

• 高等学校教材 •

# 实验数据 处理软件应用

SHIYAN SHUJU  
CHULI RUANJIAN YINGYONG

主编 张铁涛  
副主编 朱明军 王兴华



华南理工大学出版社  
SOUTH CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

· 高等学校教材 ·

# 实验数据 处理软件应用

主编 张铁涛  
副主编 朱明军 王兴华



出版单位  
华南理工大学出版社



华南理工大学出版社  
SOUTH CHINA UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

· 广州 ·

## 内 容 提 要

本书是在收集近 5 年的有关实验数据处理方面教材和专著的基础上，结合作者多年来从事实验数据处理软件的实践与教学经验编写而成的。

全书共分四章，全面详细地介绍了实验数据处理软件的理论知识和具体操作方法。内容安排如下：第 1 章实验数据的测量及误差；第 2 章 Excel 在数据处理中的应用；第 3 章 Origin 在数据处理中应用；第 4 章 SAS 统计软件在数据处理中的应用。

本书内容新颖，理论联系实际，不仅可作为高等院校本专科学生教材，也可作为成人教育、电视大学及相关专业的教材或参考书，还可供从事数据分析、处理的工作人员作为技术参考。

## 图书在版编目(CIP)数据

实验数据处理软件应用/张铁涛主编. —广州:华南理工大学出版社, 2016. 1

ISBN 978-7-5623-4747-7

I. ①实… II. ①张… III. ①实验数据—数据处理—应用软件 IV. ①N33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 196953 号

## 实验数据处理软件应用

张铁涛 主编

---

出版人: 卢家明

出版发行: 华南理工大学出版社

(广州五山华南理工大学 17 号楼, 邮编 510640)

<http://www.scutpress.com.cn> E-mail: scutcl3@scut.edu.cn

营销部电话: 020-87113487 87111048(传真)

策划编辑: 张颖

责任编辑: 苏萍 张颖

印刷者: 广东省农垦总局印刷厂

开 本: 787mm×1092mm 1/16 印张: 12 字数: 291 千

版 次: 2016 年 1 月第 1 版 2016 年 1 月第 1 次印刷

定 价: 22.00 元

# 前 言

数据处理的相关知识属于研究生课程，很多院校并没有在本科阶段开设此类课程，但从编者多年教学实践来看，数据处理的基本知识不但研究生需要，本科生、专科生也需要，这就是编者编写本书的初衷。本书从技术应用的角度出发，以满足地方本科院校培养适应社会经济发展的高水平、高层次应用型人才需求，推动我国高等教育事业的快速发展。

本书共 4 章，在编写过程中，结合科研和教学的经验，重点阐述了 Excel 2010、Origin8.5、SAS 三种统计应用软件在实验数据处理中的应用。第 1 章主要阐述了实验数据的测量和误差以及有效数字的计算和取舍，其目的是让学生掌握对测量精度的分析、计算，从而进行误差的合理分配，以便在最经济的条件下，得到最合理的测量数据和最佳的数据处理结果。第 2 章介绍常用的应用软件 Excel 2010 在数据处理中的应用。Excel 2010 运用比以往更多的方式来分析、管理和共享信息，新的数据分析和可视化工具能帮助用户跟踪和显示重要的数据趋势，并且能够突出显示重要数据趋势的迷你图，全新的数据视图切片和切块功能能够让用户快速定位正确的数据点。第 3 章介绍 Origin 软件在数据分析处理中的应用。利用 Origin 8.5 进行实验数据处理，简单、快捷、直观、精确，能够有效避免人为差错，提高工作效率，节省数据处理时间，提高实验结果的精度，可获得传统的手工绘图及用电子计算器计算难以获得的更大的信息量，在实验数据处理过程中有显著的应用价值。第 4 章介绍 SAS 统计软件在数据处理中的应用。通过对相关统计分析软件的学习，学生便能用统计学的眼光和思维看待客观事物，能在一定程度上建立起清晰的数量化观念；但要对这三种软件的数据处理功能运用自如，学生还要结合本专业的特点进行实际训练。

我们在编写本书过程中，在保持教材系统性和科学性的前提下，结合科研和教学经验，注意引入相关学科发展的新知识、新成果。在第 2 章中用 Excel 2010 软件绘制铅的浓度标准工作曲线，在第 3 章用 Origin 8.5 软件处理红外光谱实验数据。本书紧密联系生产与科研实际，统计分析与计算机科学相结合，循序渐进，由浅入深，深入浅出，通俗易懂。在正确阐明基本原理的同时，注重交代其问题的提出及解决问题的思路与方法。特别突出了学科的交叉和协作，突出了科研与生产和生活的结合，通过学科交叉开启创新思路，以培养学生的创新能力。

本书的编写分工如下：张铁涛提供编写的思路和大纲，负责统稿和审稿工作，编写第1章、第4章；王兴华编写第2章；朱明军编写第3章。在本书编著过程中，还得到了许多老师的关心和帮助，在此一并致谢！

由于编者水平所限，本书难免存在错误和不当之处，敬请同行和广大读者批评指正。

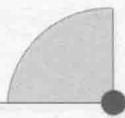
编者

2015年9月

# 目 录

1 实验数据的测量及误差	1
1.1 数据测量的误差	1
1.1.1 测量的定义	1
1.1.2 测量方法的分类	2
1.2 误差的基本概念	5
1.2.1 误差的定义及表示法	6
1.2.2 误差的来源	9
1.2.3 误差的分类及性质	10
1.3 测量程度及评价	12
1.3.1 准确度、精密度和精确度	12
1.3.2 测量精度的评价	12
1.3.3 可疑数值的舍弃	13
1.4 有效数字及数据的表示	14
1.4.1 有效数字的记法	14
1.4.2 数字舍入规则	15
1.4.3 数据运算规则	15
1.5 误差分析	16
1.5.1 随机误差	17
1.5.2 系统误差	19
1.5.3 粗大误差	23
1.6 回归分析	23
1.6.1 一元线性回归方程	24
1.6.2 可线性化的一元非线性回归	24
1.6.3 多元回归	25
2 Excel 在数据处理中的应用	27
2.1 Excel 2010 概述	27
2.1.1 Excel 2010 主要功能	27
2.1.2 Excel 2010 启动	28
2.1.3 Excel 2010 窗口组成及相关概念	28
2.2 Excel 2010 基本操作	30
2.2.1 文件操作	30

2.2.2 工作表操作 .....	33
2.3 建立和编辑表格 .....	34
2.3.1 选定单元格 .....	34
2.3.2 输入数据、序列 .....	35
2.3.3 编辑工作表 .....	37
2.4 常用实验数据的输入与基本操作 .....	40
2.4.1 输入普通数据 .....	40
2.4.2 输入数字长度为 12 位以上的数据 .....	40
2.4.3 输入以“0”开头的数据 .....	42
2.4.4 输入指定小数位的数值 .....	42
2.4.5 输入分数 .....	43
2.4.6 输入日期和时间 .....	44
2.4.7 输入百分比数据 .....	46
2.5 实验数据设置与编辑 .....	47
2.5.1 让数据自动换行 .....	47
2.5.2 以红色数值显示负值 .....	48
2.5.3 自定义数字格式 .....	49
2.6 数据有效性 .....	50
2.6.1 设置数据有效性 .....	50
2.6.2 数据条件格式 .....	52
2.6.3 数据排序 .....	54
2.6.4 数据筛选 .....	56
2.7 数据表(模拟运算表) .....	57
2.7.1 单变量数据表运算 .....	57
2.7.2 双变量数据表运算 .....	58
2.7.3 单变量求解示例 .....	60
2.8 回归分析 .....	62
2.8.1 建立投资收益额分析模型 .....	62
2.8.2 计算斜率和截距系数 .....	62
2.9 Excel 在科技绘图中的应用 .....	66
2.9.1 柱形图绘制 .....	66
2.9.2 折线图绘制 .....	68



2.9.3 数据曲线的回归分析 .....	74
2.9.4 其他图表的绘制 .....	81

### 3 Origin 在数据处理中的应用 ..... 84

3.1 Origin 基础知识 .....	84
3.1.1 Origin 的工作界面简介.....	85
3.1.2 主要功能介绍 .....	86
3.2 基本操作 .....	95
3.2.1 项目文本操作 .....	95
3.2.2 数据表基本操作 .....	97
3.3 二维图形绘制.....	101
3.3.1 用已知曲线方程绘制图形 .....	101
3.3.2 用实验数据绘制图形 .....	103
3.3.3 修改图形的外观 .....	104
3.3.4 双 y 轴曲线的绘制 .....	114
3.3.5 红外光谱实验数据处理应用 .....	115
3.3.6 特殊二维图形绘制 .....	119
3.4 曲线的拟合.....	124
3.4.1 线性拟合 .....	124
3.4.2 多项式拟合 .....	125
3.5 应用举例.....	127
3.5.1 直线绘图 .....	127
3.5.2 曲线绘图 .....	130
3.5.3 半对数绘图 .....	132

### 4 SAS 在数据处理中的应用 ..... 135

4.1 SAS 界面简介 .....	135
4.1.1 安装及运行 SAS .....	135
4.1.2 SAS 启动 .....	135
4.1.3 SAS 图形窗口界面 .....	136
4.1.4 SAS 界面操作入门 .....	139
4.2 SAS 程序.....	142

4.2.1	数据步(Data Step) .....	142
4.2.2	SAS 程序步(Proc Step) .....	145
4.2.3	SAS 基本概念 .....	146
4.3	SAS/ASSIST 视窗简介 .....	148
4.3.1	ASSIST 视窗启动 .....	148
4.3.2	ASSIST 视窗使用方法 .....	150
4.4	输入数据 .....	154
4.4.1	运行 Proc Insight .....	154
4.4.2	输入数据 .....	156
4.5	SAS/Insight 在基本统计分析中的应用 .....	160
4.5.1	统计知识概述 .....	160
4.5.2	SAS/Insight 对一维数据作图 .....	162
4.5.3	SAS/Insight 对二维数据作图 .....	165
4.5.4	SAS/Insight 对三维数据作图 .....	166
4.5.5	SAS/Insight 对数据进行统计描述 .....	167
4.5.6	SAS/Insight 对数据进行单变量检验 .....	168
4.6	SAS 在正交试验设计中的应用 .....	170
4.6.1	正交试验设计基本方法 .....	170
4.6.2	正交表的基本性质 .....	172
4.6.3	正交试验设计的基本程序 .....	173
4.6.4	SAS 统计软件在方差分析中的应用 .....	177
	参考文献 .....	183

## 1

# 实验数据的测量及误差

在工农业生产、科学实验、国防建设及国民经济各领域，基础数据的获得都离不开各种测量。对这些数据的处理是科研、工程技术等自然科学学术界经常面临的最基本问题。与其他专业学科一样，随着人类科学技术的发展，数据的测量及处理也在理论和方法上不断完善和提高。在实验研究工作中，一方面，要对实验方案进行分析研究，选择适当的测量方法进行数据的直接测量，而另一方面，还必须将所得数据加以整理归纳，研究变量间的规律。无论是数据测量还是数据处理，树立正确的误差概念是很有必要的。误差理论就是科学地、确切地对测量进行评价的理论。一个实验工作者具有正确表达实验结果的能力与具有做精细的实验工作的本领同等重要。

## 1.1 数据测量的误差

人类为了认识自然与改造自然，需要不断地对自然界的各种现象进行测量和研究。测量是获取实验数据的主要方法。研究测量误差的目的就是设法评价测量结果的可信程度。可信程度的高低与测量误差的大小直接相关，测量误差越小结果越可信；反之，可信程度就低。

人类对客观事物的正确认识总是要经历由浅到深、由低级向高级的发展过程。测量实践完全符合这样一个认识过程。从严格意义上，很难说测量能够完全准确地反映客观存在，任何测量都带有一定的测量误差，这就是测量误差的普遍存在性。因此，误差理论所研究的只能是测量误差的大小，而绝不是测量误差的有无问题。从理论上说，提高测量精度（减小测量误差）的极限，就应该是达到被测量的量丧失本身的定义为止。测量一个物体的长度，当所考虑的测量误差比该物体的分子尺寸还小时，划定物体界限的两个端面就无法确定，从而也就丧失了长度的概念。但是，在实际测量中，这种理论上的测量精度极限是难以达到的，因为测量总要受到当时的技术水平和理论水平的限制，在能够满足需要的同时，应能以误差理论为依据对测量结果做出科学的、合理的评定。下面介绍与误差有关的测量问题。

### 1.1.1 测量的定义

测量就是人们借助专门设备，通过实验的方法，对客观事物取得测量结果的认识过

程。它是通过物理实验把一个量(被测量)和作为比较单位的另一个量(标准)相比较的过程。

### 1. 测量结果形式

- (1) 带有单位的数值;
- (2) 在固定坐标系中给出的线;
- (3) 按一定比例给出的图形。

### 2. 测量结果表示方法

以上任何一种形式的测量结果都可用下式表示:

$$\text{测量结果} = \text{数值(被测量与标准的比值)} \times \text{单位(量纲)}$$

从这个测量的基本公式可以看出, 测量结果应包括两部分:

#### (1) 数值

数值是被测量的测得值, 它可以是具体数值, 也可以用线段的长度或图形的大小来表示。它实质上就是被测量与其计量标准(单位)的比值。在测量中有时还应包括表示测量误差大小的精度参数。

#### (2) 单位

单位是得到公认的、根据定义得到数值为1的被测量的基本量。目前多数国家都采用国际单位制。它是由国际计量大会批准, 由各国计量权力机关执行。我国已颁布计量法, 确定了法定单位。同一被测量可用不同的测量单位来表示, 但应注意根据单位间的换算关系, 相应地改变测得值。

测量单位都有名称, 测量结果一般是有名称的数值。所以, 给出的测量结果绝对不能忽略测量单位。虽然在一些特殊情况下给出的测量结果, 直观看并没带测量单位, 如分贝数、光的折射率等, 但是, 这些物理量本身的定义仍包含与标准量相比的内容, 故有些不带单位的数值, 也能明确地表示测量结果。

## 1.1.2 测量方法的分类

由于对测量的要求不同, 不同测量方法处理测量误差也有所不同。为了对各种要求的测量进行较系统地了解, 现将与处理误差有关的各种测量方法介绍如下。

### 1. 根据测量结果的精确度划分

#### (1) 工程测量

工程测量是一般工作中所进行的测量, 只要求取得测量值就能满足对测量的要求, 不需要考虑测量误差大小或估计测得值的可信程度。用于这种测量的仪器和设备, 其灵敏度及精确度都比较低, 对测量的环境几乎没有什特殊要求, 给出的测得值比较稳定, 经单次测量或多次测量给出的测量结果完全一样。因此, 这种测量不需要考虑测量误差问题。

另一种工程测量是对测量结果只需要考虑误差的上限值(误差存在的最大变化范围)的测量。对取得的测量结果, 不需要对测量误差做精细的分析和考虑, 只需给出测量误差的极限值就能满足要求。用于这种测量的仪器和设备, 在出厂前或长期使用后经

过标定或校准可得到测量误差极限值，并在铭牌或说明书中标出来。

一般生产现场或科学实验中所进行的测量，多为工程测量。所以，用这种仪器或设备经过单次或多次测量所得值即为测量结果，把标注的测量误差极限值作为测量结果误差。

### (2) 精密测量

凡是经过测量取得测量结果后，还要求估计测量结果误差确切值的测量，则为精密测量。在误差理论指导下，这种测量需要经过反复多次的测量过程，所用测量仪器和设备应具有较高的精度和灵敏度，能够反映测量误差的变化和存在。

在测量完成后把所得数据进行误差处理，计算出最佳测量结果，并估计出表示测量误差的确切值。

进行精密测量的条件(环境)要求比工程测量严格，多是根据测量仪器的使用条件在实验室进行，所以也叫实验室测量。

### (3) 两种测量的选用

在测量之前，首先应明确对测量结果的精度要求，确定属于哪种测量。这对于考虑测量方案、选用测量仪表和设备以及如何对测得值进行处理，都是很重要的。

精密测量得到的测量结果精度较高，所用的测量设备精度也高，但测量设备对其工作环境的要求比较严格，因此所要付出的代价也大。工程测量得到的测量结果精度较低，所用的测量设备简单，价格便宜，操作也比较简便，故所付出的代价也比较小。

在实际工作中，不仅要考虑所付出代价大小问题，还要选择合适的测量仪表和测量方法，否则会得到事与愿违的结果。

如工程测量所用的测量设备(日常用的各种量具)得不到精确的测量结果，据测得值也无法估计测量误差的确切值。采用精密测量所用的测量设备，不仅不能使其在工程测量的环境下正常地进行工作，甚至会造成测量设备的损坏，所以当采用精密的测量设备进行测量时，若不能保证测量设备对环境提出的要求，则得不到精确的测量结果。因此，根据实际的要求和可能，合理地确定采用哪种测量方法是极为重要的。

## 2. 根据取得测量结果的方法划分

### (1) 直接测量

把被测量与作为测量标准的量直接进行比较，或用预先按标准校准好的测量仪器对被测量进行测量，通过测量能直接得到被测量数量大小的测量结果，此种测量称为直接测量。

直接测量可用下面一般公式表示为

$$Y = X \quad (1-1)$$

式中  $Y$  —— 被测量；

$X$  —— 测得值。

在工程测量中，用专用仪表对压力、温度、湿度进行的测量及对时间、长度、质量等进行的测量都是直接测量。

### (2) 间接测量

被测量不能用直接测量的方法得到，必须通过一个或多个直接测量值，利用一定的函数关系运算才能得到，此种测量称为间接测量。

间接测量可以用下面的一般公式来表示, 即

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (1-2)$$

式中  $Y$  —— 被测量;

$x_1, x_2, \dots, x_m$  —— 各直接测量值。

间接测量在科学实验中用得最多, 因为在许多情况下, 用直接测量方法不能得到被测量, 或是测量过程比较复杂, 不如采用间接测量方便、精确, 如天文学方面各种参数的测量, 核子物理研究中对原子内部结构参数的测量等。在工业自动化仪表中, 对流量计参数的核定也是通过测量质量或容积与测定时间相比而得到流量值的。

### (3) 组合测量

被测量不能通过直接测量或间接测量得到, 而必须通过直接测量的测得值或间接测量的测得值建立联立方程组, 通过求解联立方程组的办法, 才能得到最后的测量结果。这样的测量称为组合测量。它可以用下面的一般公式来表示, 即

$$\begin{cases} F_1(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m, x_{11}, x_{21}, x_{31}, \dots, x_{i1}, \dots, x_{n1}) = 0 \\ F_j(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m, x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}, x_{ij}, \dots, x_{nj}) = 0 \\ F_m(y_1, y_2, y_3, \dots, y_m, x_{1m}, x_{2m}, x_{3m}, \dots, x_{im}, \dots, x_{nm}) = 0 \end{cases} \quad (1-3)$$

式中  $F_1, F_j, \dots, F_m$  —— 组合测量中构成的已知函数关系;

$y_1, y_2, y_3, \dots, y_m$  —— 组合测量中的  $m$  个被测量;

$x$  —— 组合测量中第  $j$  个直接(或间接)被测量的第  $i$  次测得值, 其中  $i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, m$ 。

上述联立方程组可通过改变测量条件列出, 也可以把被测量  $y$  用不同的组合参加测量过程而列出, 使方程的数目  $m$  与被测量  $y$  的个数相等, 这样就可以解此联立方程而求得各被测量。

组合测量是只用于实验室和其他特殊场合的一种特殊、精密的测量方法。一般用到这种测量方法的机会不多(在大地测量或标准砝码的校准中会用到这种测量方法)。为了熟悉组合测量, 现以实例来说明这种测量方法的应用。

如求一个标准线圈的电阻, 电阻与温度变化呈非线性关系, 它们的关系可表示为

$$R_t = R_{20} + \alpha(t - 20) + \beta(t - 20)^2 \quad (1-4)$$

式中  $R_t$  —— 温度为  $t$  时的电阻;

$R_{20}$  —— 温度为  $20^{\circ}\text{C}$  时的电阻;

$\alpha, \beta$  —— 线圈的电阻温度系数;

$t$  —— 温度。

把  $\alpha, \beta$  和  $R_{20}$  作为被测量, 改变测量条件, 取三个不同的温度  $t_1, t_2$  和  $t_3$ , 相应测得  $R_{t1}, R_{t2}$  和  $R_{t3}$ , 则  $t$  所对应的  $R_t$  即为直接测量值。这样列出三元联立方程组, 就可求解得到  $\alpha, \beta$  和  $R_{20}$  的数值, 同时又可避免测量  $20^{\circ}\text{C}$  时的准确  $R_{20}$ 。在  $\alpha, \beta$  和  $R_{20}$  已知的情况下, 即可用间接测量法测量不同温度时的电阻  $R_t$ 。而在  $\alpha, \beta$  和  $R_{20}$  为未知时, 则要用组合测量法求取它们的具体值。

某些被测量用一种测量方法就能得出测量结果, 也有些被测量要用上述两种甚至三

种测量方法才能得出测量结果。究竟选用哪种测量方法，需从测量结果要求的误差、所用测量设备造价是否昂贵、进行测量的操作是否简便、测量条件的要求是否苛刻及所付出代价的大小等因素综合考虑决定。

### 3. 根据测量条件划分

#### (1) 等精度测量

对某一固定被测量进行重复测量，所取得的测量数据可认为是在相同的测量精度条件下得到的，这种测量称为等精度测量。对一固定被测量作等精度测量，所得测量数据允许有一定范围的大小变化。但对偏大或偏小的数值，不能判定哪种数值更加接近被测量的真实值，只能一视同仁，即对取得的所有数据的信赖程度是相同的。这是判定是否为等精度测量的重要依据。

#### (2) 不等精度测量

对同一被测量进行多次测量得到的数据，其精确度可判定是不等的，这种测量称为不等精度测量。不等精度测量的精度不等，可能是由于测量条件的改变、所用测量设备的不同或更换，也可能是由于数据来源的不同。对不等精度的数据应当采用特殊的处理方法。

### 4. 根据被测对象在测量过程中所处状态划分

#### (1) 静态测量

被测量在测量过程中可以认为是固定不变的，对这种被测量进行的测量称为静态测量。实际上，静态测量就是不需要考虑时间因素对被测量的影响，把被测量或测量误差作为随机变量来研究。

#### (2) 动态测量

被测量是处在随时间不断变化的状态，对这种被测量进行的测量称为动态测量。对于进行这种测量和处理所得到的数据，要考虑时间因素对被测量的影响，即把测得值或测量误差作为随机过程来研究。

上面介绍的四种测量分类方法，只是涉及以后研究误差问题首先要弄清楚的基本概念。对于各专业中的测量所具有的特性问题及各专业的相关测量学的详细内容，请查阅相关的专著。

## 1.2 误差的基本概念

由于实验方法和实验设备不完善、周围环境影响，以及人们认识能力所限等，测量和实验所得的测量值与真实值之间不可避免地存在差异，这在数值上表现为误差。随着科学技术日益发展和人们认识水平的不断提高，虽可将误差控制得越来越小，但终究不能完全消除它。误差存在的必然性和普遍性，已为大量科学实践所证明，为了充分认识进而减小或消除误差，必须对测量过程和科学实验中始终存在的误差进行研究。

研究误差的意义在于以下三个方面：正确认识误差的性质，分析误差产生的原因，以消除或减小误差；正确处理测量和实验数据，合理计算所得结果，以便在一定条件下得到更接近于真实值的数据；正确组织实验过程，合理设计实验方案和选用仪器及测量

方法，采用较便捷的方式来得到较理想的结果。

### 1.2.1 误差的定义及表示法

所谓误差就是测量值与被测量的真值之间的差，可表示为

$$\text{误差} = \text{测量值} - \text{真值}$$

如在长度计量测试中，测量某一尺寸的误差公式具体形式为

$$\text{误差} = \text{测得尺寸} - \text{真实尺寸}$$

测量误差种类有两种，一种为绝对误差，另一种为相对误差。

#### 1. 绝对误差

某量值的误差定义为该量的给出值(包括测得值、实验值、标称值、示值、计算近似值等要研究和给出的非真值)与其客观真值之差。

什么是真值？自然界中的物质处于永恒的运动中，而被测量的真值的确定是：假设在一定的时间内，实际上不变的被测量的真正大小。此外，还有一些人为规定。例如，用量块的两个平行端面的几何长度表征量块的长度，但在精密测量中发现，无论量块的端面研磨得如何精细，也不能保证端面没有起伏或两端面绝对平行。因此，量块两端面间的距离各处就不相等，此时人们规定量块两端面对角线中心的垂直线(或其他规定)之长度表征量块的长度，在某一极短的时间间隔内，量块具有稳定的实际长度，就是该瞬间量块的真值。因此，真值具有时间和空间的含义，可以定义如下：

**真值** 在某一时刻和某一位置或状态下，某量本身体现出的客观值或实际值。

对应于某个测得值的真值，则是指这个量在被观测时，该量本身所具有的真实大小。因此，真值是理想的概念，这就得到了一个误差定义。

$$\text{误差} = \text{给出值} - \text{真值}$$

由于误差与给出值具有同量纲(即同单位)，故该误差又称为绝对误差。

如果用语言描述上面的公式，则可以说，一个量值给出值的绝对误差等于该量值给出值与其真值之差。误差是正或负，决定了给出值是正偏离或负偏离真值的方向。

如果定义中给出值是用测量方式获得被测量的测量结果，则得到测量误差的定义为

$$\text{测量误差} = \text{测量结果} - \text{真值}$$

如果给出值是计量仪器的示值，则得到计量仪器示值误差的定义为

$$\text{示值误差} = \text{示值} - \text{真值}$$

由此可见，上面公式具有广泛的意义，其中给出值包括测得值、实验值、示值、标准值、计算近似值等，这些值都是我们要研究的对象。

我们要谈的误差不是被测量的误差，因为被测量是一个客观存在，而是谈它的给出值的误差，有时给出值也可能是猜测值。如果一个客观量没有给出值，就无法谈及它的误差大小。

例如，真值为 100.024 mm 的量块，测得值为 100.030 mm，则测得值误差为 +0.006 mm；当  $\pi$  的近似值取 3.14 时，其误差约为 -0.0016；等等。

一般来说，真值是未知的，因此误差也就未知，但绝不意味着真值一定不知，有些

情况下可以认为真值是可知的。真值可知的情况有如下几种：

### (1) 理论真值

平面三角形三内角之和恒为  $180^\circ$ ，同一量值自身之差为 0，而自身之比为 1。此外，还有理论设计值和理论公式表达值，等等。

### (2) 计量学约定真值

国际计量大会决议：

① 长度单位——米是光在真空中，在  $1/299792458$  s 的时间间隔内行程的长度。

② 质量单位——保存在法国巴黎国际计量局的铂-铱合金圆柱体的质量是  $1\text{kg}$ 。

③ 时间单位——铯-133 原子处于特定的状态(原子基态的两个超精细能级之间的跃迁)时，辐射出  $9192\,631\,770$  个周期的电磁波，它所持续的时间为  $1\text{s}$ 。凡能满足以上条件的量值是真值。

### (3) 标准器相对真值

高一级标准器的误差与低一级标准器或普通计量仪器的误差相比，前者为后者的  $1/20 \sim 1/3$  时，可认为前者是后者的相对真值。例如，一个高稳定度晶体振荡器输出的频率，相对于普通频率计的频率而言是真值，由此引出一个实际值概念。

**实际值** 满足规定准确度的用来代替真值使用的量值。实际值是一个现实中可以知道，并且可以应用的一个近似的或相对的真值。

**【例 1-1】** 测得某平面三角块的三内角之和为  $180^\circ 00'03''$ ，则该内角之和的误差为  $+3''$ 。

**【例 1-2】** 今用一普通压力计测量某压力，得其值为  $97.968\text{ MPa}$ ；用更准确的方法测得其值为  $98.168\text{ MPa}$ ，则普通压力计测得值的误差为  $-0.20\text{ MPa}$ 。因此，误差这个量值已成为评定测量过程或计量仪器准确度不可缺少的尺度。

由此引入修正值定义：

$$\text{修正值} = -\text{误差值} = \text{真值} - \text{给出值}$$

则可得

$$\text{真值} = \text{给出值} + \text{修正值} = \text{给出值} - \text{误差值}$$

这说明含有误差的给出值加上修正值后就可消除误差的影响，而加上修正值的作用如同扣除误差的作用一样，非常符合人们的逻辑思维过程。

值得注意的是：由于修正值的不准或“桥梁”仪器不稳，测得值虽经修正，仍然不是真值，而只是可能比直接给出值更准确一些罢了，错误的修正(符号或大小弄错)反而会得到更坏的结果，所以修正量值时需谨慎。

**【例 1-3】** 我们需要加工出一个准确值为  $1\Omega$  的标准电阻，由于种种原因，加工后电阻实际值为  $1.001\Omega$ ，而电阻的标准值是  $1\Omega$ 。如按标准值  $1\Omega$  来用，那它的误差为  $-0.001\Omega$ ；如果按照  $1.001\Omega$  来用，就和客观的情况完全相符了。

上例中，对于加工实际值来说，偏离了标准值。为了对这个量的差异有所描述而引入偏差定义：

$$\text{偏差} = \text{实际值} - \text{标准值}$$

虽然该偏差与修正值相符，但偏差是对实际值而言的，而修正值或误差都是对给出

值而言的，这是不容忽视的概念。

## 2. 相对误差

**【例 1-4】** 用尺测量 100 m 的准确距离，得值 101 m，则误差为 1 m。又用钢尺测量准确距离为 1000 m 的长度，得值 1001 m，则误差亦为 1 m。从误差的绝对值来说，它们都一样，但是由于所测距离的不同，故而它们的准确程度是不一样的，前者测量 100 m 差了 1 m，后者是测量 1000 m 差了 1 m。

为了描述测量的准确程度而引出相对误差的定义。

$$\text{相对误差} = \frac{\text{误差}}{\text{真值}}$$

当误差较小时

$$\text{相对误差} = \frac{\text{误差}}{\text{给出值}}$$

上例中相对误差分别为 1% 和 0.1%，相对误差在有些场合中应用是很方便的。

**【例 1-5】** 已知阀门控制的水流量每分钟为  $x$ ，相对误差为  $\delta_x/x$ ，那么，经  $k$  分钟控制的水流量为  $kx$ ，相对误差  $k\delta_x/(kx) = \delta_x/x$ ， $k$  任意，而相对误差不变。

相对误差是无因次的，不同物理量的相对误差可以比较。绝对误差的大小与被测量大小无关，而相对误差与被测量大小及绝对误差数值都有关系。因此，不论是比較各种测量的精度，还是评定测量结果的质量，采用相对误差都更为合理。

## 3. 引用误差

引用误差是指仪器示值的绝对误差与测量范围上限值或量程之比值，以百分数表示。

引用误差是一种简化的和实用方便的相对误差，常常在多挡和连续分度的仪器中应用，这类仪器可测范围不是一个点而是一个量程，各分度点示值和其对应的真值都不一样，这时若按前面公式计算相对误差，所用的分母也不一样，故计算很烦琐。为了便于计算和划分准确度等级，一律取该仪器的量程或测量范围上限值为分母。量程是指测量范围上限值与下限值之差。由此引出引用误差的定义。

**【例 1-6】** 测量上限为 19 613.3 N 的工作测力计（拉力表），在标定值（示值）为 14 710 N 的实际作用力为 14 788 N，则此测力计在这一点的引用误差为

$$(14710 - 14788) / 19613.3 = -0.4\%$$

**【例 1-7】** 某待测的电压约为 100 V，现有 0.5 级 0~300 V 和 1.0 级 0~100 V 两个电压表，用哪一个电压表测量较好？

解 用 0.5 级电压表测时，最大相对误差为

$$\gamma_1 = \frac{x_n(\text{量程})}{x(\text{测量点})} \times s\% (\text{仪表等级}) = \frac{300}{100} \times 0.5\% = 1.5\%$$

用 1.0 级电压表测时，最大相对误差为

$$\gamma_1 = \frac{x_n(\text{量程})}{x(\text{测量点})} \times s\% (\text{仪表等级}) = \frac{100}{100} \times 1.0\% = 1.0\%$$

此例说明，如果量程选择恰当，用 1.0 级仪表进行测量也会比用 0.5 级仪表测量时的最大相对误差还要小。

因此，在选用仪表时，要纠正单纯追求准确度等级“越高越好”的倾向，而应根据