

offcn 中公·教师考试 严格依据最新国家教师资格考试大纲编写

2015 最新版

# 国家教师资格考试 专用教材

## 数学学科知识与教学能力 高分通关题库

【适用于全国统考省市】

初 级 中 学

中公教育教师资格考试研究院◎编著

考点最全 预测最准 专项特训 快速提分

购书  
立享

中公教师资格课程优惠,凭此书报班立减

50 元

世界图书出版公司

offcn 中公·教师考试 | 严格依据最新国家教师资格考试大纲编写

2015 最新版

# 国家教师资格考试专用教材

---

## 数学学科知识与教学能力

### 高分通关题库(初级中学)

中公教育教师资格考试研究院◎编著

世界图书出版公司

北京·广州·上海·西安

图书在版编目(CIP)数据

数学学科知识与教学能力高分通关题库. 初级中学 / 中公教育教师资格考试研究院编著. — 北京: 世界图书出版公司北京公司, 2014.11

国家教师资格考试专用教材

ISBN 978-7-5100-8962-6

I. ①数… II. ①中… III. ①中学数学课-教学法-初中-中学教师-资格考试-习题集  
IV. ①G633.602-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 270171 号

国家教师资格考试专用教材·数学学科知识与教学能力高分通关题库(初级中学)

编 著: 中公教育教师资格考试研究院

责任编辑: 夏 丹 王 磊

装帧设计: 中公教育图书设计中心

出 版: 世界图书出版公司北京公司

发 行: 世界图书出版公司北京公司

(地址: 北京朝内大街 137 号 邮编: 100010 电话: 64077922)

销 售: 各地新华书店

印 刷: 三河市泰丰印刷装订有限公司

开 本: 889 mm×1194 mm 1/16

印 张: 13.5

字 数: 324 千

版 次: 2015 年 4 月第 1 版 2015 年 4 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5100-8962-6

定 价: 39.00 元

如有质量或印装问题, 请拨打售后服务电话 010-82838515

# 选题最精 考点最全 预测最准

## 中公题库特训真正实现快速提分一次通过

按照教育部要求,教师资格考试将于 2015 年在全国范围内逐步实现统考。截至目前,浙江、湖北、上海、广西、河北、海南、山西、安徽、山东、贵州、江苏、陕西、吉林、福建等省市已陆续进入“国考”。

一般来说,全国教师资格考试一年举行两次,笔试于每年 3 月和 11 月各举行一次,面试于每年 5 月和 12 月各举行一次。纵观近几年的考试情况,该考试已趋于标准化和成熟化:考试科目稳定,大纲无重大调整,三个学段的试题在难度上与往年持平,笔试科目及面试内容如下表所示:

| 类别                                                                  |       | 笔试科目 |           |           | 面试内容      |
|---------------------------------------------------------------------|-------|------|-----------|-----------|-----------|
|                                                                     |       | 科目一  | 科目二       | 科目三       |           |
| 幼儿园                                                                 |       | 综合素质 | 保教知识与能力   | ——        | 教育教学实践能力  |
| 小学                                                                  |       | 综合素质 | 教育教学知识与能力 | ——        | 教育教学实践能力  |
| 初级中学                                                                |       | 综合素质 | 教育知识与能力   | 学科知识与教学能力 | 教育教学实践能力  |
| 高级中学                                                                |       |      |           |           | 教育教学实践能力  |
| 中职                                                                  | 文化课教师 |      |           |           | (试点省自行组织) |
|                                                                     | 专业课教师 |      |           | (试点省自行组织) |           |
| 中职实习指导教师                                                            |       |      |           | (试点省自行组织) | (试点省自行组织) |
| 注 1:科目三分为语文、数学、英语、思想品德(政治)、历史、地理、物理、化学、生物、音乐、体育与健康、美术、信息技术等 13 个学科。 |       |      |           |           |           |
| 注 2:幼儿园面试不分科目,小学面试科目分为语文、英语、社会、数学、科学、音乐、体育、美术,中学面试科目与科目三相一致。        |       |      |           |           |           |

为了帮助广大考生高效、准确地把握考试的脉络,中公教育教师资格考试研发团队根据教师资格考试各科目的考试大纲的要求,结合最新真题,精心编写了各科的题库。本题库具有以下特色:

### 中公题库特色一 选题最精

题库训练是在短时间内快速掌握考试规律的一种可靠途径。为了保证考生的学习效果,本书编者非常注重试题的选取。书中不但精选了历年统考省市教师资格考试真题,而且更重要的是精选了大量与真题高度契合的预测试题,相信这样高质量的试题训练,能够帮助广大考生准确把握题目特点及解题技巧,有效提升答题能力。

## 中公题库特色二 考点最全

题库训练的目的,在于掌握考试的全部必考考点。为此,在编写本书的过程中,编者对教师资格考试大纲和真题进行了深入研究,对历年真题的考点进行了统计分析,确定了教师资格考试的所有必考考点,按照考点知识体系编排试题,并给出详细解析。相信这样一本考点全书,必能大大提高读者的复习效率。

## 中公题库特色三 预测最准

针对教师资格考试命题规律及最新考题中的一些新变化,中公教育教师资格考试研发团队对未来的教师资格考试的命题进行了细致深入的研讨,做出了一定程度的命题预测,并将这种研发成果融入本书中。书中部分试题,正是基于对未来考试的预测而编写的。相信在即将到来的教师资格考试中,可以命中部分真题。

为了更好地帮助大家备考,顺利通过考试,中公教育教师资格团队将为考生提供专业、全面、细致的售后服务。考生可登录“一起考教师资格”网站,在线体验历年真题、专项练习、全真模拟,与名师互动,实现一次通过。

中公教育教师资格考试研发团队

2015年4月

# 目录

## 第一篇 单项选择题

|                    |      |
|--------------------|------|
| 专题一 数学分析 .....     | (1)  |
| 考点归纳 .....         | (1)  |
| 考试重点 .....         | (1)  |
| 考试难点 .....         | (1)  |
| 历年真题回放 .....       | (1)  |
| 考题分析与预测 .....      | (4)  |
| 预测试题 .....         | (4)  |
| 参考答案及解析 .....      | (7)  |
| 专题二 高等代数 .....     | (10) |
| 考点归纳 .....         | (10) |
| 考试重点 .....         | (10) |
| 考试难点 .....         | (10) |
| 历年真题回放 .....       | (10) |
| 考题分析与预测 .....      | (11) |
| 预测试题 .....         | (11) |
| 参考答案及解析 .....      | (14) |
| 专题三 空间解析几何 .....   | (16) |
| 考点归纳 .....         | (16) |
| 考试重点 .....         | (16) |
| 考试难点 .....         | (16) |
| 历年真题回放 .....       | (16) |
| 考题分析与预测 .....      | (17) |
| 预测试题 .....         | (17) |
| 参考答案及解析 .....      | (18) |
| 专题四 概率论与数理统计 ..... | (18) |
| 考点归纳 .....         | (18) |
| 考试重点 .....         | (18) |
| 考试难点 .....         | (18) |
| 历年真题回放 .....       | (19) |
| 考题分析与预测 .....      | (19) |

|                            |      |
|----------------------------|------|
| 预测试题 .....                 | (19) |
| 参考答案及解析 .....              | (21) |
| <b>专题五 中学数学学科知识</b> .....  | (22) |
| 考点归纳 .....                 | (22) |
| 考试重点 .....                 | (22) |
| 考试难点 .....                 | (22) |
| 历年真题回放 .....               | (22) |
| 考题分析与预测 .....              | (24) |
| 预测试题 .....                 | (24) |
| 参考答案及解析 .....              | (29) |
| <b>专题六 课程知识与教学知识</b> ..... | (33) |
| 考点归纳 .....                 | (33) |
| 考试重点 .....                 | (33) |
| 考试难点 .....                 | (33) |
| 历年真题回放 .....               | (33) |
| 考题分析与预测 .....              | (34) |
| 预测试题 .....                 | (34) |
| 参考答案及解析 .....              | (37) |

## 第二篇 简答题

|                         |      |
|-------------------------|------|
| <b>专题一 数学分析</b> .....   | (39) |
| 考点归纳 .....              | (39) |
| 考试重点 .....              | (39) |
| 考试难点 .....              | (39) |
| 历年真题回放 .....            | (39) |
| 考题分析与预测 .....           | (41) |
| 预测试题 .....              | (41) |
| 参考答案及解析 .....           | (45) |
| <b>专题二 高等代数</b> .....   | (48) |
| 考点归纳 .....              | (48) |
| 考试重点 .....              | (48) |
| 考试难点 .....              | (48) |
| 历年真题回放 .....            | (48) |
| 考题分析与预测 .....           | (49) |
| 预测试题 .....              | (49) |
| 参考答案及解析 .....           | (53) |
| <b>专题三 空间解析几何</b> ..... | (57) |
| 考点归纳 .....              | (57) |

|                            |      |
|----------------------------|------|
| 考试重点 .....                 | (57) |
| 考试难点 .....                 | (57) |
| 历年真题回放 .....               | (57) |
| 考题分析与预测 .....              | (58) |
| 预测试题 .....                 | (58) |
| 参考答案及解析 .....              | (62) |
| <b>专题四 概率论与数理统计</b> .....  | (66) |
| 考点归纳 .....                 | (66) |
| 考试重点 .....                 | (66) |
| 考试难点 .....                 | (66) |
| 历年真题回放 .....               | (66) |
| 考题分析与预测 .....              | (67) |
| 预测试题 .....                 | (67) |
| 参考答案及解析 .....              | (70) |
| <b>专题五 中学数学学科知识</b> .....  | (72) |
| 考点归纳 .....                 | (72) |
| 考试重点 .....                 | (72) |
| 考试难点 .....                 | (72) |
| 历年真题回放 .....               | (73) |
| 考题分析与预测 .....              | (73) |
| 预测试题 .....                 | (73) |
| 参考答案及解析 .....              | (80) |
| <b>专题六 课程知识与教学知识</b> ..... | (87) |
| 考点归纳 .....                 | (87) |
| 考试重点 .....                 | (87) |
| 考试难点 .....                 | (88) |
| 历年真题回放 .....               | (88) |
| 考题分析与预测 .....              | (92) |
| 预测试题 .....                 | (92) |
| 参考答案及解析 .....              | (98) |

## 第三篇 解答题

|               |       |
|---------------|-------|
| 考点归纳 .....    | (104) |
| 考试重点 .....    | (104) |
| 考试难点 .....    | (104) |
| 历年真题回放 .....  | (104) |
| 考题分析与预测 ..... | (106) |
| 预测试题 .....    | (107) |

|               |       |
|---------------|-------|
| 参考答案及解析 ..... | (110) |
|---------------|-------|

## 第四篇 论述题

|               |       |
|---------------|-------|
| 考点归纳 .....    | (115) |
| 考试重点 .....    | (115) |
| 考试难点 .....    | (115) |
| 历年真题回放 .....  | (115) |
| 考题分析与预测 ..... | (118) |
| 预测试题 .....    | (118) |
| 参考答案及解析 ..... | (123) |

## 第五篇 案例分析题

|               |       |
|---------------|-------|
| 考点归纳 .....    | (132) |
| 考试重点 .....    | (132) |
| 考试难点 .....    | (132) |
| 历年真题回放 .....  | (132) |
| 考题分析与预测 ..... | (138) |
| 预测试题 .....    | (138) |
| 参考答案及解析 ..... | (156) |

## 第六篇 教学设计题

|               |       |
|---------------|-------|
| 考点归纳 .....    | (163) |
| 考试重点 .....    | (163) |
| 考试难点 .....    | (163) |
| 历年真题回放 .....  | (163) |
| 考题分析与预测 ..... | (169) |
| 预测试题 .....    | (169) |
| 参考答案及解析 ..... | (187) |

|                              |       |
|------------------------------|-------|
| 2015年全国教师资格证统考笔试面授辅导课程 ..... | (202) |
| 2015年全国教师资格证统考面试面授辅导课程 ..... | (203) |
| 中公教育·全国分校一览表 .....           | (206) |

## 第一篇

## 单项选择题

## 专题一 数学分析

## 考点归纳

1. 数列极限、函数极限的含义和运算; 2. 函数连续性的概念性质和判断方法, 函数的一致连续; 3. 导数的概念及应用, 微分的概念; 4. 微分中值定理; 5. 积分的定义, 定积分和不定积分的计算; 6. 函数列的一致收敛的定义及判定。

## 考试重点

数列极限、函数极限的计算; 函数连续性的判定, 函数连续性的性质; 微分中值定理。

## 考试难点

函数极限和函数连续的综合考查, 微分中值定理。

## 历年真题回放

1. 函数  $f(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$  的图象与  $x$  轴交点的个数是 ( )。(2012 年下半年真题)

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

【答案】B。解析:  $\because f'(x) = 0 + 1 + x + x^2 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0$ ,  $\therefore$  函数  $f(x)$  单调递增。又  $f(0) = 1, f(-2) = -\frac{5}{3}$ ,

$\therefore$  函数  $f(x)$  的图象与  $x$  轴有且只有一个交点。故选 B。

2. 若  $f(x)$  为  $(-l, l)$  内的可导奇函数, 则  $f'(x)$  ( )。(2012 年下半年真题)

A. 是  $(-l, l)$  内的偶函数B. 是  $(-l, l)$  内的奇函数C. 是  $(-l, l)$  内的非奇非偶函数

D. 可能是奇函数, 也可能是偶函数

【答案】A。解析: 因为  $f(-x) = -f(x)$ , 所以  $f'(-x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(-x + \Delta x) - f(-x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f[-(x - \Delta x)] + f(x)}{\Delta x}$   
 $= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{-f(x - \Delta x) + f(x)}{\Delta x} = \lim_{-\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x - \Delta x) - f(x)}{-\Delta x} = f'(x)$

因此,  $f'(x)$  是偶函数。

3. 设  $\{a_n\}$  为数列, 对于“存在正数  $M$ , 对任意正整数  $n$ , 有  $|a_n| \leq M$ ”的否定 (即数列  $\{a_n\}$  无界) 是 ( )。(2012 年下半年真题)

A. 存在正数  $M$ , 存在正整数  $n$ , 使得  $|a_n| > M$

B.对任意正数  $M$ ,存在正整数  $n$ ,使得  $|a_n| > M$

C.存在正数  $M$ ,对任意正整数  $n$ ,有  $|a_n| > M$

D.对任意正数  $M$ ,以及任意正整数  $n$ ,有  $|a_n| > M$

【答案】B。解析:对任意正数  $M$ ,存在正整数  $n$ ,使得  $|a_n| > M$ ,则称数列  $\{a_n\}$  无界。

4.极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$  的值是( )。(2013年下半年真题)

A.-1

B.0

C.1

D.正无穷

【答案】C。解析:  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1) = \lim_{\frac{1}{x} \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{e^y - 1}{y} = \lim_{y \rightarrow 0} e^y = 1$ , 故选 C。

5.定积分  $\int_{-2}^3 \sqrt{16+6x-x^2} dx$  的值是( )。(2013年下半年真题)

A.  $\frac{25}{4}\pi$

B.  $\frac{25}{2}\pi$

C.  $\frac{25}{6}\pi$

D.  $\frac{9}{4}\pi$

【答案】A。解析:运用定积分换元法。  $\therefore \int_{-2}^3 \sqrt{16+6x-x^2} dx = \int_{-2}^3 \sqrt{5^2-(x-3)^2} dx$ ,

$\therefore$  令  $x-3=5\sin t$  ( $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq 0$ ), 则  $t = \arcsin \frac{x-3}{5}$ 。  $\sqrt{5^2-(x-3)^2} = \sqrt{5^2-5^2\sin^2 t} = 5\sqrt{\cos^2 t} = 5\cos t$ ,

$dx = 5\cos t dt$ ,

$\therefore \int_{-2}^3 \sqrt{16+6x-x^2} dx = \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sqrt{5^2-(x-3)^2} dx = 5^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \cos^2 t dt = \frac{5^2}{2} \left[ t + \frac{\sin 2t}{2} \right]_{-\frac{\pi}{2}}^0 = \frac{25\pi}{4}$ , 故选 A。

6.曲线  $y=x^3+x+1$  在点  $(1,3)$  处的切线方程为( )。(2014年上半年真题)

A.  $y=2x+1$

B.  $y=4x-1$

C.  $y=4x+2$

D.  $y=3x$

【答案】B。解析:先求出  $y=x^3+x+1$  在点  $(1,3)$  处切线的斜率为 4,再根据过  $(1,3)$ ,得到切线方程为  $y=4x-1$ 。

7.积分  $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$  的值是( )。(2014年上半年真题)

A.1

B.  $\frac{\pi}{4}$

C.  $\frac{\pi}{2}$

D.  $\frac{1}{2}$

【答案】B。解析:由定积分的几何意义很容易得到  $\frac{\pi}{4}$ 。

8.若函数  $f(x)$  在  $[a,b]$  上连续,在  $(a,b)$  内可导,且  $x \in (a,b)$  时  $f'(x) > 0$ ,又  $f(a) < 0$ ,则( )。(2014年下半年真题)

A.  $f(x)$  在  $[a,b]$  上单调递增,且  $f(b) > 0$

B.  $f(x)$  在  $[a,b]$  上单调递减,且  $f(b) < 0$

C.  $f(x)$  在  $[a,b]$  上单调递减,但  $f(b)$  的正负无法确定

D.  $f(x)$  在  $[a, b]$  上单调递增, 但  $f(b)$  的正负无法确定

**【答案】D.** 解析: 因为  $f(x)$  在  $(a, b)$  内连续可导, 且  $f'(x) > 0$ , 所以  $f(x)$  在  $[a, b]$  上单调递增, 但  $f(b)$  的正负无法确定。

9. 函数列  $\{f_n(x)\}$  与函数  $f(x)$  都在闭区间  $[a, b]$  有定义, 则在  $[a, b]$  上  $\{f_n(x)\}$  一致收敛于  $f(x)$  的充要条件是 ( )。(2014 年下半年真题)

A.  $\forall \varepsilon > 0, \forall x \in [a, b], \exists$  正整数  $N$ , 使得当  $n > N$  时, 有  $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$

B.  $\forall \varepsilon > 0, \exists x_0 \in [a, b], \exists$  正整数  $N$ , 使得当  $n > N$  时, 有  $|f_n(x_0) - f(x_0)| < \varepsilon$

C.  $\exists$  正整数  $N, \forall \varepsilon > 0, \exists x_0 \in [a, b],$  使得当  $n > N$  时, 有  $|f_n(x_0) - f(x_0)| < \varepsilon$

D.  $\forall \varepsilon > 0, \exists$  正整数  $N$ , 使得当  $n > N$  时,  $\forall x \in [a, b],$  有  $|f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$

**【答案】D.** 解析: 由一致收敛的定义得出。

10. 与命题“ $y=f(x)$  在  $x_0$  连续”不等价的命题是 ( )。(2015 年上半年真题)

A. 对任意数列  $\{x_n\}, x_n \rightarrow x_0,$  有  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(x_0)$

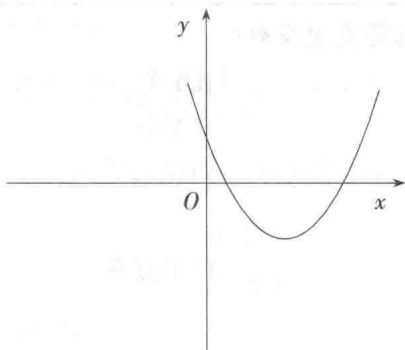
B.  $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0,$  使得  $\forall |x - x_0| < \delta,$  有  $|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon$

C. 存在数列  $\{x_n\}, x_n \rightarrow x_0,$  有  $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(x_0)$

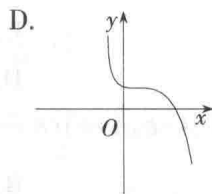
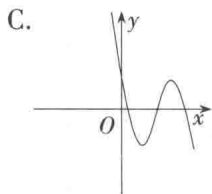
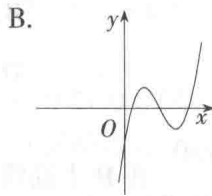
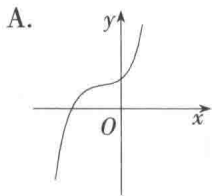
D. 对任意数列  $\{x_n\}, x_n \rightarrow x_0, \forall \varepsilon > 0, \exists N, \forall n > N$  有  $|f(x_n) - f(x_0)| < \varepsilon$

**【答案】C.** 解析: 设函数  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数} \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, x_n = \frac{n}{2n+1};$  则有  $x_n \rightarrow \frac{1}{2}, \lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = f(\frac{1}{2}) = 1,$  但是  $f(x)$  处处不连续。

11. 三次函数  $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  的导函数图象如下图:



则此三次函数的图象是 ( )。(2015 年上半年真题)



**【答案】B.** 解析: 若  $f(x)$  在某个区间  $I$  内有导数, 则  $f'(x) \geq 0, (x \in I) \Leftrightarrow f(x)$  在  $I$  内为增函数;  $f'(x) \leq 0, (x \in I) \Leftrightarrow f(x)$  在  $I$  内为减函数。

$0, (x \in I) \Leftrightarrow f(x)$  在  $I$  内为减函数。结合图中导函数的函数值从左到右依次大于 0、小于 0、大于 0, 因此原函数图象从左到右变化趋势依次是单调递增、单调递减、单调递增。因此选 B。

### 考题分析与预测

数学分析是数学专业的基础学科,也是和中学数学知识联系密切的学科,在教师资格考试中是考查重点。纵观 2012—2015 年全国教师资格考试真题,该部分每年都会以选择题的形式来考查,考查的知识点包括数列极限的定义,函数连续性的判定,重要极限,函数列一致收敛的充要条件,函数的求导、利用导数判断函数的单调性、凸函数的性质,求曲线的切线方程,积分上限求导等。考查范围广且灵活多变,在以后的考试中仍将是重点考查的内容,考生应注重对基本概念、定理的理解,注重知识点间的联系。

### 预测试题

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^\alpha |x|}{x}$  ( $\alpha > 0$ ) 的值为( )。

A. 4

B.  $\frac{4}{3}$

C. 0

D. 不存在

2. 已知函数  $f(x)$  的图象是连续不断的曲线,有如下的  $x$  与  $f(x)$  的对应值表

| $x$    | 1     | 2    | 3     | 4    | 5     | 6      | 7    |
|--------|-------|------|-------|------|-------|--------|------|
| $f(x)$ | 132.1 | 15.4 | -2.31 | 8.72 | -6.31 | -125.1 | 12.6 |

那么,函数  $f(x)$  在区间  $[1, 6]$  上的零点至少有( )。

A. 5 个

B. 4 个

C. 3 个

D. 2 个

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$  的值为( )。

A. 1

B.  $\frac{4}{3}$

C. 不存在

D.  $\frac{3}{2}$

4. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^n$  的值( )。

A. 0

B. e

C. 2

D.  $\frac{3}{2}$

5. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2+x}, & x > 0 \\ x+1, & x \leq 0 \end{cases}$  在  $\mathbf{R}$  上连续,则  $a-b=( )$ 。

A. 2

B. 1

C. 0

D. -1

6. 已知  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ , 那么数列在区间  $(A-\varepsilon, A+\varepsilon)$  ( $\varepsilon$  为任意小的正数)外的项有( )。

A. 有限多项

B. 无限多项

C. 0

D. 有可能有限多项也可能无限多项

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \cdot \arctan x}$  的值为( )。

A. 1

B.  $\frac{2}{3}$

C. 0

D.  $\frac{1}{2}$

8. 下列命题中, 正确的是( )。

① 数列  $\{(-1)^n \sqrt{3}\}$  没有极限;

② 数列  $\{(-1)^n \frac{2}{n}\}$  的极限为 0;

③ 数列  $\{\sqrt{3} + (-\frac{\sqrt{3}}{2})^n\}$  的极限为  $\sqrt{3}$ ;

④ 数列  $\{\frac{2^n}{(\sqrt{3})^n}\}$  没有极限。

A. ①②

B. ①②③

C. ②③④

D. ①②③④

9. 一直线运动的物体, 从时间  $t$  到  $t + \Delta t$  时, 物体的位移为  $\Delta s$ , 那么  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$  为( )。

A. 从时间  $t$  到  $t + \Delta t$  时, 物体的平均速度

B. 时间  $t$  时该物体的瞬时速度

C. 当时间为  $\Delta t$  时该物体的速度

D. 从时间  $t$  到  $t + \Delta t$  时位移的平均变化率

10. 有下列命题: ①  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$  不存在; ②  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$  不存在; ③ 对于函数  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$  有  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \neq$

$f(1)$ ; ④ 对于函数  $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ , 若  $x_0 \in (1, 2)$ , 总有  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ 。其中正确的是( )。

A. ①②

B. ①③

C. ②③④

D. ②③

11. 设  $f(x) = x^3$ , 则  $f(ax - bx)$  的导数等于( )。

A.  $3(a - bx)$

B.  $2 - 3b(a - bx)^2$

C.  $3b(a - bx)^2$

D.  $-3b(a - bx)^2$

12. 可导函数在闭区间的最大值必在( )取得。

A. 极值点

B. 导数为 0 的点

C. 极值点或区间端点

D. 区间端点

13. 已知物体的运动方程为  $s = t^2 + \frac{3}{t}$  ( $t$  是时间,  $s$  是位移), 则物体在时刻  $t = 2$  时的速度为( )。

A.  $\frac{19}{4}$

B.  $\frac{17}{4}$

C.  $\frac{15}{4}$

D.  $\frac{13}{4}$

14. 若曲线  $y = x^2 + ax + b$  在点  $(0, b)$  处的切线方程是  $x - y + 1 = 0$ , 则( )。

A.  $a = 1, b = 1$

B.  $a = -1, b = 1$

C.  $a = 1, b = -1$

D.  $a = -1, b = -1$

15. 如果  $f'(x_0)=0, f''(x_0)>0$ , 则( )。

- A.  $f(x_0)$  是函数  $f(x)$  的极大值
- B.  $f(x_0)$  是函数  $f(x)$  的极小值
- C.  $f(x_0)$  不是函数  $f(x)$  的极值
- D. 不能判定  $f(x_0)$  是否为函数  $f(x)$  的极值

16. 函数  $f(x)=\frac{1}{x}$  满足拉格朗日中值定理条件的区间是( )。

- A.  $[-2, 2]$
- B.  $[-2, 0]$
- C.  $[1, 2]$
- D.  $[0, 1]$

17. 设函数  $f(x)=g(x)+x^2$ , 曲线  $y=g(x)$  在点  $(1, g(1))$  处的切线方程为  $y=2x+1$ , 则曲线  $y=f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处切线的斜率为( )。

- A. 2
- B.  $-\frac{1}{2}$
- C. 4
- D.  $-\frac{1}{4}$

18. 曲线  $y=\frac{x}{x-2}$  在点  $(1, -1)$  处的切线方程为( )。

- A.  $y=-3x+2$
- B.  $y=-2x+1$
- C.  $y=2x-3$
- D.  $y=x-2$

19. 设  $f(x)=(2-x)(x+2)^2$ , 则其在区间  $[-5, 1]$  上的( )。

- A. 最大值为 63, 最小值为 0
- B. 最大值为  $\frac{49}{8}$ , 最小值为 0
- C. 最大值为 63, 最小值为 9
- D. 最大值为 9, 最小值为 0

20. 函数  $f(x)=2^x+x^3-2$  在区间  $(0, 1)$  内的零点个数是( )。

- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 3

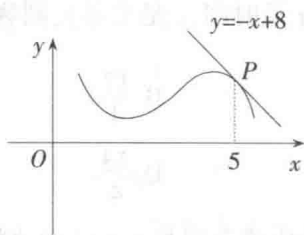
21. 定义在  $\mathbf{R}$  上的可导函数  $f(x)$ , 且  $f(x)$  图象连续, 当  $x \neq 0$  时,  $f'(x)+x^{-1}f(x)>0$ , 则函数  $g(x)=f(x)+x^{-1}$  的零点的个数为( )。

- A. 1
- B. 2
- C. 0
- D. 0 或 2

22. 若曲线  $f(x)=ax^2+\ln x$  存在垂直于  $y$  轴的切线, 则实数  $a$  的取值范围是( )。

- A.  $a<0$
- B.  $a \leq 0$
- C.  $a>0$
- D.  $a \geq 0$

23. 如图, 函数  $y=f(x)$  的图象在点  $P$  处的切线方程是  $y=-x+8$ , 则  $f(5)+f'(5)$  的值为( )。



- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

24. 已知曲线  $y=x^3-2x$  和其上一点, 这点的横坐标为 2, 求曲线过这点的切线方程( )。

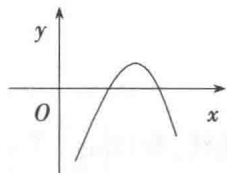
A.  $y=x-2$

B.  $y=10x-16$

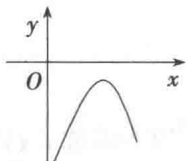
C.  $y=10x-16$  或  $y=x+2$

D.  $y=10x-2$

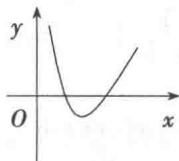
25. 函数  $f(x)=4\ln x-x^2$  的大致图象是( )。



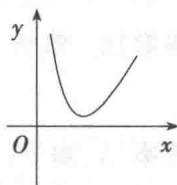
A.



B.



C.



D.

26. 若  $\int_1^a (2x+\frac{1}{x})dx=3+\ln 2$ , 则  $a$  的值是( )。

A. 6

B. 4

C. 3

D. 2

27.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx$  的值为( )。

A. 0

B.  $\frac{\pi}{4}$

C. 2

D. 4

28. 设  $f(x)=\begin{cases} x^2, & x \in [0, 1] \\ 2-x, & x \in [1, 2] \end{cases}$  则  $\int_0^2 f(x) dx$  等于( )。

A.  $\frac{3}{4}$

B.  $\frac{4}{5}$

C.  $\frac{5}{6}$

D. 不存在

29.  $\int_0^1 \sqrt{1-(x-1)^2} dx=( )$ 。

A. 1

B.  $\frac{\pi}{4}$

C.  $\frac{\pi}{2}$

D.  $\pi$

30. 根据定积分的定义,  $\int_0^2 x^2 dx=( )$ 。

A.  $\sum_{i=1}^n \left(\frac{i-1}{n}\right)^2 \cdot \frac{1}{n}$

B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{i-1}{n}\right)^2 \cdot \frac{1}{n}$

C.  $\sum_{i=1}^n \left(\frac{2i}{n}\right)^2 \cdot \frac{n}{2}$

D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i}{n}\right)^2 \cdot \frac{2}{n}$

31. 设  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上单调递增, 且只有有限个间断点, 则函数  $F(x)=\frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt$  在  $[0, +\infty)$  上( )。

A. 连续单调

B. 连续但不单调

C. 单调但不连续

D. 既不连续又不单调

### 【参考答案及解析】

1. 【答案】C。解析:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^\alpha(-x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} (-x^\alpha) = 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^\alpha x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^\alpha = 0$ ,

因为  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^\alpha(-x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^\alpha x}{x} = 0$ , 所以原式  $= 0$ 。

2. 【答案】C。解析: 观察对应值表可知,  $f(1)>0, f(2)>0, f(3)<0, f(4)>0, f(5)<0, f(6)<0, f(7)>0, \therefore$  函数

$f(x)$ 在区间 $[1,6]$ 上的零点至少有3个,故选C。

3.【答案】A。解析: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{1} = e^0 = 1$ 。

4.【答案】B。解析: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^{(n-1)+1} = e$ 。

5.【答案】A。解析: $\frac{a}{x} + \frac{b}{x^2+x} = \frac{a(x+1)+b}{x^2+x} = \frac{a+\frac{a+b}{x}}{1+\frac{1}{x}}$ ,因为函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上连续,所以 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a}{x} + \frac{b}{x^2+x}\right) = f(0) = 1$ ,所以 $a=1, a+b=0$ ,故 $b=-1$ ,所以 $a-b=2$ ,故选择A。

6.【答案】A。解析:由 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ ,存在自然数 $N$ ,当 $n > N \rightarrow \infty$ 时, $a_n$ 无限趋于 $A$ ,即这些项均在区间 $(A-\varepsilon, A+\varepsilon)$ ( $\varepsilon$ 为任意小的正数)内,而至多 $n < N$ 这些有限项没有落在该区间内。

7.【答案】D。解析: $\because x \rightarrow 0$ 时, $1 - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2, \arctan x \sim x$ ,故原式 $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2}x^2}{x^2} = \frac{1}{2}$ 。

8.【答案】D。解析:因为根据极限的定义,可知①数列 $\{(-1)^n \sqrt{3}\}$ 没有极限;②数列 $\{(-1)^n \frac{2}{n}\}$ 的极限为0;③数列 $\{\sqrt{3} + (-\frac{\sqrt{3}}{2})^n\}$ 的极限为 $\sqrt{3}$ ;④数列 $\{\frac{2^n}{(\sqrt{3})^n}\}$ 没有极限。都成立,选D。

9.【答案】B。

10.【答案】C。解析:① $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2} = -2$ 故①错;②正确;③函数有 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x^2-3x+2} = -2, f(1)$ 不存在;④正确,故正确的有②③④。

11.【答案】D。解析:由已知得 $f(a-bx) = (a-bx)^3$ 故 $f'(a-bx) = -3b(a-bx)^2$ 。

12.【答案】C。

13.【答案】D。解析:位移的导数值为瞬时速度。

14.【答案】A。解析:由已知得 $y' = 2x+a$ ,则曲线在点 $(0,b)$ 处的切线方程为 $x-y+1=0$ 故 $a=1, b=1$ 。

15.【答案】B。

16.【答案】C。

17.【答案】C。解析:由已知得 $f'(x) = g'(x) + 2x$ 又 $y = g(x)$ 在点 $(1, g(1))$ 处的切线方程为 $y = 2x+1$ 故 $g'(1) = 2$ ,所以 $f'(1) = g'(1) + 2 = 4$ 。

18.【答案】B。解析:对曲线求导可得 $y' = (x-2)^{-1} - x(x-2)^{-2}$ ,故 $y'|_{x=1} = -2$ 故选B。

19.【答案】A。解析: $f'(x) = -(x+2)^2 + 2(2-x)(x+2) = -3x^2 - 4x + 4 = -(x+2)(3x-2)$ ,故函数在 $(-\infty, -2)$ 单调递减, $(-2, \frac{3}{2})$ 单调递增, $(\frac{3}{2}, +\infty)$ 单调递减,故极小值点为 $-2$ ,其值为0,极大值点为 $\frac{3}{2}$ ,其值为 $\frac{49}{8}$ 。又其在区间的端点值分别为63,9。故其最大值为63,最小值为0。

20.【答案】B。解析:由于 $f'(x) = 2^x \ln 2 + 3x^2 > 0$ 在区间 $(0,1)$ 内恒成立,所以函数 $f(x) = 2^x + x^3 - 2$ 在区间 $(0,1)$ 内是增函数,再由 $f(0) = -1 < 0, f(1) = 1 > 0$ ,知函数 $f(x) = 2^x + x^3 - 2$ 在区间 $(0,1)$ 内有且只有一个零点,故选B。

21.【答案】C。解析:由 $f'(x) + x^{-1}f(x) > 0$ ,得 $\frac{xf'(x) + f(x)}{x} > 0$ ,

当 $x > 0$ 时, $xf'(x) + f(x) > 0$ ,即 $[xf(x)]' > 0$ ,函数 $xf(x)$ 单调递增;

当 $x < 0$ 时, $xf'(x) + f(x) < 0$ ,即 $[xf(x)]' < 0$ ,函数 $xf(x)$ 单调递减。

又 $g(x) = f(x) + x^{-1} = \frac{xf(x) + 1}{x}$ ,函数 $g(x) = \frac{xf(x) + 1}{x}$ 的零点个数等价于函数 $y = xf(x) + 1 (x \neq 0)$ 的零点个数。