

中国科学院考研指定参考书

中国科学技术大学数学教学丛书

# 数理统计

(第二版)

韦来生 编著



科学出版社

中国科学技术大学数学教学丛书

# 数理统计

(第二版)

韦来生 编著

科学出版社

北京

## 内 容 简 介

本书是数理统计学专业的基础课教材. 内容包括绪论、抽样分布及若干预备知识、点估计、区间估计、参数假设检验、非参数假设检验、Bayes 方法和统计决策理论等 7 章, 各章都配备了习题.

本书可作为综合性大学、理工科院校和师范院校概率论与数理统计(简称概统)专业本科生的“数理统计”课的教材或参考书. 适当删除书中标“\*”的章节, 可作为上述相关院校数学系非概率统计专业本科生的“数理统计”教材或参考书. 具备微积分、矩阵代数及概率论基本知识的读者皆可使用本书. 本书也可作为相关院校研究生、青年教师以及从事统计工作的工程技术人员参考书.

### 图书在版编目(CIP)数据

数理统计/韦来生编著. —2 版. —北京: 科学出版社, 2015.12

(中国科学技术大学数学教学丛书)

ISBN 978-7-03-046573-3

I. ①数… II. ①韦… III. ①数理统计-高等学校-教材 IV. ①O212

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015) 第 288627 号

责任编辑: 姚莉丽 / 责任校对: 邹慧卿

责任印制: 霍 兵 / 封面设计: 陈 敬

**科学出版社** 出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

**大厂书文印刷有限公司** 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

\*

2008 年 7 月 第 一 版 开本: 720×1000 1/16

2015 年 12 月 第 二 版 印张: 23

2015 年 12 月第八次印刷 字数: 463 000

定价: 46.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换)

# 《中国科学技术大学数学教学丛书》编委会

主 编 程 艺

顾 问 (按汉语拼音排序)

陈希孺 方兆本 冯克勤 龚 昇 李翊神

石钟慈 史济怀

编 委 陈发来 陈 卿 陈祖墀 侯定丕 胡 森

蒋继发 李尚志 林 鹏 刘儒勋 刘太顺

缪柏其 苏 淳 吴耀华 徐俊明 叶向东

章 璞 赵林城

## 第二版前言

《数理统计》第一版出版至今已有 7 年, 根据作者在中国科学技术大学教学实践中的体会和学生提出的问题与建议, 并借鉴国内外同类教材一些成功的经验, 这次再版对第一版的部分内容进行了增补、删减和修改, 以便更好地适应数理统计教学的需要.

第二版与第一版相比主要有如下变化:

首先, 增加了一小部分重要内容. 例如, 在 2.5 节增加了引理 2.5.1, 它在区间估计和假设检验的大样本问题中发挥了重要的作用. 在第 3 章末增加了 3.6 节“概率密度函数及其导数的核估计”, 作为点估计的非参数方法提供给读者阅读、了解. 第二版中还将 5.3 节和 5.5 节进行了对调. 在介绍了似然比检验后, 再讲解“N-P 引理”学生可能更容易接受.

其次, 第二版删减了一小部分可放入研究生阶段学习的内容. 例如, 在 3.5 节中删去“C-R 不等式等号成立的条件”这个小节的主要内容, 只保留了对主要结论的简介. 在 3.5 节中还删去了“渐近效率”的定义及例子. 在第 5 章末删去了 5.6 节“序贯概率比检验”的全部内容. 在 6.2 节和 6.3 节删去了有关“置换检验”的内容.

第二版对一些重要的例子作了补充和修改, 使得结果更完善. 例如, 在例 3.3.5、例 3.4.8 和例 3.4.10 等例题中, 对解题方法作了修改和补充, 使得解题方法多样化、更合理. 在 4.2 节的一些求置信区间的例子中增加了求置信上、下限的内容; 在 6.2 节符号检验与符号秩和检验的例子中增加了如何利用检验的  $p$  值对检验问题作出结论的内容.

第二版对各章习题作了适当的增补和删减, 对部分习题的先后次序作了调整, 使用起来更方便.

这里仍需说明的是: 凡是标“\*”号的章节(包括小节)可作为老师选讲的内容或供给读者阅读的材料. 凡是标“\*”的习题表示有相当难度, 可供学生选做. 即为可做也可不做的习题.

非统计专业的学生使用本教材, 第 7 章的内容可以不讲, 可用“线性回归模型”的内容代替. 作者在给中国科学技术大学数学类本科生讲授本课程时采用过这种方式, 效果不错. 有关“线性回归模型”一章的内容可从作者个人主页 <http://staff.ustc.edu.cn/~lwei/books.htm> 下载.

在第二版准备过程中, 科学出版社为本书第二版的出版给予了大力支持, 在此试读结束: 需要全本请在线购买: [www.ertongbook.com](http://www.ertongbook.com).

表示真诚的感谢.

由于本人水平有限, 本书一定会有不少缺点和疏漏, 恳请同行专家及广大读者批评指正.

韦来生

2015年8月于合肥

## 第一版前言

作者在 20 世纪 80 年代初给中国科学技术大学数学系 81 级数理统计专业讲授“数理统计”课, 当时没有合适的教材, 就自编了讲稿, 学生记笔记. 在给数学系 83 级、84 级讲授“数理统计”课时对讲稿进行了充实和完善, 并编印了一本习题集. 1988 年, 陈希孺院士等编写出版了《数理统计学教程》(以下简称《教程》). 1990 年后, 《教程》作为中国科学技术大学概率论与数理统计专业“数理统计”课的教材. 《教程》的特点是统计理论严谨, 对统计思想和统计问题的背景等阐述清楚了. 作者在教学实践中充分发扬了《教程》的特色, 结合过去的讲稿对教学内容作了适当的增补和调整, 教学效果良好. 本书稿就是在这一基础上完成的.

全书共分 7 章. 前 2 章是预备知识, 分别介绍数理统计的若干基本概念和抽样分布. 特别要强调的是, 第 2 章抽样分布是后面几章的基础. 后 5 章介绍数理统计的方法和理论, 其中第 3 章和第 4 章分别介绍点估计和区间估计; 第 5 章和第 6 章介绍参数假设检验和非参数假设检验; 最后一章, 即第 7 章介绍 Bayes 方法和统计决策理论, 这是近半个多世纪迅速发展起来的数理统计的一个重要分支. 在第 3 章参数估计和第 5 章参数假设检验问题中, 对有关统计推断方法的最优性理论作了较系统的介绍. 在每一章的介绍中注重对问题的背景和统计思想、方法的阐述, 并附有大量例题和习题.

这本教材的主要内容在中国科学技术大学概率论与数理统计专业讲授过多次, 大约可在 72 小时内讲授全书各章的主要内容. 适当删除书中标“\*”的章、节、段的内容后, 仍成系统, 可组成 54 学时左右的课程. 因此, 本书可作为概率论与数理统计专业基础课的教材, 也可作为数学系非概率论与数理统计专业本科生的“数理统计”课教材.

本书编写过程中主要参考了陈希孺院士等编写的《数理统计学教程》, 同时还参考了华东师范大学、北京大学等兄弟院校的数理统计教材, 在此表示衷心的感谢.

中国科学技术大学赵林城教授仔细地审阅了书稿, 提出了一些非常宝贵的修改意见. 作者在修改时充分考虑了他的意见, 在此向他表示深深的谢意.

中国科学技术大学统计与金融系 04 级统计班的几位同学在班长冯文宁同学的组织下, 帮助完成书稿 1-6 章的中文 Tex 的打字和编译, 对他们的辛勤工作表示真诚的感谢. 作者的同事张伟平博士帮助完成全书的制图和一些章节的排版工作, 并对书稿的修改提出了一些有益的建议, 在此表示诚挚的感谢. 科学出版社为本书的出版给予了大力支持, 在此一并致谢.

由于作者水平有限, 本书一定会有不少缺点和疏漏, 恳请国内同行及广大读者批评指正.

作者

2008年2月于中国科学技术大学



## 常用符号及缩写

$\mathcal{X}$	样本空间
$\Theta$	参数空间
$N(a, \sigma^2)$	均值为 $a$ , 方差为 $\sigma^2$ 的正态 (normal) 分布
$\Phi(\cdot)$	标准正态分布函数
$b(1, p)$	成功概率为 $p$ 的两点分布 (也称 Bernoulli 分布)
$b(n, p)$	参数为 $n, p$ 的二项 (binomial) 分布
$M(N, p_1, \dots, p_r)$	参数为 $N, p_1, \dots, p_r$ 的多项 (multinomial) 分布
$P(\lambda)$	参数为 $\lambda$ 的泊松 (Poisson) 分布
$U(a, b)$	区间 $[a, b]$ 上的均匀 (uniform) 分布
$Be(a, b)$	参数为 $a, b$ 的贝塔 (Beta) 分布
$\Gamma(\gamma, \lambda)$	形状参数为 $\gamma$ , 刻度参数为 $\lambda$ 的伽马 (Gamma) 分布
$\Gamma^{-1}(\alpha, \beta)$	参数为 $\alpha, \beta$ 的逆伽马 (Inverse Gamma) 分布
$Exp(\lambda)$	参数为 $\lambda$ 的指数 (exponential) 分布
$C(\mu, \lambda)$	位置参数为 $\mu$ , 刻度参数为 $\lambda$ 的 Cauchy 分布
$u_\alpha$	标准正态分布的上侧 $\alpha$ 分位数
$\chi_n^2, \chi_n^2(\alpha)$	自由度为 $n$ 的卡方 (Chi-square) 分布及其上侧 $\alpha$ 分位数
$t_n, t_n(\alpha)$	自由度为 $n$ 的 $t$ 分布及其上侧 $\alpha$ 分位数
$F_{m,n}, F_{m,n}(\alpha)$	自由度分别为 $m, n$ 的 $F$ 分布及其上侧 $\alpha$ 分位数
$R_n$	$n$ 维欧几里得空间
$\mathbf{X}$	由若干个随机变量作为分量构成的随机向量
$\mathbf{x}$	随机向量 $\mathbf{X}$ 的观测值
$E(Y), D(Y)$	随机变量 $Y$ 的均值和方差
r.v.	随机变量
i.i.d.	相互独立相同分布
$f(x, \theta)$	r.v. $X$ 的概率函数, 连续型 r.v. 为密度函数, 离散型 r.v. 为概率分布
$I_A(x), I_A$	示性函数, 表示当 $x \in A$ (或 $A$ 发生) 函数值为 1, 否则为 0
MLE	极大似然估计
UMVUE	一致最小方差无偏估计
UMPT	一致最优 (功效) 检验

# 目 录

第二版前言

第一版前言

常用符号及缩写

第 1 章 绪论 .....	1
1.1 什么是数理统计学 .....	1
1.2 数理统计的若干基本概念 .....	8
1.3 统计量 .....	17
习题 1 .....	22
第 2 章 抽样分布及若干预备知识 .....	24
2.1 引言 .....	24
2.2 正态总体样本均值和样本方差的分布 .....	24
2.3 次序统计量的分布 .....	28
2.4 $\chi^2$ 分布, $t$ 分布和 $F$ 分布 .....	32
2.5 统计量的极限分布 .....	43
*2.6 指数族 .....	45
2.7 充分统计量 .....	50
*2.8 完全统计量 .....	58
习题 2 .....	64
第 3 章 点估计 .....	70
3.1 引言 .....	70
3.2 矩估计 .....	75
3.3 极大似然估计 .....	84
*3.4 一致最小方差无偏估计 .....	96
3.5 Cramer-Rao 不等式 .....	108
*3.6 概率密度函数的核估计 .....	116
习题 3 .....	121
第 4 章 区间估计 .....	127
4.1 区间估计的基本概念 .....	127
4.2 枢轴变量法 —— 正态总体参数的置信区间 .....	131

4.3	枢轴变量法——非正态总体参数的置信区间	141
*4.4	Fisher 的信仰推断法	148
*4.5	容忍区间与容忍限	154
	习题 4	162
<b>第 5 章</b>	<b>参数假设检验</b>	167
5.1	假设检验的若干基本概念	167
5.2	正态总体参数的假设检验	174
5.3	似然比检验	193
*5.4	一致最优检验与无偏检验	202
5.5	假设检验与区间估计	217
	习题 5	225
<b>第 6 章</b>	<b>非参数假设检验</b>	232
6.1	引言	232
6.2	符号检验及符号秩和检验	233
6.3	Wilcoxon 两样本秩和检验	241
6.4	拟合优度检验	247
6.5	列联表中的独立性和齐一性检验	258
*6.6	其他的非参数检验方法	265
	习题 6	272
<b>*第 7 章</b>	<b>Bayes 方法和统计决策理论</b>	276
7.1	引言和若干基本概念	276
7.2	先验分布的确定	281
7.3	Bayes 统计推断	295
7.4	Bayes 统计决策理论	305
*7.5	Minimax 准则	316
*7.6	同变估计及可容许性	319
	习题 7	324
	<b>参考文献</b>	328
	<b>附录</b>	329
	附表 1 标准正态分布表	329
	附表 2 $t$ 分布表	330
	附表 3 $\chi^2$ 分布表	331
	附表 4 $F$ 分布表	333
	附表 5 泊松分布表	340

附表 6	正态分布容许限 $\bar{X} + \lambda s$ 或 $\bar{X} - \lambda s$ 中系数 $\lambda(n, \beta, \gamma)$ 值表	341
附表 7	正态分布容许区间 $\bar{X} \pm \lambda s$ 中系数 $\lambda(n, \beta, \gamma)$ 值表	342
附表 8	非参数容许限 —— 相应于总体比例 $1 - \beta$ 和置信水平 $1 - \gamma$ 的 样本容量 $n$	343
附表 9	非参数容许区间 —— 相应于总体比例 $1 - \beta$ 和置信水平 $1 - \gamma$ 的样本容量 $n$	343
附表 10	符号检验临界值表	343
附表 11	符号秩和检验临界值表	344
附表 12	秩和检验临界值表	345
附表 13	柯尔莫哥洛夫检验临界值 $D_{n, \alpha}$	346
附表 14	柯尔莫哥洛夫检验统计量 $D_n$ 的极限分布	347
附表 15	$W$ 检验 统计量 $W$ 的系数 $a_i(n)$ 的值	348
附表 16	$W$ 检验 统计量 $W$ 的 $\alpha$ 分位数 $W_\alpha$	350
附表 17	$D$ 检验 统计量 $Y$ 的 $\alpha$ 分位数 $Y_\alpha$	351
索引		352

# 第1章 绪 论

## 1.1 什么是数理统计学

### 1.1.1 数理统计学的任务和性质

自然界的现象大致可以分为两大类,一类称为确定性现象,另一类称为非确定性现象,亦称为随机现象.确定性现象的例子,如物理学中的自由落体运动,可以用数学方程  $s = gt^2/2$  刻画其运动规律.这样的例子还有许多,如物理学中的许多定律、化学中的反应规律和其他学科中的一些现象,它们皆可以用数学中的方程式,如微分方程等来精确描述.随机现象的例子,如在农业试验中,在面积相等且相邻的两块土地上种植同一种小麦,生产条件相同,但在收获时小麦产量不完全一样.又如在工业生产中,进行某化工产品得率的试验,使温度、压力和配方等主要因素控制在相同水平下,获得的两批化工产品得率不能保证完全相同.再如战士打靶试验,同一战士在相同条件下每次打靶命中的环数不尽相同.这些都是随机现象,它们在自然界是大量存在的.数理统计和概率论一样,是研究随机现象的统计规律性的数学学科.为了说明它的研究方法与其他数学学科有什么不同,首先来介绍什么是数理统计学.

统计学的任务是研究怎样有效地收集、整理和分析带有随机性影响的数据,从而对所考虑的问题作出一定结论的方法和理论.它是一门实用性很强的学科,在人类活动的各个领域都有着广泛的应用.统计学的思想和方法是人类文明的一个组成部分.研究统计学方法中理论基础问题的那一部分构成“数理统计学”的内容.一般地,可以认为

数理统计是数学的一个分支,它是研究如何有效地收集和使用带有随机性影响的数据的一门学科.

下面通过例子对此陈述加以说明.

#### 1. 有效地收集数据

收集数据的方法有:全面观察(或普查)、抽样调查和安排试验等方式.

**例 1.1.1** 人口普查和抽样调查.我国在2000年进行了第5次人口普查.如果普查的数据是准确无误的,则无随机性可言,不需用数理统计方法.由于人口普查调查的项目很多,我国有13亿人口,普查工作量极大,且缺乏训练有素的工作人

员,所以虽是全面调查,但数据并不很可靠.例如,农村超计划生育瞒报、漏报人口的情况时有发生.针对普查数据不可靠,国家统计局在人口普查的同时还派出专业人员对全国人口进行抽样调查,根据抽样调查的结果,对人口普查的数字进行适当的修正.抽样调查在普查不可靠时是一种补充办法.如何安排抽样调查,是有效收集数据的一个重要问题,这构成数理统计学的一个重要分支——抽样调查方法.

**例 1.1.2** 考察某地区 10000 户农户的经济状况,从中挑选 100 户作抽样调查.若该地区分成平原和山区两部分,平原较富,占该地区农户的 70%,而占 30% 的山区农户较穷.抽样方案规定在抽取的 100 户中,从平原地区抽 70 户,山区抽 30 户,在各自范围内用随机化方法抽取.

在本例中,有效收集数据是通过合理地设计抽样方案来实现的.在通过试验收集数据的情形中,如何做到有效收集数据,请看下例.

**例 1.1.3** 某化工产品的得率与温度、压力和原料配方有关.为提高得率,通过试验寻找最佳生产条件.试验因素和水平如下:

		水平			
		1	2	3	4
因素	温度	800°C	1000°C	1200°C	1400°C
	压力	10	20	30	40
	配方	A	B	C	D

3 个因素,每个因素 4 个水平共要做  $4^3 = 64$  次试验.做这么多试验,人力、物力、财力都不可能.因此,如何通过尽可能少的试验获得尽可能多的信息?例如,采用正交表安排试验就是一种有效的方法.如何科学安排试验方案和分析试验结果,这构成数理统计的另一分支——试验的设计和分析.在本例中,有效收集数据是通过科学安排试验的方法来实现的.

在有效收集数据中,一个重要问题是数据必须具有随机性.在例 1.1.2 中,随机性体现在抽样的 100 户农户是从 10000 户农户中按一定的方式“随机抽取”的,它具有一定的代表性(山区和平原地区农户按比例抽取).假如只在该地区富裕的那部分农户中挑选,得到的数据就不具有代表性,也谈不上有效.而在例 1.1.3 中,数据的随机性是由试验误差来体现的.化工产品的得率除了受温度、压力和配方影响外还受一些无法控制,甚至仍未被人们认识的因素影响,如每次试验中受试验材料产地的影响、所使用仪器设备精度的影响和操作者水平的影响等.这些因素无法或不便加以完全控制,从而对试验结果产生随机性的影响,这就带来不确定性.

## 2. 有效地使用数据

获取数据后,需要用有效的方法去集中和提取数据中的有关信息,以对所研究

的问题作出一定的结论,这在统计上称为“推断”。

为了有效地使用数据进行统计推断,需要对数据建立一个统计模型(如何建模见例 1.2.6 和例 1.2.7),提出统计推断的方法,并给定某些准则去评判不同统计推断方法的优劣。例如,为估计一个物体的重量  $a$ ,把它在天平上称 5 次获得数据  $x_1, x_2, \dots, x_5$ , 它们都受到随机性因素的影响(天平的精度反映了影响的大小)。估计  $a$  的大小采用下列 3 种不同方法: ① 用 5 个数的算术平均值  $\bar{x} = (x_1 + \dots + x_5)/5$  去估计  $a$ ; ② 将  $x_1, x_2, \dots, x_5$  按大小排列为  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(5)}$ , 取中间一个值  $x_{(3)}$  去估计  $a$ ; ③ 用  $W = (x_{(1)} + x_{(5)})/2$  去估计  $a$ 。可能认为  $\bar{x}$  优于  $x_{(3)}$ , 而  $x_{(3)}$  优于  $W$ 。这是不是对的? 为什么? 在什么条件下才对? 事实上, 对这些问题的研究正是数理统计学的任务。以后可以看到在一定的统计模型和优良性准则下, 上述 3 个估计方法中的任何一个都可能是最优的。

下面举例说明, 针对不同问题采用适当的统计方法也是有效使用数据的一个重要方面。

**例 1.1.4** 某农村有 100 户农户, 要调查此村农户是否脱贫。脱贫的标准是每年年均收入超过 1 万元。经调查此村 90 户农户年收入 5000 元, 10 户农户年收入 10 万元, 问此村农户是否脱贫?

(1) 用算术平均值计算该村农户年均收入如下:

$$\bar{x} = \frac{90 \times 0.5 + 10 \times 10}{100} = 1.45(\text{万元}).$$

按此方法得出结论: 该村农民已脱贫。但 90% 的农户年均收入只有 5000 元, 事实上并未脱贫。

(2) 用样本中位数计算该村农户年均收入, 即将 100 户的年收入分别记为  $x_1, x_2, \dots, x_{100}$ , 将其按大小排列为  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(100)}$ 。样本中位数定义为排在最中间两户的平均值, 即

$$\frac{x_{(50)} + x_{(51)}}{2} = 0.5(\text{万元}).$$

按此方法得出结论: 该村农民尚未脱贫。这与实际情况相符。

由此可见, 不同的统计方法得出的结论不同。有效地使用数据, 需要针对不同问题选择合适的统计方法。

### 3. 数理统计学与各种专门学科的关系

数理统计方法有很广泛的实用性, 它与很多专门学科都有关。但是应当了解: 数理统计方法所处理的只是在各种专门学科中带普遍性(共性)且受随机性影响的数据收集、整理和推断问题, 而不去涉及各种专门学科中的具体问题。这种带共性

的问题既然从专门领域中提炼出来,就可以用数学的方法去研究,这就是数理统计学的研究任务,因此数理统计是一个数学的分支。

拿例 1.1.3 来说,实地进行这个化工产品得率试验,当然要涉及一系列专门的化工知识.在安排试验时,没有这些专门知识是不行的.但是,有些试验安排上的数学问题却与化工这个专门领域无关.例如,数理统计学告诉我们,各因素取同样水平数参与试验,以后的数据分析比较方便.如果在  $4^3 = 64$  种搭配中只做一部分,则按某种方式挑选这一部分(如按正交表安排试验),以后的数据分析就容易进行.当下一次碰到其他工业试验时,这些考虑仍有效.又如,称重试验中用多次称重结果的平均数去估计物体的重量,是一个常用的统计方法,不管这个量是物理的、化学的或是生物的,这一点都适用。

由统计方法的这个性质就引申出一个重要特点:统计方法只是从事物外在数量上的表现去推断该事物可能的规律性.统计方法本身不能说明何以会有这个规律性,这是各个专门学科的任务.例如,用统计方法分析一些资料发现,吸烟与某些呼吸系统的疾病有关.这纯粹是从吸烟者和不吸烟者的发病率的对比上得出的结论,它不能解释吸烟何以会增加患这类疾病的危险性,这是医学这个专门学科的任务。

但是,应当认识到,这并不意味着一个数理统计学者可以不过问其他专门领域的知识.相反,如果要将统计方法用于实际问题,必须对所涉及问题的专门知识有一定的了解,这不仅可以帮助选定适当的统计模型和统计方法,而且在正确解释所得结论时,专门知识是必不可少的.例如,数理统计学在遗传基因分析中很有用,但一个对遗传基因学一无所知的统计学家,很难在这个领域有所作为。

#### 4. 数理统计方法的归纳性质

数理统计是数学的一个分支,但是它与其他数学学科的推理方法是不一样的.统计方法的本质是归纳式的,而其他数学学科则是演绎式的.统计方法的归纳性质,源于它在作结论时,是根据所观察到的大量的“个别”情况“归纳”起来所得,而不是从一些假设、命题或已知事实出发,按一定的逻辑推理得出来的(后者称为演绎推理).例如,统计学家通过大量的观察资料发现,吸烟与某种呼吸系统的疾病有关.得出这一结论的根据是:从观察到的大量例子,看到吸烟者中患此种疾病的比例远高于不吸烟者.不可能用逻辑推理的方法证明这一点.试拿统计学与几何学进行比较就可以清楚地看出二者方法的差别所在.在几何学中要证明“等腰三角形两底角相等”,只需从等腰这个前提出发,运用几何公理,一步步地推出这个结论(这一方法属于演绎推理).而一个习惯于统计方法的人,就可能想出这样的方法:作很多大小和形状不一的等腰三角形,实际测量它的底角查看是否相等,根据所得数据,看看能否作出底角相等的结论,这一方法属于归纳推理。

众所周知,归纳推理是要冒风险的.事实上,归纳推理的不确定性的出现是一



种逻辑的必然。人们不可能作出十分肯定的结论，因为归纳推理所依据的数据具有随机性。然而，不确定性的推理是可行的，所以推理的不确定性程度是可以计算的。统计学的作用之一就是提供归纳推理和计算不确定性程度的方法。不确定性是用概率计算的。以后会见到在参数的区间估计问题中，不但给出区间估计的表达式，而且给出这一区间包含未知参数的可靠程度的大小。

总之，统计推断属于归纳推理方法，归纳推理作出的推断不是 100% 可靠，但它的可靠程度（即结论的正确程度）是可以通过概率来度量的。

### 1.1.2 数理统计学的应用

人类在科学研究、生产和管理等各方面的活动，大都离不开数据资料的收集、整理和分析的工作。因此统计学的应用领域也极其广泛。

(1) 国家行政机关和职能机构，如国家统计局，经常需要收集相关的数据和资料并加以整理、分析后提供给有关部门作出相应的决策。这里面的统计工作，固然有大量的描述性统计的成分，但统计推断的方法也很有用并且十分必要。例如，在判断某一时期经济运行是否过热，是否需要采取宏观调控措施等重大决策时，对当时经济运行中数据资料进行定量分析是必不可少的。这就离不开统计推断方法。

用数理统计方法进行社会调查，这种工作属于国家职能部门的工作范围。“抽样调查”是常用的方法。统计学的方法在决定调查规模和制定有效的抽样方案时是很有用的，统计推断方法在对调查得来的资料进行正确分析时也有指导意义。例如，经过精心设计和组织的社会抽样调查，其效果有时可达到甚至超过全面调查的水平。在人口学中，确定一个合适的人口发展动态模型需要掌握大量的观察资料，而且要使用包括统计方法在内的一些科学方法。再如，在人寿保险中，对寿命数据的分析、建立精算模型也要用到一些统计方法。

(2) 在工农业生产中，常常要利用试验设计和方差分析的方法寻找最佳生产条件。例如，为提高农业中的单位面积产量，有一些因素对这个指标有影响：种子的品种、施肥量和浇水量等；工业生产中影响某项产品质量指标的因素有原材料产地、配方、温度和压力等因素。为了找到一组较好的生产条件就要进行试验，如何科学地安排试验和分析试验结果，就需要用到统计方法。试验设计的基本思想和方差分析方法就是 R.A. Fisher 等于 1923-1926 年，在进行田间试验中发展起来的，这一方法后来广泛应用于工业生产中。

数理统计方法应用于工业生产的另一个重要方面是产品质量控制、抽样调查和工业产品寿命的可靠性问题。现代工业生产有批量大和高可靠度的特点，需要在连续生产过程中进行工序控制。成批的产品在交付使用前要进行验收，这种验收一般不能进行全面检验，而只能是抽样验收，需要根据统计学的原理制定合适的抽样方案。大型设备或复杂产品（如导弹）包含成千上万个元件。由于元件的数目很大，