普通高等学校省级规划教材
应用型本科教育数学基础教材

高等数学

经管类

殷新华 ◎ 主编

中国科学技术大学出版社

普通高等学校省级规划教材
应用型本科教育数学基础教材

高等数学

经管类

殷新华 ◎ 主编

中国科学技术大学出版社

内 容 简 介

本书主要针对应用型本科高等学校的学生编写，既注重学生对基础知识的理解和掌握，也注重学生运用数学知识解决实际问题能力的培养、数学思想方法的培养和数学思维能力的提高、自学能力的培养和提高，力求做到基础性、严谨性、实用性、可读性的和谐统一.

本书可供普通高等院校经济管理类专业的学生使用，也可供自学者参考.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学：经管类/殷新华主编.—合肥：中国科学技术大学出版社，2014.8(2015.8 修订)

(应用型本科教育数学基础教材)

ISBN 978-7-312-03554-8

Ⅰ.高… Ⅱ.殷… Ⅲ.高等数学—高等学校—教材 Ⅳ.O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 178728 号

出版 中国科学技术大学出版社
安徽省合肥市金寨路 96 号，230026
http://press.ustc.edu.cn

印刷 合肥学苑印务有限公司

发行 中国科学技术大学出版社

经销 全国新华书店

开本 710 mm×960 mm 1/16

印张 22

字数 370 千

版次 2014 年 8 月第 1 版

印次 2015 年 8 月第 2 次印刷

定价 39.80 元

应用型本科教育数学基础教材
编　委　会

总　　序

1998年以来，出现了一大批以培养应用型人才为主要目标的地方本科院校，且办学规模日益扩大，已经成为我国高等教育的主体，为实现高等教育大众化作出了突出贡献.但是，作为知识与技能重要载体的教材建设没能及时跟上高等学校人才培养规格的变化，较长时间以来，应用型本科院校仍然使用精英教育模式下培养学术型人才的教材，人才培养目标和教材体系明显不对应，影响了应用型人才培养质量.因此，认真研究应用型本科教育教学的特点，加强应用型教材研发，是摆在应用型本科院校广大教师面前的迫切任务.

安徽省应用型本科高校联盟组织联盟内13所学校共同开展应用数学类教材建设工作，成立了“安徽省应用型高校联盟数学类教材建设委员会”，于2009年8月在皖西学院召开了应用型本科数学类教材建设研讨会，会议邀请了中国高等教育学著名专家潘懋元教授作应用型课程建设专题报告，研讨数学类基础课程教材的现状和建设思路.先后多次召开课程建设会议，讨论大纲，论证编写方案，并落实工作任务，使应用型本科数学类基础课程教材建设工作迈出了探索的步伐.

即将出版的这套丛书共计6本，包括《高等数学(文科类)》、《高等数学(工程类)》、《高等数学(经管类)》、《高等数学(生化类)》、《应用概率与数理统计》和《线性代数》，已在参编学校使用两届，并经过多次修改.教材明确定位于“应用型人才培养”目标，其内容体现了教学改革的成果和教学内容的优化，具有以下主要特点：

1. 强调“学以致用”.教材突破了学术型本科教育的知识体系，降低了理论深度，弱化了理论推导和运算技巧的训练，加强对“应用能力”的培养.

2. 突出“问题驱动”.把解决实际工程问题作为学习理论知识的出发点和落脚点，增强案例与专业的关联度，把解决应用型习题作为教学内容的有效补充.

3. 增加“实践教学”.教材中融入了数学建模的思想和方法，把数学应用软件

的学习和实践作为必修内容.

4. 改革“教学方法”. 教材力求通俗表达,要求教师重点讲透思想方法,开展课堂讨论,引导学生掌握解决问题的精要.

这套丛书是安徽省应用型本科高校联盟几年来大胆实践的成果. 在此,我要感谢这套丛书的主编单位以及编写组的各位老师,感谢他们这几年在编写过程中的付出与贡献,同时感谢中国科学技术大学出版社为这套教材的出版提供了服务和平台,也希望我省的应用型本科教育多为国家培养应用型人才.

当然,开展应用型本科教育的研究和实践,是我省应用型本科高校联盟光荣而又艰巨的历史任务,这套丛书的出版,用毛泽东同志的话来说,只是万里长征走完了第一步,今后任重而道远,需要大家继续共同努力,创造更好的成绩!

2013 年 7 月

前　　言

“高等数学”是高等院校经济管理类专业的一门重要基础课程，也是学生学习其他后续数学课程和专业课程必不可少的工具.

本书主要针对应用型本科高等学校的学生编写，既注重学生对基础知识的理解和掌握，也注重学生运用数学知识解决实际问题能力的培养、数学思想方法的培养和数学思维能力的提高、自学能力的培养和提高，力求做到基础性、严谨性、实用性、可读性的和谐统一.

首先，本着“学以致用”的原则，对教学内容进行了适当的调整.

其次，以往使用的众多教材有偏重于演绎论证、逻辑推理及用纯数学的语言描述等问题，显得过于抽象，学生易产生畏难情绪.本书在不影响教材系统性和严谨性的前提下，适当地淡化了数学的抽象化色彩，形象具体、条理清晰、简洁流畅.

另外，学习的最终目的是应用.本书在有关的章节中从学生熟悉的问题入手，引入实例，以培养学生“用已知解决未知”的能力.

本书由铜陵学院数学与计算机学院和池州学院数学与计算机科学系联合编写.具体分工如下：第1章由侯茂文、陈纪莉编写，第2章由蒋诗泉编写，第3章由朱诗红编写，第4章由尹松庭编写，第5章由殷新华编写，第6章由查晓民编写，第7章由张秋华编写，第8章由朱勇编写，第9章由张永编写，第10章由管金友编写，最后由殷新华修改定稿.

本书在编写过程中,得到了铜陵学院和巢湖学院相关领导的关心和支持,得到了中国科学技术大学出版社的大力协助,同时,也参考了国内外高等数学中的一些经典例子,编者在此一并表示衷心的感谢.

本书可供普通高等院校经济管理类专业的学生使用,也可供自学者参考.

由于编者水平有限,书中一定存在不妥之处,恳请读者朋友批评指正!

编　者

2014 年 6 月

目　录

第 1 章　函数、极限与连续

函数是数学中最基本的概念. 微积分是从研究函数开始的. 所谓函数关系就是变量之间的依赖关系,极限方法就是研究变量的一种基本方法. 本章将通过对最一般函数形态的概括研究以及极限方法的介绍为微积分的学习打下基础.

1.1 函　数

1.1.1 函数

先看一个例子. 例如圆的周长 C 与它的半径 r 之间的关系由公式

$$C = 2\pi r$$

给定,当半径 r 取定某一正数时,圆的周长也就跟着有一个确定的值.

1. 函数的概念

定义 1.1　设 x 和 y 是两个变量,D 是给定的数集,如果对于每个 $x \in D$,变量 y 按照某个对应法则总有一个唯一确定的数值和它对应,则称 y 是 x 的函数,记作

$$y = f(x), \quad x \in D$$

这里 x 称为自变量,y 称为因变量或 x 的**函数**. 数集 D 称为函数的**定义域**. 当 x 取值 x_0 时,与 x_0 对应的 y 的数值称为函数在点 x_0 处的函数值,记作

$$f(x_0) \quad \text{或} \quad y|_{x=x_0}$$

当 x 取遍 D 的每个数值时,对应的函数值全体组成的数集

$$R_f = \{y \mid y = f(x), x \in D\}$$

称为函数的**值域**.

函数 $y = f(x)$ 中对应法则的记号 f 也可用其他字母,例如 g,h 等代替. 表示

变量的字母可以用 p，t 等代替，而表示因变量的字母也可以用 Q，C 等代替，即函数的变量与所选用的字母无关.

显然，函数受对应法则和定义域的共同限制，我们在写函数时通常要带上自变量的取值范围. 例如 $y = \sin x, x \in \mathbf{R}$；狄利克雷(Dirichlet) 函数

$$y = D(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbf{Q} \\ 0, & x \in \mathbf{Q}^c \end{cases}$$

2. 函数的几种特性

(1) 函数的有界性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，数集 $X \subset D$. 如果存在数 K_1 使得

$$f(x) \leqslant K_1$$

对任一 $x \in X$ 都成立，则称函数 $f(x)$ 在 X 上有上界，而 K_1 称为函数 $f(x)$ 在 X 上的一个上界；如果存在数 K_2，使得

$$f(x) \geqslant K_2$$

对任一 $x \in X$ 都成立，则称函数 $f(x)$ 在 X 上有下界，而 K_2 称为函数 $f(x)$ 在 X 上的一个下界. 既有上界又有下界称为有界，反之无界. 例如 $y = \sin x, x \in \mathbf{R}$ 有界；$y = \tan x, x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 无界.

(2) 函数的单调性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D，区间 $I \subset D$. 如果对于区间 I 上的任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1 < x_2$ 时恒有

$$f(x_1) < f(x_2)$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调增加的；如果对于区间 I 上的任意两点 x_1 及 x_2，当 $x_1 < x_2$ 时恒有

$$f(x_1) > f(x_2)$$

则称函数 $f(x)$ 在区间 I 上是单调减少的. 单调增加和单调减少的函数统称为单调函数. 例如 $y = \tan x, x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 是单调增加函数；$y = \log_a x (0 < a < 1)$ 在定义域上是单调减少函数.

(3) 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域 D 关于原点对称.如果对于任一 $x \in D$ 都有

$$f(-x) = f(x)$$

恒成立,则称 $f(x)$ 为偶函数;如果对于任一 $x \in D$ 都有

$$f(-x) = -f(x)$$

恒成立,则称 $f(x)$ 为奇函数.例如 $y = x^2$ 是偶函数;$y = x^3$ 是奇函数.

偶函数的图像关于 y 轴对称,奇函数的图像关于原点对称.

(4) 函数的周期性

设函数 $f(x)$ 的定义域为 D.如果存在一个正数 l,使得对于任一 $x \in D$ 都有 $x \pm l \in D$,且

$$f(x \pm l) = f(x)$$

恒成立,则称 $f(x)$ 为周期函数,l 称为 $f(x)$ 的周期.通常我们说周期函数的周期是指最小正周期.例如 $y = \sin x$ 的周期为 2π;任何正有理数都是狄利克雷函数 $y = D(x) = \begin{cases} 1, x \in \mathbf{Q} \\ 0, x \in \mathbf{Q}^c \end{cases}$ 的周期,由于不存在最小的正有理数,所以它没有最小正周期.

3. 反函数与复合函数

设函数 $y = f(x)$ 在数集 D 上有定义.若 $\forall x_1, x_2 \in D$,有

$$x_1 \neq x_2 \quad \Rightarrow \quad f(x_1) \neq f(x_2)$$

则称函数 $y = f(x)$ 在 D 上一一对应.

定义 1.2　设函数 $y = f(x)$ 在 D 上一一对应,即 $\forall y \in f(D)$ 只有唯一一个 $x \in D$,使 $f(x) = y$,这是一个由 $f(D)$ 到 D 的新的对应关系,称为 $y = f(x)$ 的**反函数**,表示为 $x = f^{-1}(y), y \in f(D)$.此时,也通常称 $y = f(x)$ 为 $x = f^{-1}(y)$ 的直接函数.

注　反函数 $x = f^{-1}(y)$ 的定义域和值域恰好是函数 $y = f(x)$ 的值域和定义域.例如函数 $y = 2x + 1$ 的反函数是 $x = \frac{1}{2}(y - 1), y \in \mathbf{R}$;指数函数 $y = a^x (a > 0$ 且 $a \neq 1)$ 的反函数是对数函数 $x = \log_a y, y \in (0, +\infty)$.

定义 1.3　设 y 是 u 的函数 $y = f(u)$,而 u 又是 x 的函数 $u = \varphi(x)$.如果 $u = \varphi(x)$ 的值域 R_φ 与 $y = f(u)$ 的定义域 D_f 的交非空,则 y 通过中间变量 u 构成 x 的函数,称 y 为由 $y = f(u)$ 及 $u = \varphi(x)$ 复合而成的关于 x 的**复合函数**,记为 y

$= f[\varphi(x)]$,其中 x 称为自变量,u 称为中间变量.

例如,$y = \sqrt{1-x^2}$ 是由 $y = \sqrt{u}$ 及 $u = 1 - x^2$ 复合而成的复合函数,其定义域为$[-1,1]$;$y = \sin 2x$ 是由 $y = \sin u$ 及 $u = 2x$ 复合而成的复合函数,其定义域为$(-\infty, +\infty)$.

复合函数不仅可以由两个函数复合而成,也可以由多个函数复合而成.例如 $y = \lg(1 + \sqrt{1+x^2})$ 就是由四个函数 $y = \lg u, u = 1 + v, v = \sqrt{z}, z = 1 + x^2$ 复合而成的,它的定义域为$(-\infty, +\infty)$.

在函数研究中,将一个复杂的函数变为由几个简单函数复合而成,有利于问题的解决.

4. 函数的运算

设函数 $f(x), g(x)$ 的定义域依次为 $D_1, D_2, D = D_1 \cap D_2 \neq \varnothing$,则可以定义这两个函数的下列运算:

和(差)$f \pm g$:$(f \pm g)(x) = f(x) + g(x), x \in D$;

积 $f \cdot g$:$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x), x \in D$;

商$\dfrac{f}{g}$:$\dfrac{f}{g}(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}, x \in D \backslash \{x \mid g(x) = 0, x \in D\}$.

5. 初等函数

在中学里,已学过下列函数:

(ⅰ) 常数函数 $y = C, x \in \mathbf{R}$(实数集);

(ⅱ) 幂函数 $y = x^{\alpha}$(α 为任意实数);

(ⅲ) 指数函数 $y = a^x$($a > 0$ 且 $a \neq 1$);

(ⅳ) 对数函数 $y = \log_a x$($a > 0$ 且 $a \neq 1$);

(ⅴ) 三角函数

$$y = \sin x,\quad y = \cos x,\quad y = \tan x$$
$$y = \cot x,\quad y = \sec x,\quad y = \csc x$$

(ⅵ) 反三角函数

$$y = \arcsin x,\quad y = \arccos x,\quad y = \arctan x$$
$$y = \operatorname{arccot} x,\quad y = \operatorname{arcsec} x,\quad y = \operatorname{arccsc} x$$

以上函数称为**基本初等函数**.

由基本初等函数经过有限次加、减、乘、除四则运算和复合运算得到的能用一个式子表达的一切函数统称为**初等函数**. 例如 $y = \sqrt{1-x^2}$，$y = \lg(1+\sqrt{1+x^2})$ 都是初等函数.

注　在经济学中经常见到分段函数，即在自变量的不同变化范围中，对应法则用不同的式子来表示的函数. 例如

$$y = \begin{cases} -x+1, & -1 \leqslant x < 0 \\ x, & 0 \leqslant x \leqslant 1 \end{cases}$$

分段函数通常不是初等函数，但也有特殊的情形. 例如 $y = \begin{cases} x, & x \geqslant 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$，因为此分段函数可看成 $y = \sqrt{x^2}$.

1.1.2　经济学中的几个常用函数

1. 需求函数

需求是指消费者在一定的价格水平上对某种商品的有支付能力的需要. 因此，需求是以消费者货币购买力为前提的，是相对商品的某一价格水平而言的. 人们对某一商品的需求受许多因素的影响，如价格、收入、替代品、偏好等等. 一般研究中，需求主要是价格的函数，记为 $Q = D(P)$，其中 P 表示价格，Q 表示需求量，D 表示某个函数对应法则. 依实际意义，需求函数 $Q = D(P)$ 总是单调下降的，一般存在反函数，其反函数 $P = D^{-1}(Q)$ 也称为需求函数.

例 1.1　已知某地区每月对某型号电视机的需求量 Q(单位:架) 与价格 P(单位:万元) 的函数关系为

$$Q = 65 + \frac{125}{(P-0.3)^2}, \quad 1 \leqslant P \leqslant 2$$

例 1.2　市场上小麦的需求量(每月) 如表 1.1 所示.

表 1.1

价格 P(元 / 千克)	1	.2	3	4	5	6	7	8
需求量 Q(万千克)	30	25	20	15	12	10	9	8

画出需求函数的曲线，如图 1.1 所示.

这条曲线说明，小麦的需求量是价格的减函数，即当 P 增加时，Q 下降. 这一性质在经济学中称为**需求向下倾斜规律**.

2. 供给函数

供给函数是生产者或销售者在一定价格水平上提供给市场的商品量. 供给量受诸多因素的影响. 一般而言，它主要是价格的函数，记为 $Q = S(P)$. 依实际意义，供给函数 $Q = S(P)$ 总是单调上升的，一般存在反函数，其反函数 $P = S^{-1}(Q)$ 也称为供给函数.

例 1.3　生产者愿意提供的小麦数量(每月) 如表 1.2 所示.

表 1.2

价格 P(元 / 千克)	1	2	3	4	5	6	7	8
供给量 Q(万千克)	0	2	4	5	7	10	16	25

画出供给函数的曲线，如图 1.2 所示.

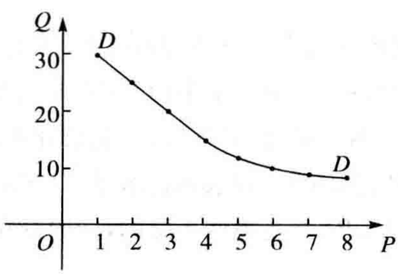

图 1.1

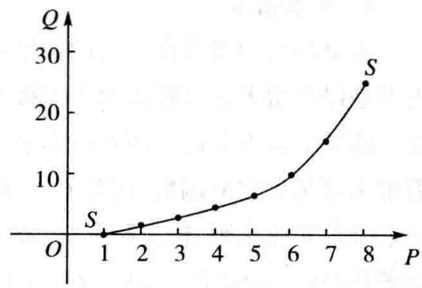

图 1.2

这条供给曲线向上倾斜，说明小麦的价格较高时，农民愿意并有能力增加小麦的产量. 这一性质在经济学中称为**供给向上倾斜规律**.

现在把例 1.2 与例 1.3 中的需求曲线与供给曲线结合起来分析. 如图 1.3 所示.

需求曲线 $Q = D(P)$ 与供给曲线 $Q = S(P)$ 相交处的价格 $P = 6$ 元，在这个价格上，消费者愿意购买的小麦量为 10 万千克，生产者愿意提供小麦的数量为 10 万千克，两者处于平衡状态. 这时 $P = 6$ 元称为它们的均衡价格.

需求曲线 $Q = D(P)$ 与供给曲线 $Q = S(P)$ 相交处的价格 P_0，称为**均衡价格**. 如图 1.4 所示.