初中数学
解题思路精析
300题

程 旷 主编 张国栋 副主编

读物出版社

初中数学解题思路精析 300 题

程　旷　主编

农 村 读 物 出 版 社

初中数学解题思路精析 300 题
程　旷　主编
*　　*　　*
责任编辑　朱　雷

农村读物出版社（北京市朝阳区农展馆北路 2 号　100026）
新华书店北京发行所发行　　河北省三河市永和印刷有限公司印刷

850mm×1168mm32 开本　8.25 印张　180 千字
1998 年 1 月第 1 版　1998 年 1 月河北第 1 次印刷
印数　1～6 000 册　定价：11.00 元
ISBN 7-5048-2778-9/G・834

主　编　程　旷
副主编　张国栋
编　著　程　旷　张家骅　付佑珊
　　　　金　武　程桂玲　和瑞芝
　　　　张凤才

前　言

怎样分析和解答数学题是令许多学生头疼的问题。掌握一些常用的、基本的解题方法、解题技能和解题思想是学好数学的最简捷途径。国家教委考试中心近年来所倡导的考查“通法、通则”就是高考、中考对数学学习的基本要求。为了帮助学生掌握最基本的、最常用的、最能体现教学大纲与中考要求的重要的题型、典型的例题及方法，结合当前的教学实际要求编写了此书。

本书共有269道典型的习题，基本上覆盖了初中数学的全部内容，供学生自学或做作业、复习备考时翻阅参考。所选习题具有典型性、新颖性和普遍性以及中考应试性。每道习题都有思路、题解及评注三部分。思路，是把题目的条件与求解分析透彻，揭露出其内在的联系，重点指出解题的关键及常规方法，它是本书的重点所在及突出的特色。题解，是按照对题目的分析进行解答、表述或论证。语言简炼，逻辑条理性强，适合阅读，对某些题采用一题多解的方法从不同的角度去解答，体现出涉及知识的广泛性或解题的一般规律性。评注，是在解答后对有关解题规律的总结和题目意义的推广。力图通过对习题全方位的分析及详细的解答，使学生理解较完整的、准确的知识，掌握典型的数学方法，从整体上提高综合运用知识的能力。

我们在编写过程中严格按照现行教学大纲和教材结构，准确地把握知识的重点、难点，同时针对学生在学习过程中容易出现问题的地方编写部分习题，用以强化对该知识点的认识。使读者通过对题目的演练与阅读达到数学素养的提高。

本书力求做到既有助于学生平时学习的需要，又适用于毕业班学生总复习的要求。书中不当之处，恳请批评指正。

编 者

1997年3月

目　　录

一、数与式

1. 如果 a、b 是实数，求 $|a|+b^2+5$ 的最小值.

【思路】 我们从题目的结论中可以找到本题的关键字眼"最小值". 这个问题在学习有理数时常见到. 比如：绝对值最小的数是零，最小的正整数是 1. 它给我们的启迪是：在一类数中找出最小的. 哪类呢？再看结论又能找到 $|a|$ 和 b^2，也就是绝对值最小的数和平方后最小的数都是零，即通常所说的两个非负式. 现在我们可以顺利地求解了.

【题解】 $\because$ a、b 是实数，$\therefore$ $|a|\geqslant 0$，$b^2\geqslant 0$.

$\therefore |a|+b^2+5\geqslant 5$.

即：$|a|+b^2+5$ 的最小值是 5.

【评注】 在学习中，经常会遇到"最小值"、"最大值"、"非负式"的习题，它们涵义深刻，如果真正理解了它们，你就可以把握住自己，不被假象所迷惑.

2. 已知 $\dfrac{(a-2b)^2+\sqrt{a^2-9}}{|a-3|}=0$，求 $a+b$ 的值.

【思路】 求代数式的值的关键是：用相应字母的确定值来替换代数式中的字母，把它转化为纯数的运算. 因此，必须把已知条件化简，找到这些确定的值. 而题目中 $(a-2b)^2$、$|a-3|$ 是我们前面所介绍的两个非负式，已知条件中 $\sqrt{a^2-9}$ 是算术平方根，它的最小值也是零. 于是，几个最小值是零的数相加、相除得零，该有怎样的条件呢？从整体看，$|a-3|$ 是分母，只须 $|a-3|\neq 0$；分子的值又必须是零才行，那么分子的两个非负式只有是零了，否则分子的和就大于零了.

【题解】

$$\text{根据题意有}\begin{cases} a-3\neq 0 & (1)\\ a-2b=0 & (2)\\ a^2-9=0 & (3)\end{cases}$$

由（1）得　$a \neq 3$，
由（3）得　$a = \pm 3$，故舍去 $a=3$，
则　$a=-3$.
把 $a=-3$ 代入（2）求得 $b=-\frac{3}{2}$.
再把 $a=-3$，$b=-\frac{3}{2}$ 代入代数式 $a+b$：

$$a+b=-3+\left(-\frac{3}{2}\right)=-4\frac{1}{2}.$$

【评注】 现在对“非负式”、“最值”又有了新的认识．“非负式”不一定总取最小值零，它要因题目条件而异．在今后的解题中，可要当心哟！

3. 如果 $|x-3|=3-x$，求 x 的取值范围.

【思路】 x 是怎样的数时等式成立？等式中运用了哪些知识呢？运用了绝对值的知识．有最小的绝对值，而没有最大的绝对值，即代数式（$3-x$）的值不小于零，从绝对值符号内代数式与绝对值的结果代数式来分析，（$x-3$）与（$3-x$）互为相反数．怎样的数的绝对值等于它的相反数呢？负数和零.

【题解】 根据题意有　$3-x \geqslant 0$，
$\therefore$　$x \leqslant 3$ 就是 x 的取值范围.

【评注】 此题似乎非常容易．但学习数学要有学习方法，它不是盲目地模仿，应该有自己的思想，这就要求你去观察、分析，找出题目的特征与内涵，你才能应用所掌握的知识灵活而正确地解题.

4. 当 $x=1996$ 时，求 $|x-2|-|2-x|+6$ 的值.

【思路】 这道题的常规解法是把 x 的值代入即可求解．但是你能用特殊的、更简单的方法求解吗？请你观察一下题目中的两个绝对值运算，它们好像是互为相反数的绝对值，那么互为相反数的绝对值又怎样呢？相等！这一点非常重要，原来可以跨越过 $x=1996$ 这个条件直接求值.

【题解】 $\because$　$x-2=-(2-x)$，
$\therefore$　$|x-2|=|2-x|$.
$\therefore$　原式 $=|x-2|-|x-2|+6=6$.

【评注】 解题后，你是否有一点点快乐？体会到解题前观察、思考、选择最佳解法解题的乐趣后，不妨再试一试解下一题.

5. 若 a 是实数，求 $\sqrt{a-3}+6+3\sqrt{3-a}$ 的值.

【思路】 题目中没有给出 a 的值，又要求代数式的值，那么字母 a 的给定值一定隐含在代数式中. 代数式中有特征的地方是两个二次根式的被开方式互为相反数，而二次根式的定义要求被开方式非负，问题的关键也就在这里得到解决.

【题解】 根据题意有 $\begin{cases} a-3\geqslant 0, \\ 3-a\geqslant 0, \end{cases}$

解这个不等式组得 $a=3$,

$\therefore$ 原式 $=0+6+3\times 0=6$.

【评注】 寻找题目中的隐含条件，首先要求概念清楚，其次要有洞察能力、分析能力、化简能力等，才能把隐含条件从题目中挖掘出来，也就找到了解题思路.

6. 若 $|a|=3$，$\sqrt{b+2}=0$，求 (a^2-b^2) / $(a-b)$ 的值.

【思路】 求代数式的值，其一般方法是代数求值. 还应有一点该指出的是，如果代数式的形式较为繁琐时，不妨先把代数式化简，再代数求值. 这也是常用的方法.

【题解】 $\because$ $|a|=3$，$\sqrt{b+2}=0$,

$\therefore$ $a=\pm 3$，$b=-2$.

把代数式化简：原式 $=[(a+b)(a-b)]/(a-b)=a+b$.

把 $a=3$，$b=-2$ 代入：原式 $=1$.

把 $a=-3$，$b=-2$ 代入：原式 $=-5$.

【评注】 欲求代数式的值，先将其化简，这不仅把数量关系简化，避免了计算的繁琐，还使计算中少犯错误，大大缩短解题过程和时间.

7. 若 $|a|=3$，$b^2=25$，求代数式 $\dfrac{a^2+b^2}{ab+1}$ 的值.

【思路】 从已知条件不难求出 a、b 的值. 但代数式的值求起来就显得头绪多. 可否把代数式分成若干个整体，用这些小整体的值去求原代数式值呢？从 $|a|=3$ 可得 $a^2=9$；从 $b^2=25$，可得 $|b|=5$；那么 ab 的值就只有同号时得 15，异号时得 -15. 原代数式的值只有两种情况，求值也就容易了.

【题解】 $\because$ $|a|=3$，$b^2=25$，$\therefore$ $a^2=9$，$|b|=5$.

$\because \quad |a|\cdot|b|=15$,

$\therefore$ 当 a、b 同号时，把 $a^2=9$，$b^2=25$，$ab=15$ 代入：

原式 $=\dfrac{9+25}{15+1}=\dfrac{36}{16}=\dfrac{9}{4}$.

当 a、b 异号时，把 $a^2=9$，$b^2=25$，$ab=-15$ 代入：

原式 $=\dfrac{9+25}{-15+1}=-\dfrac{36}{14}=-\dfrac{18}{7}$.

【评注】 利用有关的概念和性质，把它们综合、分类组合后再代入求代数式的值，也可以达到简化运算、提高解题能力的目的.

8. 化简求值：$(x^2-9)\left(\dfrac{1}{x+3}-\dfrac{1}{x-3}-1\right)$. 其中 $x=-1$.

【思路】 化简代数式对这道题而言，常用的方法是将第一个括号分解因式，第二个括号内通分计算分式，之后再计算两个括号间的乘积. 如果将第一个括号这个整体，用乘法对加法的分配律分配给第二个括号内的每一项，将其转化成整式加减. 不妨一试这种方法.

【题解】 原式 $=\dfrac{x^2-9}{x+3}-\dfrac{x^2-9}{x-3}-(x^2-9)$

$=x-3-(x+3)-x^2+9$

$=x-3-x-3-x^2+9$

$=3-x^2$.

把 $x=-1$ 代入，原式 $=3-(-1)^2=2$.

【评注】 对于化简求值这类题，主要解题技巧在于恒等变形的化简技巧. 恒等变形不仅仅是运算律的灵活应用，还常常把因式分解、分式性质等融于非整式的代数式化简中.

9. 化简 $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{15}}{\sqrt{3}-\sqrt{15}}$.

【思路】 这类题按常规解法是：用分母的有理化因式（$\sqrt{3}+\sqrt{15}$）分别去乘以分子、分母即可化简. 但若用分数的基本性质和因式分解综合作用于这道题，方法会较前者简捷.

【解一】 原式 $=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{15})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{15})(\sqrt{3}+\sqrt{15})}$

$=\dfrac{3+2\sqrt{3}\cdot\sqrt{15}+15}{3-15}$

$$=\frac{18+6\sqrt{5}}{-12}=-\frac{6(3+\sqrt{5})}{12}$$

$$=-\frac{3+\sqrt{5}}{2}.$$

【解二】 原式$=\frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{5})}{\sqrt{3}(1-\sqrt{5})}=\frac{1+\sqrt{5}}{1-\sqrt{5}}$

$$=\frac{(1+\sqrt{5})^2}{(1-\sqrt{5})(1+\sqrt{5})}=\frac{1+2\sqrt{5}+5}{1-5}$$

$$=\frac{6+2\sqrt{5}}{-4}=-\frac{3+\sqrt{5}}{2}.$$

【评注】 比较这两种解法，解二把原题的数值用提公因数的方法提出分子、分母的$\sqrt{3}$后约掉，使得原式更便于找分母的有理化因子，也减小了计算量. 同时它告诉我们解题不仅要会按一般方法解，也要注意观察，找出简便方法.

10. 化简$\frac{a-4b}{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}$.

【思路】 上一题是数的化简，这一题是式的化简. 如果你理解了上一题的解法，就会想到把题目中的分子转化成两数的平方差的形式. 那么类似地就可以仿照上题，因式分解、约分即可.

【题解】 原式$=\frac{(\sqrt{a})^2-(2\sqrt{b})^2}{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}$

$$=\frac{(\sqrt{a}-2\sqrt{b})(\sqrt{a}+2\sqrt{b})}{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}$$

$$=\sqrt{a}+2\sqrt{b}.$$

【评注】 如果能把所学过的知识融汇贯通，你也能创造出许多漂亮的解法.

11. 已知$x=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$，$y=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$，求$\frac{x}{y}-\frac{y}{x}$的值.

【思路】 题目所给的定值形式较复杂，不利于代数求值，我们可以将其化简成$x=5+2\sqrt{6}$和$y=5-2\sqrt{6}$. 而此时x、y的值仍有特点，$xy=1$，x

$+y=10$，$x-y=4\sqrt{6}$．因此，我们在求值之前，试着把代数式变成含 $(x+y)$、$(x-y)$、xy 的形式会更好．

【题解】 $\because$ $x=\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$$=5+2\sqrt{6},$$

$$y=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=5-2\sqrt{6},$$

$$\therefore\ x+y=10,\ x-y=4\sqrt{6},$$

$$xy=(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})=1.$$

$$\therefore\ 原式=\frac{x}{y}-\frac{y}{x}=\frac{x^2-y^2}{xy}=\frac{(x+y)(x-y)}{xy}$$

$$=10\times4\sqrt{6}=40\sqrt{6}.$$

【评注】 求代数式的值时，把已知数化简，把代数式恒等变形，是基本的常用方法．恒等变形应不拘形式，以迅速、准确、便于简捷计算为原则来解题．

12. 若 $3x-4y=0$，求 $\dfrac{2x^2-xy+3y^2}{3x^2+xy+2y^2}$ 的值．

【思路】 所给代数式的分子、分母都是二次齐次式．若 $y=0$，由 $3x-4y=0$ 可得 $x=0$，但题目中隐含着分母 $3x^2+xy+2y^2$ 不为零这个条件，故 x、y 均不为零．那么 $3x-4y=0$ 这个条件就可以变为 $\dfrac{x}{y}=\dfrac{4}{3}$，将代数式用分式性质化为含 $\dfrac{x}{y}$ 的代数式即可求值．也可视 y 为已知数，把 $3x-4y=0$ 化为 $x=\dfrac{4}{3}y$，用 $\dfrac{4}{3}y$ 去替换 x 后，也可求出代数式的值．

【解一】 $\because$ $3x-4y=0$，$\therefore$ $3x=4y$．$\therefore$ $\dfrac{x}{y}=\dfrac{4}{3}$．

$$原式=\frac{(2x^2-xy+3y^2)/y^2}{(3x^2+xy+2y^2)/y^2}=\frac{2\left(\frac{x}{y}\right)^2-\frac{x}{y}+3}{3\left(\frac{x}{y}\right)^2+\frac{x}{y}+2}$$

$$=\frac{2\left(\frac{4}{3}\right)^2-\frac{4}{3}+3}{3\left(\frac{4}{3}\right)^2+\frac{4}{3}+2}=\frac{47}{78}.$$

【解二】 $\because$ $3x-4y=0$，$\therefore$ $x=\dfrac{4}{3}y$.

把 $x=\dfrac{4}{3}y$ 代入，

$$原式=\frac{2\left(\frac{4}{3}y\right)^2-\left(\frac{4}{3}y\right)\cdot y+3y^2}{3\left(\frac{4}{3}y\right)^2+\frac{4}{3}y\cdot y+2y^2}=\frac{47y^2}{78y^2}=\frac{47}{78}.$$

【评注】 把已知条件用等式性质化为它们的比值，再把代数式也化为含它们的比的形式，从而达到求代数式值的目的，这也是求代数式值的常用方法. 它往往把看似不能求值的题目转化成可以求值. 与之相通的又一常用方法是视未知为已知，如把 y 看成已知数，可得 $x=\dfrac{4}{3}y$，这样也可起到条件转化的作用，给人以“柳暗花明又一村”的感觉.

13. 当 $a<0$ 时，化简 $|2a|+\sqrt{(a-2)^2}$.

【思路】 由 $a<0$，可得 $2a<0$，从负数的绝对值等于它的相反数，可知 $|2a|=-2a$；把算术平方根也转化成绝对值，即 $\sqrt{(a-2)^2}=|a-2|$. 而 $(a-2)<0$，所以题目中的算术平方根转化成绝对值后，由 $(a-2)$ 的值为负数，又可去掉绝对值符号，所以原题化为整式加减，从而可达化简目的.

【题解】 $\because$ $a<0$，$\therefore$ $(a-2)<0$，$-2a<0$.

$\therefore$ 原式 $=-2a+|a-2|=-2a+[-(a-2)]=-3a+2$.

【评注】 绝对值化简，要考虑绝对值符号内的代数式的值的正、负性，才能根据绝对值性质化掉绝对值符号. 算术平方根的化简，往往从 $a^2=|a|$ 考虑，将其转化为绝对值问题后，再化掉绝对值符号. 这是化简中常见的两种类型题.

14. 有理数 a、b 在数轴上的位置如图 1-1，化简 $|a+b|+|b-a|-|a|-|b|$.

【思路】 此题在去掉绝对值符号后就可以化简，而去掉绝对值符号须知道 $(a+b)$、$(b-a)$、a 和 b 的值的正、负性，从数轴上看 $a<0$，$b>0$，且 a 距原点的距离大于 b 距原点的距离，所以 $|a|>|b|$，所以 $(a+b)<0$，$(b-a)$ 这个代数式是正数减去负数，故由有理数减法法则可知 $(b-a)>0$，至此，所有绝

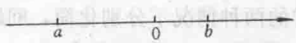

图 1-1

对值符号均可化掉.

【题解】 由图形可知 $a<0$，$b>0$，且 $|a|>|b|$.

$\therefore\quad (a+b)<0, (b-a)>0.$

原式 $=-(a+b)+b-a-(-a)-b$

$\quad\ =-a-b$

【评注】 对于有些化简题，代数式值的正、负性没有直接给出，需要从题目的已知条件中挖掘，而挖掘的工具大多是应用所学的基本概念，将其转换成所需形式，也就是数学语言的转换. 本题就是把数轴上的三个数间的图示表述关系转换成不等式形式的表述关系，从而达到顺利化简的目的.

15. 已知 a、b 互为相反数，c、d 互为倒数，x 的绝对值等于 1，求代数式 $2a+2b+x^2-3cdx$ 的值.

【思路】 由 a、b 互为相反数可有 $(a+b)=0$，由 c、d 互为倒数可有 $cd=1$，由 x 的绝对值等于 1 可得 $x^2=1$、$x=\pm1$；再把代数式中的 $2a+2b$ 变形成 $2(a+b)$ 即可求值了.

【题解】 根据题意有 $a+b=0, cd=1, x^2=1, x=\pm1.$

原式 $=2(a+b)+x^2-3cdx$

$$=\begin{cases}2\times0+1-3\times1\times1 & (x=1)\\ 2\times0+1-3\times1\times(-1) & (x=-1)\end{cases}$$

$$=\begin{cases}-2, & (x=1)\\ 4. & (x=-1)\end{cases}$$

【评注】 把用语言叙述的概念转换成等式形式，这是一种能力. 它要求深入理解概念的内涵，否则，这种数学语言的互换无法完美实现.

16. 化简 $\dfrac{|x|-2}{|2x|-x-2}$.

【思路】 题目要求化简分式，分式是怎样定义的？要求 $|2x|-x-2\neq0$. 要解这个不等式，又遇到绝对值问题，不妨把数分为 $x\geqslant0$ 和 $x<0$ 来解. 在这样的两种情况下分别化简，问题得解.

【题解】 根据题意有 $|2x|-x-2\neq0$.

当 $x\geqslant0$ 时，$2x-x-2\neq0$，$\therefore\quad x\neq2$.

当 $x<0$ 时，$-2x-x-2\neq0$，$\therefore\quad x\neq-\dfrac{2}{3}$.

$\therefore$ 当 $x\geqslant0$ 且 $x\neq2$ 时，

原式$=\dfrac{x-2}{2x-x-2}=\dfrac{x-2}{x-2}=1$.

当 $x<0$ 且 $x\neq-\dfrac{2}{3}$ 时，

原式$=\dfrac{x-2}{-2x-x-2}=\dfrac{-x-2}{-3x-2}=\dfrac{x+2}{3x+2}$.

【评注】 把数学表达式表述的概念中的隐含条件挖掘出来，同样需要深入理解概念. 把看似不能解答的问题，适当分类，在各类中去讨论或解答，问题将变得简单易解. 这种分类讨论问题的思想，是数学中常用的方法之一.

17. 化简 $|x+1|-\sqrt{4-4x+x^2}$.

【思路】 由 $\sqrt{4-4x+x^2}$ 可变形为 $\sqrt{(2-x)^2}$，所以原式可以转化为 $|x+1|-|2-x|$. 据上题经验，本题属于分类讨论问题. 令 $x+1=0$、$2-x=0$ 可得 $x=-1$、$x=2$，这样把数分为三部分：$x<-1$、$-1\leqslant x\leqslant 2$ 和 $x>2$，分别在三种条件下化简即可.

【题解】 原式$=|x+1|-\sqrt{(2-x)^2}$

$$
\begin{aligned}
&=|x+1|-|2-x|\\
&=\begin{cases}-x-1-(2-x) & (x<-1)\\ x+1-(2-x) & (-1\leqslant x\leqslant 2)\\ x+1+2-x & (x>2)\end{cases}\\
&=\begin{cases}-3, & (x<-1)\\ 2x-1, & (-1\leqslant x\leqslant 2)\\ 3. & (x>2)\end{cases}
\end{aligned}
$$

【评注】 分类讨论题，关键在于分类的合理性. 首先应注意的是分类要做到不重不漏；第二要针对分类的目的来选择界点. 只要能把握好这两点，分类讨论的题并不难解答.

18. 当 a 是怎样的数时，有 $-a\cdot|a|=a^2$ 成立.

【思路】 从直观上看等式可知，$|a|\geqslant 0$，$a^2\geqslant 0$，要使等式成立，使 $-a\geqslant 0$，即得解. 从 $a^2=|a|^2$ 考虑，可以把等式化简成 $-a=|a|$，从绝对值性质可以得解.

【解一】 $\because$ $|a|\geqslant 0$，$\therefore$ $-a\cdot|a|=a^2\geqslant 0$.

$\therefore$ $-a\geqslant 0$. $\therefore$ $a\leqslant 0$.

【解二】 若 $|a|^2=a^2>0$，则等式可变形成 $-a\cdot|a|=|a|^2$.

$\therefore$ $-a=|a|$. $\therefore$ $a<0$.

当 $a=0$ 时，等式显然成立. ∴ $a\leqslant 0$.

【评注】 解一应用了非负概念和有理数乘法法则，从而确定出 $-a\geqslant 0$ 得解. 解二应用等式性质和绝对值性质并考虑特殊值，从而确定出 $a\leqslant 0$. 虽然解法简单，但概念性较强，所以对概念和法则的理解不可忽视.

19. 若 a 大于 1，将 a、$-a$、$\frac{1}{a}$、a^2 由小到大排列.

【思路】 由 $a>1$，显然有 $\frac{1}{a}>0$、$a^2>0$、$-a<0$、和 $\frac{1}{a}<1$，只须看 a^2 与 a 谁大，用 a^2-a 的值的正、负性即可判断.

【题解】 ∵ $a>1$，∴ $-a<0$，$a^2>0$，$0<\frac{1}{a}<1$.

∵ $a^2-a=a(a-1)>0$，

∴ $a^2>a$. ∴ $-a<\frac{1}{a}<a<a^2$.

【评注】 比较两个数的大小，通常有三种比较方法. 第一，介值法. 如 $-a<0$，$\frac{1}{a}>0$，则 $-a<\frac{1}{a}$. 第二，比值法. 如 $a^2:a=a>1$，则 $a^2>a$. 第三，差值法. 如 $a^2-a>0$，则 $a^2>a$. 实际上有理数比大小还可以把它们描在数轴上来比较它们的大小；也可以按数的正、负性比大小. 这些方法要因题而异，以快、简和准来定.

20. 比较下列各数的大小：$\frac{1}{\sqrt{3}-2}$，$\sqrt{3-2\sqrt{2}}$，$\sqrt{13}-\sqrt{12}$，$\sqrt{12}-\sqrt{11}$，2^{-2}.

【思路】 实数比大小，将参与比较的实数分类，负数与负数比大小，负数小于 0，0 小于正数，正数与正数比大小，最后按从小到大顺序排列或按从大到小排列即可.

【题解】 ∵ $\sqrt{3}-2<0$，∴ $\frac{1}{\sqrt{3}-2}<0$.

∵ $2^{-2}=\frac{1}{4}$，

∴ $\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}=\sqrt{2}-1=\frac{1}{\sqrt{2}+1}$，

$$\sqrt{13}-\sqrt{12}=\frac{1}{\sqrt{13}+\sqrt{12}},$$