

初二

同

数

学

步

强

化

训

练

杨玉蓉 主编

开明出版社

中
各
科
同
步
强
化
训
练

书

初中各科同步强化训练丛书

初二数学

杨玉蓉 主编

开明出版社

(京)新登字 104 号

初中各科同步强化训练丛书

初二数学

杨玉蓉 主编

*

开明出版社出版发行

(北京海淀区车道沟 8 号)

新华书店北京发行所经销

河北省遵化市印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 7.625 字数: 161 千

1996 年 10 月第 1 版 1996 年 10 月第 1 次印刷

印数: 00,001—10,100 册

ISBN 7-80077-264-0/G·188 定价: 7.70 元

写在前面

本丛书包括初一语文、初一数学、初一英语、初二语文、初二数学、初二英语、初二物理，共7册，系由北京市八中、育中中学、东直门中学、地质大学附中、科院附中、清华大学二附中等多年初中把关的高级教师，依据国家教委教学大纲、九年义务教育初中新教材并结合近年来中考情况而编写的。

本丛书以开阔学生知识领域，对已学过的知识进行强化训练，提高学生的应变能力为宗旨，其特点是：一、与课堂教学同步，源于课本，宽于课本。二、所选试题有较强的典型性，题型新颖灵活，注重知识的同时，亦注重能力的训练。

丛书各册按课本单元（章）的顺序编排，分三个部分：（一）知识要点和要求，这部分就课文的要点进行梳理和分析，使学生花很少的时间就能把握其要点和要求，有利于提高复习效率。（二）练习题，这部分就课文的要点进行系统的练习，旨在巩固知识、深化知识，以增强应变能力；此外，还选编了近年来全国各地中考典型试题，帮助学生了解最新中考动态。（三）参考答案与提示，这部分除有答案之外，还就解题思路与方法给予具体指导，使学生加深对答案的理解。

它可供学生随堂或课后或周日进行同步强化训练，亦可供教师指导学生复习时参考。限于水平，书中如有疏漏或不妥之处，企盼大家指正。

编者

1996年5月

目 录

练习一	因式分解 (提公因式法)	(1)
练习二	因式分解 (公式法)	(6)
练习三	因式分解 (分组分解法)	(10)
练习四	因式分解 (十字相乘法)	(15)
练习五	因式分解综合练习	(19)
练习六	分式的基本性质	(24)
练习七	分式的乘、除法及乘方运算	(28)
练习八	分式的加、减法	(34)
练习九	繁分式	(40)
练习十	含有字母系数的一元一次方程	(45)
练习十一	可化为一元一次方程的分式方程及其应用	(49)
练习十二	分式综合练习	(56)
练习十三	数的开方和算术平方根	(63)
练习十四	立方根和 n 次方根	(66)
练习十五	实数	(70)
练习十六	二次根式	(75)
练习十七	二次根式的乘、除法	(81)
练习十八	二次根式的加、减法	(90)
练习十九	二次根式综合练习	(96)
练习二十	三角形	(103)

练习二十一	全等三角形的性质及判定·····	(111)
练习二十二	角平分线的性质·····	(120)
练习二十三	尺规作图·····	(125)
练习二十四	等腰三角形的性质与判定·····	(130)
练习二十五	轴对称·····	(136)
练习二十六	直角三角形·····	(140)
练习二十七	三角形综合练习·····	(147)
练习二十八	多边形内角和、外角和定理·····	(155)
练习二十九	平行四边形·····	(161)
练习三十	矩形、菱形、正方形·····	(167)
练习三十一	梯形、三角形和梯形中位线·····	(175)
练习三十二	四边形综合练习·····	(182)
练习三十三	相似形——比例线段·····	(191)
练习三十四	相似三角形和多边形·····	(199)
练习三十五	相似形综合练习·····	(210)
练习三十六	第一学期期末测试题·····	(220)
练习三十七	第二学期期末测试题·····	(228)

练习一 因式分解（提公因式法）

一、知识要点和要求

1. 因式分解的意义是把一个多项式化成几个整式乘积的形式，是多项式的一种恒等变形。

2. 多项式分解成的因式必须是整式，通常情况下是在有理数范围内进行的，要分解到不能再分解为止。

3. 提公因式法是把各项的公因式提到括号外面，将多项式写成因式乘积的形式。它是因式分解中最基本常用的方法。

4. 提出的公因式要符合：它的系数是原多项式各项系数的最大公约数；它的字母是各项都公有的字母且字母指数是多项式中这个字母指数最小的一个。

二、练习题

(一) 选择题（每小题中只有一个答案正确）

1. 下列各式从左到右的变形是因式分解的有（ ）个

(1) $112a^2b = 14a \cdot 8ab$

(2) $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3)$

(3) $x^2 - 7x + 8 = x(x - 7) + 8$

(4) $a^2b^3 + ab^2 = ab^2(ab + 1)$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2. 下列式子分解因式后，有相同公因式的是（ ）

(1) $a(a-b) + (b-a)^2$ (2) $a(a-b) - (b-a)^2$

$$(3) (a-b)^2 - a(b-a) \quad (4) (a-b)^2 + a(b-a)$$

$$(A) (1) (4) \quad (B) (1) (3)$$

$$(C) (2) (4) \quad (D) (2) (3)$$

3. 下列式子分解因式正确的是 ()

$$(A) 14xyz - 2xy^2 = xy(14z - 2y)$$

$$(B) 6m(a-2) + 5n(2-a) = (a-2)(6m+5n)$$

$$(C) -16x^4y^3 + 56x^2y^5 = -8x^2y^3(2x^2 + 7y^2)$$

$$(D) \frac{1}{2}(m-n) - \frac{1}{12}n(m-n) = \frac{1}{2}(m-n)\left(1 - \frac{1}{6}n\right)$$

4. $2x^{2n-1} - x^{2n}$ 分解因式后为 ()

$$(A) x^{2n-1}(2-x) \quad (B) x^{2n}(2x-1)$$

$$(C) x^{2n}\left(\frac{2}{x} - 1\right) \quad (D) x^{2n-1}\left(2 - \frac{1}{x}\right) \quad (n \text{ 为自然数})$$

5. 多项式 $-a(a-x)(x-b) + ab(a-x)(b-x)$ 中可提取的公因式为 ()

$$(A) a(a-x) \quad (B) -a(x-a)$$

$$(C) a(x-a)(x-b) \quad (D) (a-x)(x-b)$$

6. 多项式 $6x^3y^2 - 9x^2y^3 - 3x^2y^2, 4m^2bx^2 - 6m^2bxy - 2m^2bx,$
 $-12x^4y^2m + 18x^3y^3m + 6x^3y^2m$ 的次数最高的公因式是 ()

$$(A) xy \quad (B) mx(2x-3y-1)$$

$$(C) x(2x-3y-1) \quad (D) x$$

(二) 填空题

7. 把一个多项式化成_____形式, 叫做把这个多项式分解因式。

8. 从多项式中所提的公因式, 它的系数是多项式各项系数的_____ ; 它的字母是各项都含有的字母且字母指数是这个字母指数的_____。

9. 因式分解 $(a+2b)(3a^2-4b^2) - (a+2b)^2(a-2b) =$ _____

_____。

10. 若 x, y, z 中有两数相等, 则 $x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)$ 的值为_____。

11. n 为自然数, 当 n 取偶数时, $(a-b)^n$ 与 $(b-a)^n$ 的关系是_____; 当 n 取奇数时, $(a-b)^n$ 与 $(b-a)^n$ 的关系是_____。

12. 分解因式 $x^{n-1}y^{n+1} - x^n y^n =$ _____。(n 为自然数)

(三) 因式分解

13. $xy - x - y + 1$

14. $an + bm - am - bn$

15. $(a-b-c)(a+b-c) - (b-c-a)(b+c-a)$

16. $m^2(n-p) + n^2(p-m) + p^2(m-n)$

17. 已知 $a+b=4, ab=\frac{1}{2}$, 利用因式分解求代数式 $a(a+b)(a-b) - a(a+b)^2$ 的值。

18. 若多项式 $ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为实数), 因式分解为 $(2x-1)(x+2)$, 求 a, b, c 的值。

三、参考答案与提示

(一) 选择题

1	2	3	4	5	6
B	B	D	A	C	C

1. (2)、(4) 从左到右的变形是因式分解, \therefore 选 (B)

2. $\because (b-a)^2 = (a-b)^2, \therefore$ 提公因式后, (1) 分解为 $(a-b)(2a-b)$, (2) 分解为 $(a-b) \cdot b; \because b-a = -(a-b) \therefore$ (3) 分解为 $(a-b)(2a-b)$, (4) 分解为 $-b(a-b), \therefore$ 选 (B)

3. (A) 字母系数公因数没提出, 不对;

(B) $2-a = -(a-2)$, 因式分解后应为 $(a-2)(6m-5n)$;

(C) 提出字母系数公因数 -8, 第二项应变号, 因式分解后应为 $-8x^2y^3(2x^2-7y^2)$, \therefore 选(D)

4. 因式分解后各因式应为整式, \therefore (C)(D) 不对, $\because x^{2n} = x^{2n-1} \cdot x$
 \therefore 原式的公因式为 x^{2n-1} , 选(A)

5. $\because -a(a-x)(x-b) = -a[-(x-a)](x-b) = a(x-a)(x-b)$,
又 $ab(a-x)(b-x) = ab(x-a)(x-b)$, \therefore 选(C)

6. 三个多项式各提取公因式后为: $3x^2y^2(2x-3y-1)$, $2m^2bx(2x-3y-1)$ 和 $-6x^3y^2m(2x-3y-1)$, \therefore 次数最高公因式为 $x(2x-3y-1)$, \therefore 选(C)

(二) 填空题

7. 几个整式乘积

8. 最大公约数; 最小的一个

9. $2a^2(a+2b)$

10. 值为 0, 假设 $x=y$, 原式为: $x^2(x-z) + x^2(z-x) + z^2(x-x) = x^3 - x^2z + x^2z - x^3 + 0 = 0$

11. n 为偶数时, $(a-b)^n = (b-a)^n$, n 为奇数时, $(a-b)^n = -(b-a)^n$

12. $x^{n-1}y^n(y-x)$

(三) 因式分解

13. $(xy-x) - (y-1) = x(y-1) - (y-1) = (y-1)(x-1)$

14. 原式 $= (an-bn) + (bm-am) = n(a-b) + m(b-a)$
 $= (a-b)(n-m)$

注意: $a-b = -(b-a)$

15. $\because (a-b-c) = -(b+c-a)$ \therefore 提公因式 $(a-b-c)$ 后,
原式 $= (a-b-c) [(a+b-c) + (b-c-a)]$
 $= (a-b-c)(2b-2c) = 2(a-b-c)(b-c)$

16. 将原式乘开, 原式 $= m^2n - m^2p + n^2p - n^2m + p^2m - p^2n$

$\because m^2n - n^2m = mn(m-n)$, 下面观察剩下四项中, 又 $p^2m - p^2n = p^2(m-n)$, $n^2p - m^2p = p(n^2 - m^2) = p(n-m)(n+m)$, 因此将展开的六项分成三组, 每组都有公因式 $m-n$,

$$\begin{aligned}
\therefore \text{原式} &= m^2n - m^2p + n^2p - n^2m + p^2m - p^2n \\
&= (m^2n - n^2m) + (n^2p - m^2p) + (p^2m - p^2n) \\
&= mn(m-n) + p(n^2 - m^2) + p^2(m-n) \\
&= mn(m-n) + p(n-m)(n+m) + p^2(m-n) \\
&= (m-n)[mn - p(n+m) + p^2] \\
&= (m-n)[mn - pn - pm + p^2] \\
&= (m-n)[(mn - pn) - (pm - p^2)] \\
&= (m-n)[n(m-p) - p(m-p)] \\
&= (m-n)(m-p)(n-p)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
17. \text{原式} &= (a+b)[a(a-b) - a(a+b)] \\
&= (a+b)(-2ab) = 4 \times (-2) \times \frac{1}{2} = -4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
18. \therefore ax^2 + bx + c &= (2x-1)(x+2) \\
&= 2x^2 + 3x - 2
\end{aligned}$$

\therefore 根据等号两边的 x^2 项、 x 项、常数项字母的系数，有 $a=2$ ， $b=3$ ， $c=-2$

练习二 因式分解（公式法）

一、知识要点和要求

1. 因式分解与多项式乘法是互逆的关系，因此把乘法公式反过来，就可以用来把某些多项式分解因式，这种分解因式的方法叫做运用公式法。

2. 熟练掌握、运用五个乘法公式进行因式分解。

$$\text{平方差公式: } a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$\text{完全平方公式: } a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$$

$$\text{立方和与立方差公式: } a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

3. 公式中的字母 a 、 b 可以表示任何数、字母、单项式或多项式。

二、练习题

(一) 选择题（每小题只有一个答案正确）

1. $1 - a^3$ 因式分解为（ ）。

(A) $(a-1)(a^2-a+1)$ (B) $(a-1)(a^2+a+1)$

(C) $(1-a)(1+a+a^2)$ (D) $(a+1)(a^2-a+1)$

2. $144x^2 - 256y^2$ 因式分解为（ ）

(A) $(12x-16y)(12x+16y)$ (B) $(12x-16y)^2$

(C) $(12x+16y)(12x+16y)$ (D) $16(3x-4y)(3x+4y)$

3. $36a^2b^4c^{16} - 1$ 因式分解为（ ）

(A) $(6abc-1)(6abc+1)$ (B) $(6ab^2c^4-1)(6ab^2c^4+1)$

(C) $(6ab^2c^8-1)(6ab^2c^8+1)$ (D) $(6abc^4-1)(6abc^4+1)$

4. $(a+b)^3+27$ 因式分解为 ()
- (A) $(a+b+3)(a^2+b^2+2ab-3a-3b+9)$
 (B) $(a+b+3)(a^2+b^2+2ab+3a+3b+9)$
 (C) $(a+b+3)(a^2+b^2-3a-3b+9)$
 (D) $(a+b+3)(a+b-3)$
5. $(m-n)^3-(3n+m)^3$ 因式分解为 ()
- (A) $(-4n)(m^2+2mn+13n^2)$
 (B) $(-4n)(3m^2+6mn+7n^2)$
 (C) $4n(m^2+2mn+13n^2)$
 (D) $4n(3m^2+6mn+7n^2)$
6. a^6+24a^3+144 因式分解为 ()
- (A) $(a^3+18)(a^3+8)$ (B) $(a^3-12)(a^3+12)$
 (C) $(a^3-12)^2$ (D) $(a^3+12)^2$
7. x^3-3x^2-3x+9 在实数范围内因式分解为 ()
- (A) $(x-3)(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$
 (B) $(x^2-3)(x-3)$
 (C) $(x-3)^3$ (D) $(x^2-3)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})$
8. $16(y-x)^2+40(x^2-y^2)+25(x+y)^2$ 分解因式为 ()
- (A) $(x-9y)^2$ (B) $(x+9y)^2$
 (C) $(9x+y)^2$ (D) $(9x-y)^2$

(二) 填空题

9. 分解因式 $(x+1)^2-16(x-1)^2=$ _____
10. 分解因式 $x^6-y^6=$ _____
11. 分解因式 $ab^2-ac^2+4ac-4a=$ _____
12. 分解因式 $x^2y^2+p^2q^2-2xypq+2xy-2pq+1=$ _____
13. 分解因式 $8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3=$ _____

14. 分解因式 $(x+y+z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 =$ _____

三、参考答案与提示

(一) 选择题

1	2	3	4	5	6	7	8
C	D	C	A	B	D	A	C

1. $1-a^3=1^3-a^3=(1-a)(1^2+a+a^2)=(1-a)(1+a+a^2)$. ∴ 选(C)

2. 字母系数公因数为 16, ∴ 选(D)

3. 原式 $= (6ab^2c^8)^2 - 1^2$, 由平方差公式可分解因式为(C)

4. 原式 $= (a+b)^3 + 3^3$, 由立方和公式可分解因式为(A)

5. 由立方差公式可因式分解, 选(B)

6. 原式 $= (a^3)^2 + 2 \times 12a^3 + 12^2 = (a^3 + 12)^2$. 注意公式的逆用. 选(D)

7. 先提公因式, $x^3 - 3x^2 - 3x + 9 = x^2(x-3) - 3(x-3) = (x-3)(x^2 - 3)$, 因为在实数范围内 $x^2 - 3 = (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})$, ∴ 原式 $= (x-3)(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$, ∴ 选(A)

8. ∵ $(y-x)^2 = (x-y)^2$, $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$, ∴ 原式 $= [4(x-y)]^2 + 2 \times 4 \times 5(x-y)(x+y) + [5(x+y)]^2$, 由公式 $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ 可得(C)

(二) 填空题

9. 原式 $= [(x+1) - 4(x-1)][(x+1) + 4(x-1)]$
 $= (-3x+5)(5x-3)$

10. 分解 $x^6 - y^6$ 可利用平方差公式也可利用立方差公式

方法一: $x^6 - y^6 = (x^3)^2 - (y^3)^2$
 $= (x^3 - y^3)(x^3 + y^3)$
 $= (x-y)(x^2 + xy + y^2)(x+y)(x^2 - xy + y^2)$

方法二: $x^6 - y^6 = (x^2)^3 - (y^2)^3$
 $= (x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4)$
 $= (x-y)(x+y)[(x^2 + y^2)^2 - x^2y^2]$

$$= (x-y)(x+y)(x^2+y^2-xy)(x^2+y^2+xy)$$

11. 原式 $= ab^2 - a(c^2 - 4c + 4) = ab^2 - a(c-2)^2$

$$= a[b^2 - (c-2)^2] = a(b-c+2)(b+c-2)$$

12. 原式 $= (xy - pq)^2 + 2(xy - pq) + 1$, 把 $xy - pq$ 看成 M , 则 $M^2 + 2M + 1 = (M+1)^2$, \therefore 原式 $= (xy - pq + 1)^2$.

13. 观察字母 $a^3, -a^2b, ab^2, -b^3$ 正好是 $(a-b)^3$ 展开式的字母, 再看系数可得 $(2a-3b)^3$

$$\therefore \text{原式} = (2a-3b)^3$$

14. 方法一: 利用立方差公式

$$\text{原式} = [(x+y+z)^3 - x^3] - (y^3 + z^3)$$

$$= (x+y+z-x)[(x+y+z)^2 + (x+y+z)x + x^2] - (y+z)(y^2 - yz + z^2)$$

$$= (y+z)(3x^2 + 3xy + 3yz + 3xy)$$

$$= 3(y+z)[x(x+z) + y(x+z)].$$

$$= 3(y+z)(x+z)(x+y)$$

方法二: 利用和的立方公式将 $(x+y+z)^3$ 展开与后面项合并同类项, 再利用提公因式进行分解

$$\text{原式} = [(x+y)+z]^3 - x^3 - y^3 - z^3$$

$$= (x+y)^3 + 3(x+y)^2z + 3(x+y)z^2 + z^3 - x^3 - y^3 - z^3$$

$$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 3(x+y)^2z + 3(x+y)z^2 - x^3 - y^3$$

$$= 3xy(x+y) + 3(x+y)^2z + 3(x+y)z^2$$

$$= 3(x+y)[xy + (x+y)z + z^2]$$

$$= 3(x+y)[(xy+xz) + (yz+z^2)]$$

$$= 3(x+y)[x(y+z) + z(y+z)]$$

$$= 3(x+y)(y+z)(x+z)$$

练习三 因式分解（分组分解法）

一、知识要点和要求

1. 分组分解法不是一种独立分解因式的一种方法，是提公因式法及公式法的综合运用。

2. 分组分解法的关键是分组后可以直接利用提公因式或利用公式进行因式分解，因此合理地选择分组是很必要的，如何进行分组要因题而异。

二、练习题

(一) 选择题

1. 用分组分解法将 $2a^2+4ab-6a-2b+3-a$ 分解因式，下列分组正确的是（ ）

(A) $(2a^2-a)+(4ab-2b)-(6a-3)$

(B) $(2a^2+4ab-6a)-(2b+a-3)$

(C) $(2a^2+4ab)-(a+2b)-(6a-3)$

(D) 以上答案都正确

2. 对于代数式采用先分组再分解的方法：

(1) $m^3-2m^2+1=(m^3-2m^2+m)-(m-1)=$ _____

(2) $m^3-2m^2+3=(m^3-2m^2-3m)+(3m+3)=$ _____

(3) $m^3-2m^2-9=(m^3-2m^2-3m)+(3m-9)=$ _____

(4) $m^3-2m^2+16=(m^3-2m^2-24m)+(24m+16)=$ _____

其中有错误，无法继续完成因式分解的是（ ）

(A) (4) (B) (3) (C) (2) (D) (1)

3. 下列各式： x^3-x^2-x+1 ， $x^2-xy+y-x$ ， x^2-2x-y^2+1 ， $(x^2+3x)^2-(2x+2)^2$ 中，不含 $(x-1)$ 因式有()

(A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

4. 若 $4ab-4a^2-b^2-m$ 有一个因式为 $(1-2a+b)$ ，则 k 值为()

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 4

5. 下列因式分解错误的是()

(A) $x^2-yz+xz-xy=(x-y)(x+z)$

(B) $xy-5x+3y-15=(y-5)(x+3)$

(C) $x^2+6xy-1+9y^2=(x+3y+1)(x+3y-1)$

(D) $x^2+3xy-2x-6y=(x+3y)(x-2)$

6. 将 $(x^2-6)^2-6(x^2-6)+9$ 分解因式为()

(A) $(x+3)(x-3)$ (B) $(x+3)^2(x-3)^2$

(C) x^2-9 (D) $(x+3)^2$

(二) 填空题

7. $x^3+x^2y+x^2m+xym=$ _____

8. $(x+y)^2+(x+m)^2-(m+n)^2-(y+n)^2=$ _____

9. $x^4+2x^2+1-x^2-2ax-a^2=$ _____

10. $a^2-4b^2-4c^2-8bc=$ _____

(三) 将下列各式先分组再因式分解

11. $9x^2-6xy+y^2-12x+4y-12$

12. a^3+3a-4

13. $x^2-y^2+8x+4y+12$

14. m^5+m+1

三、参考答案与提示

(一) 选择题