提高科学素养和创新能力，形成辩证唯物主义世界观，具有其他课程无法取代的优势。对于担负未来知识创新重任的大学生来说，无疑应该学好物理学。怎样学好物理学？从物理学的特点出发，应该抓住以下要点。

1. 注重实验

首先，物理学是一门实验科学。在科学发展史上，人们表现出了观察和思辨的才能。古希腊的亚里士多德是一位学识渊博的学者，他强调在观察的基础上，建立逻辑体系，但他忽视了实验，否则他不会得出较重物体下落较快的错误结论。

实验是根据研究目的，利用科学仪器，人为控制和模拟自然现象，排除干扰，突出主要因素，在典型环境或特定的条件下研究自然规律。科学史表明，物理学的许多理论是以实验为基础的。近代和现代物理学上的一些重大突破，也是通过科学实验这个环节获得的。例如，法拉第通过实验发现电磁感应定律，居里夫妇通过实验发现了放射性元素——镭，卢瑟福通过实验发现了原子的“太阳系”结构等。不难看出，随着科学的发展，科学实验已成为科学技术进步的直接推动力量。

从前述物理学研究程序，大家已经看到，实验也是检验理论正确与否的唯一标准。许多物理学理论是通过提出命题、推测结果、提出假说、实验检验的过程建立的。只有通过实验检验的假说才会成为物理学理论。例如，赫兹证明了电磁波的存在之后，麦克斯韦关于电磁场和电磁波的假说才上升为理论；美国物理学家戴维孙和革末所做的电子衍射实验，证明了德布罗意的波粒二象性假设的正确性；只有在美籍华人吴健雄用实验证明弱相互作用下的宇称不守恒后，杨振宁、李政道才登上诺贝尔奖的领奖台。从这个意义上来说，理论物理学家是伟大的，实验物理学家同样是伟大的。所以，我们不仅要学习物理学理论，更要培养自己的动手能力。由于

自然界发生的一切物理过程都是非常复杂的，各种现象交织在一起，而且受周围环境的影响，所以，我们要努力掌握实验技能，将纷繁不定的自然过程加以简化、纯化，以至定向强化，突出主要因素，排除次要因素，使之成为人们可以控制的物理实验。

2. 打好数学基础

要学好物理，一定的数学基础是很必要的。因为，物理学对物体运动的描述不能只满足于定性地说明现象。为了尽可能准确地从数量关系上掌握物理规律，数学就成为物理学不可缺少的工具。在相当长的一段历史时期内，数学和物理学几乎是不可分割地联系在一起的。始于古希腊的欧几里得的几何学，既是数学的一个分支，又是物质世界距离与形状的描述，是物理学的一部分。牛顿的《自然哲学的数学原理》总结了前人的研究成果，其中不仅用到了欧几里得的几何学，而且也用他自己所发明的微积分对力学规律进行了表述和推算，使力学成为具有简明数学形式的统一理论体系。1854年，麦克斯韦阅读了法拉第的《电学的实验研究》，发现法拉第的“力线”思想和“场”的模型具有非凡的价值，但他也看到了法拉第只是定性地表述这些新思想的弱点，于是他抱着给法拉第的新观念“提供数学基础”的愿望，开始了他的研究工作。麦克斯韦把电磁现象与流体力学现象进行类比，引入了位移电流和涡旋电场，通过严密的数学推导，用一组偏微分方程全面、系统、完整地表达了电磁运动的基本规律，建立了电磁场理论。

数学为物理学的研究提供精确的形式化语言和表述工具。在物理学研究中，数学成了量化物理变量、定义物理概念、表述物理过程的主要工具。例如，用位移对时间的求导表示瞬时速度，力对空间的积分表示变力所做的功，既简洁方便，又严谨明了，而使用普通语言进行表达是无法实现这一目标的。

物理问题的定量分析往往凭借数学手段。实验结果上升为理论主要依赖于数学概括。因此，数学为物理学提供了量化研究的工具。同时，用数学方法研究物理问题本身需要经历一个抽象思维的过程，有时甚至需要建立数学模型，这就培养了物理学工作者的抽象思维能力。在物理学中还大量地运用数学方法进行逻辑推理，以保证所得结论正确。

物理理论与数学方法的紧密结合，使人类对物理学的研究如虎添翼，所以，我们在学习物理学原理的同时，应该学会运用数学方法。

3. 从零做起，勤思苦练

从表面上来看，大学物理概念及知识点似乎与中学物理相重复，但要看到其处理方法、深度及广度有很大差别，大家只要简单地回顾一下初、高中物理的差别就不难发现，高中物理并不是初中物理的简单重复。例如，初中对运动学的研究，重点放在“匀”字上，高中则将重点放在“匀变”上，并对轨迹有了扩充，研究了如抛体运动、匀速圆周运动等。在大学物理中还要研究物体的运动，但把重点放在“变”字

之上。也正是强调了“变”字,才使我们对现实世界有了更透彻的理解;也是由于突出了“变”字,在处理问题的方法上就与中学大不相同,其主要差别有以下两个方面。

(1) 引入了矢量的概念,并用矢量把物理量联系在一起,使物理量、物理规律得到更一般、更简洁的表述,并将矢量贯穿于全书。

(2) 引入了微积分的概念,使得“变”体现得更充分,大家学了微积分,但是要把它灵活地用来求解物理问题,还需要一定时间的过渡训练。所以要想学好物理,要从思想上高度重视,要从零做起。

4. 要特别注意物理思想和方法的学习

所谓物理思想和方法,主要是指物理学中用以解决问题的原则和手段。例如,前面提及的观察、实验、假说都可以看成是解决问题的方法,它们不仅对处理物理学本身的问题是必要的,而且对处理相关学科的问题也是具有指导意义的。

5. 注意能力的培养

在当今信息爆炸的时代,要与时俱进,就得时刻学习,要不然就会被时代所抛弃。时刻学习不可能都在课堂上进行,也不可能全在教师的指导下进行,这就要求自主学习,增强自学能力,运用物理学理论、观点和方法,增强分析问题和解决问题的能力,增强创新的能力。

6. 把握宏观体系和微观体系的联系与区别

大学物理所涉及的内容相当广泛,宏观与微观都是它的研究对象,两者既有联系又有区别。因此,我们既要注意从微观体系到宏观体系的过渡及其条件,又要注意不要乱拿宏观的规律去硬套微观的问题。对于微观体系,我们不能强求直观描述,而应着重于抽象思维。

0.2 矢量及其运算

0.2.1 标量与矢量

在物理学中有些物理量,只要用大小就可以表述清楚,而有些物理量除用大小表述外还要加上方向才能将其完全描述,这些量我们分别称为标量和矢量。

1. 标量和矢量的表示

标量:只有大小和正负,没有方向的物理量称为标量。如温度、质量、功、时间、能量等都是标量。

矢量:既有大小又有方向,且相加、减时遵从平行四边形法则的量称为矢量,记为 $\boldsymbol{A}$。如位移 $\Delta\boldsymbol{r}$、速度 $\boldsymbol{v}$、力 $\boldsymbol{F}$、动量 $\boldsymbol{p}$ 等都是矢量。

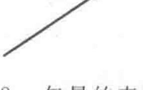

图 0-2 矢量的表示法

图 0-2 就是矢量的表示法。

2. 矢量的模与单位矢量

矢量的大小称为矢量的模,用 $|\boldsymbol{A}|$ 或 A 表示。

如果矢量 $\boldsymbol{A}_0$ 的模等于1,且方向与 $\boldsymbol{A}$ 相同,则称 $\boldsymbol{A}_0$ 为 $\boldsymbol{A}$ 的单位矢量,此时 $\boldsymbol{A}$ 可以记为

$$\boldsymbol{A} = A\boldsymbol{A}_0 \tag{0-1}$$

在直角坐标系中,分别用 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 表示沿 x、y、z 三个坐标轴的单位矢量。

3. 矢量间的关系

相等:$\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 相等,只有两者模相等,方向相同,才能说这两个矢量相等。

相反:矢量 $\boldsymbol{A}$ 的反矢量为 $-\boldsymbol{A}$,它们的方向相反。

4. 矢量与标量的乘积

一矢量与一标量 K 乘积的结果为一新矢量(见图0-3)。记为

$$\boldsymbol{C} = K\boldsymbol{A} \tag{0-2}$$

当 $K>0$ 时,表示新矢量的大小为原矢量的 K 倍,方向相同。

当 $K<0$ 时,表示新矢量的大小为原矢量的 K 倍,方向相反。

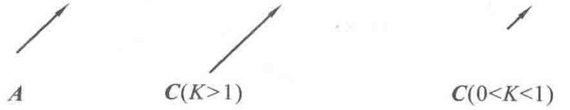

图0-3　矢量与标量乘积

5. 矢量的平移

矢量的平移并不改变矢量本身。

0.2.2 矢量的运算

1. 矢量的加法

矢量的加法服从平行四边形法则,即

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} \tag{0-3}$$

平行四边形法则:将两个矢量 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 平移到使它们的始端重合后,再分别以两个矢量为邻边,作平行四边形,从始端向平行四边形的一对角线作一个有向线段,即为矢量 $\boldsymbol{C}$,如图0-4所示。

三角形法则:将矢量 $\boldsymbol{B}$ 的始端平移到矢量 $\boldsymbol{A}$ 的末端,再从矢量 $\boldsymbol{A}$ 的始端向矢量 $\boldsymbol{B}$ 的末端作一有向线段,即为新矢量 $\boldsymbol{C}$,如图0-5所示。

图0-5的图形由图0-4复制过来,并将右图中的 $\boldsymbol{B}$ 平移至 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{C}$ 的端点之间,并去掉 $\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{B}$ 间的虚线段。

图 0-4　矢量相加的平行四边形法则

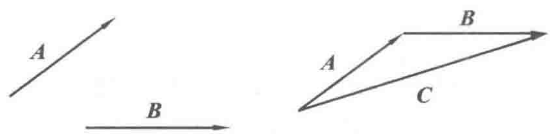

图 0-5　矢量相加的三角形法则

矢量相加的多边形法则:将所有矢量依次头尾相接,然后从第一个矢量的始端向最末一个矢量的末端作一有向线段,即为这些矢量合成的结果,如图 0-6 所示。

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C}+\boldsymbol{D}$$

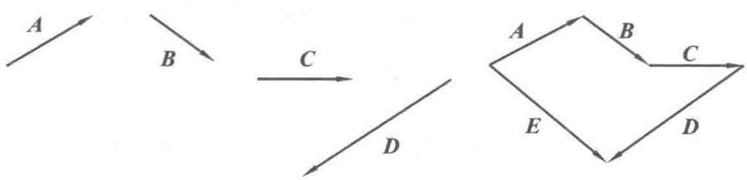

图 0-6　矢量合成的多边形法则

2. 矢量的减法

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}+(-\boldsymbol{B})=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}'$$

矢量的减法,等价于将两矢量平移到末端重合,再由被减矢量 $\boldsymbol{A}$ 的始端向减矢量 $\boldsymbol{B}$ 的始端作一有向线段即得 $\boldsymbol{C}$,如图 0-7 所示。

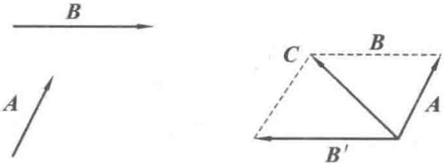

图 0-7　矢量的减法

0.2.3　矢量的标积与矢积

1. 标积

标积就是两个矢量相乘后为一标量的运算,标积又称为数积或点积(见

图 0-8)。

例如,物理学中的功就是这样,功是标量,而力、位移均是矢量,但它们的乘积却是标量。

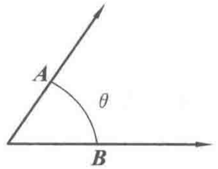

图 0-8　矢量的数积

$\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的标积记为 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$,其结果定义为

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\cos\theta \tag{0-4}$$

式中:θ 是 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 两矢量的夹角。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}&=|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\cos\theta\\&=|\boldsymbol{A}|\times(\boldsymbol{B}\text{ 在 }\boldsymbol{A}\text{ 上的投影})\\&=|\boldsymbol{B}|\times(\boldsymbol{A}\text{ 在 }\boldsymbol{B}\text{ 上的投影})\end{aligned}$$

可见,投影的结果是标量,可正、可负。

$$\text{当 }\theta\begin{cases}<\pi/2\\=\pi/2\\>\pi/2\end{cases}\text{时,则有}\qquad\begin{cases}\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}>0\\\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=0\\\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}<0\end{cases}$$

如图 0-9 ~ 图 0-11 所示。

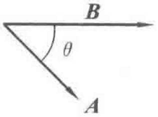

图 0-9　$\theta<\pi/2$

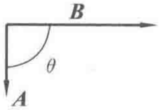

图 0-10　$\theta=\pi/2$

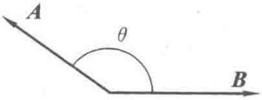

图 0-11　$\theta>\pi/2$

由定义可知

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A} \tag{0-5}$$

若 $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}$,则

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=|\boldsymbol{A}|^2=|\boldsymbol{B}|^2 \tag{0-6}$$

2. 矢积

两个矢量乘积的结果仍为一矢量的方法称为矢积,矢积又称为叉积、乘积。

例如,物理学中的力矩、动量矩等就是这样。

矢量 $\boldsymbol{A}$ 与矢量 $\boldsymbol{B}$ 的矢积记为

$$\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B} \tag{0-7}$$

$\boldsymbol{C}$ 的大小为

$$|\boldsymbol{C}|=|\boldsymbol{A}||\boldsymbol{B}|\sin\theta \tag{0-8}$$

式中:θ 为 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的夹角。

$\boldsymbol{C}$ 的方向:垂直于 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 组成的平面,且满足右手螺旋法则,即让四指与拇指垂直(掌面垂直于 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 组成的平面),且四指指向 $\boldsymbol{A}$ 的方向,然后,四指沿小于 180° 的角 θ 转向 $\boldsymbol{B}$ 的方向,则大拇指所指的方向即为 $\boldsymbol{C}$ 的方向。

如图 0-12 所示,$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}$ 的结果向上,$\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A}$ 的结果向下。

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{B}=-\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{A} \tag{0-9}$$

$$\boldsymbol{A}\times\boldsymbol{A}=\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}\times(-\boldsymbol{A})=\boldsymbol{B}\times(-\boldsymbol{B})=\boldsymbol{0} \tag{0-10}$$

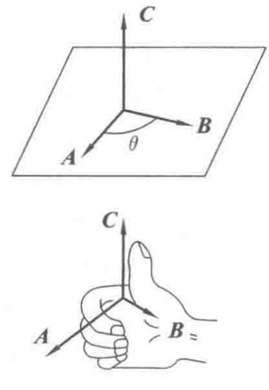

图 0-12　右手螺旋法则

0.2.4　矢量的坐标表示与运算

借助于矢量,可以把物理公式表示为简洁的形式,但在运算(如微分、积分)时,用矢量本身做运算就显得很复杂,甚至是不可能的(这个问题在电磁学中显得尤为清楚),为了使矢量运算能得以简化,我们在对矢量做具体运算时,一般都采用矢量的分量形式。

1. 矢量的分量表示法

同一个矢量在不同的坐标系下有不同的分解,即有不同的分量。一般常用的坐标系有球坐标系、直角坐标系、曲线坐标系、柱坐标系等。这里只介绍直角坐标系的分解法。

一个矢量分解为几个分量时,有无穷多种分解方法,但是,当坐标系一旦给定后,其分解方法就是唯一的了。

设 $\boldsymbol{A}$ 在各坐标轴上的分量分别为 $\boldsymbol{A}_1$、$\boldsymbol{A}_2$、$\boldsymbol{A}_3$,则

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{A}_3 \tag{0-11}$$

令 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$、$\boldsymbol{k}$ 分别代表沿 x、y、z 轴上的单位矢量,而 A_x、A_y、A_z 分别代表矢量 $\boldsymbol{A}$ 在各对应坐标轴上的投影长度,即

$$\boldsymbol{A}_1=A_x\boldsymbol{i},\quad \boldsymbol{A}_2=A_y\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{A}_3=A_z\boldsymbol{k} \tag{0-12}$$

故

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_1+\boldsymbol{A}_2+\boldsymbol{A}_3=A_x\boldsymbol{i}+A_y\boldsymbol{j}+A_z\boldsymbol{k} \tag{0-13}$$

$\boldsymbol{A}$ 的大小为

$$A=\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2} \tag{0-14}$$

$\boldsymbol{A}$ 的方向为

$$\begin{cases}\cos\alpha=A_x/A\\ \cos\beta=A_y/A\\ \cos\gamma=A_z/A\end{cases} \tag{0-15}$$

利用分量式,可以将矢量运算简化,如图 0-13 所示。

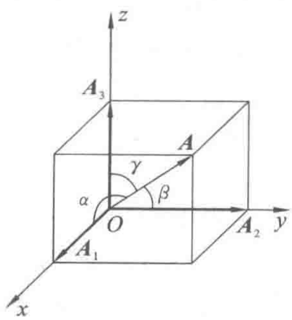

图 0-13　矢量的坐标表示

2. 矢量的坐标运算

不难证明,矢量加、减、乘的坐标分量运算关系为

$$\boldsymbol{A} \pm \boldsymbol{B} = (A_x \pm B_x)\boldsymbol{i} + (A_y \pm B_y)\boldsymbol{j} + (A_z \pm B_z)\boldsymbol{k} \tag{0-16}$$

利用 $\boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{j} = \boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{k} = \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{j} = \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{i} = \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{k} = 0$ 及 $\boldsymbol{i} \cdot \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j} \cdot \boldsymbol{j} = \boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{k} = 1$，易得

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \tag{0-17}$$

利用 $\boldsymbol{i} \times \boldsymbol{j} = \boldsymbol{k}, \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{k} = \boldsymbol{i}, \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j}, \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{i} = -\boldsymbol{k}, \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{j} = -\boldsymbol{i}, \boldsymbol{i} \times \boldsymbol{k} = -\boldsymbol{j}$ 及 $\boldsymbol{i} \times \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j} \times \boldsymbol{j} = \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{k} = \boldsymbol{0}$，可得

$$\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\boldsymbol{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\boldsymbol{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\boldsymbol{k} \tag{0-18}$$

0.2.5 矢量的微商

利用复合函数求导数和常矢量的导数为零，不难证明：

矢量 $\boldsymbol{A}$ 对参量 t 的导数坐标表达式为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}A_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}A_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} + \frac{\mathrm{d}A_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{0-19}$$

两矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的数积对参量 t 的导数表达式为

$$\frac{\mathrm{d}(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t} \cdot \boldsymbol{B} + \boldsymbol{A} \cdot \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}t} \tag{0-20}$$

两矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的矢量积对参量 t 的导数表达式为

$$\frac{\mathrm{d}(\boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B})}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{A}}{\mathrm{d}t} \times \boldsymbol{B} + \boldsymbol{A} \times \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{B}}{\mathrm{d}t} \tag{0-21}$$

0.2.6 矢量的积分

由式(0-15)、式(0-16)、式(0-17)易得用坐标分量表达的矢量积分。

矢量 $\boldsymbol{A}$ 对参量 t 的积分坐标分量表达式为

$$\int \boldsymbol{A}\mathrm{d}t = \int A_x \mathrm{d}t\,\boldsymbol{i} + \int A_y \mathrm{d}t\,\boldsymbol{j} + \int A_z \mathrm{d}t\,\boldsymbol{k} \tag{0-22}$$

两矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的加减对参量 t 的积分坐标分量表达式为

$$\int (\boldsymbol{A} \pm \boldsymbol{B})\mathrm{d}t = \int (A_x \pm B_x)\mathrm{d}t\,\boldsymbol{i} + \int (A_y \pm B_y)\mathrm{d}t\,\boldsymbol{j} + \int (A_z \pm B_z)\mathrm{d}t\,\boldsymbol{k} \tag{0-23}$$

两矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的数积对参量 t 的积分坐标分量表达式为

$$\int \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B}\mathrm{d}t = \int A_x B_x \mathrm{d}t + \int A_y B_y \mathrm{d}t + \int A_z B_z \mathrm{d}t \tag{0-24}$$

两矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 的矢量积对参量 t 的积分坐标分量表达式为

$$\int \boldsymbol{A} \times \boldsymbol{B}\mathrm{d}t = \int (A_y B_z - A_z B_y)\mathrm{d}t\,\boldsymbol{i} + \int (A_z B_x - A_x B_z)\mathrm{d}t\,\boldsymbol{j} + \int (A_x B_y - A_y B_x)\mathrm{d}t\,\boldsymbol{k}$$