

WILEY

概率、随机变量和随机过程 在信号处理中的应用

[美] 约翰 J. 申克 (John J. Shynk) 著
谢晓霞 安成锦 许可 译

*Probability, Random
Variables, and Random
Processes*
*Theory and Signal Processing
Applications*

PROBABILITY,
RANDOM VARIABLES,
AND RANDOM PROCESSES

Theory and Signal Processing Applications

JOHN J. SHYNK

WILEY

www.wiley.com



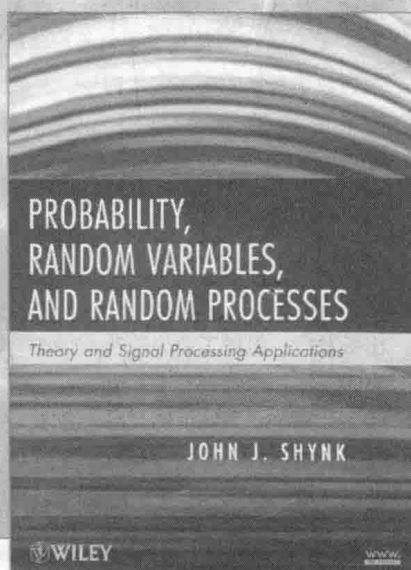
机械工业出版社
China Machine Press

概率、随机变量和随机过程 在信号处理中的应用

[美] 约翰 J. 申克 (John J. Shynk) 著
谢晓霞 安成锦 许可 译



*Probability, Random
Variables, and Random
Processes*
*Theory and Signal Processing
Applications*



机械工业出版社
China Machine Press

图书在版编目 (CIP) 数据

概率、随机变量和随机过程在信号处理中的应用 / (美) 申克 (Shynk, J. J.) 著; 谢晓霞, 安成锦, 许可译. —北京: 机械工业出版社, 2016.2

(国外电子与电气工程技术丛书)

书名原文: Probability, Random Variables, and Random Processes: Theory and Signal Processing Applications

ISBN 978-7-111-51965-2

I. 概… II. ①申… ②谢… ③安… ④许… III. ①概率论—应用—信号处理 ②随机变量—应用—信号处理 ③随机过程—应用—信号处理 IV. TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2016) 第 027936 号

本书版权登记号: 图字: 01-2013-4261

Copyright © 2013 by John Wiley & Sons, Inc.

All Rights Reserved. This translation published under license. Authorized translation from the English language edition, entitled Probability, Random Variables, and Random Processes: Theory and Signal Processing Applications, ISBN 9780470242094, by John J. Shynk, Published by John Wiley & Sons. No part of this book may be reproduced in any form without the written permission of the original copyrights holder.

本书中文简体字版由约翰·威利父子公司授权机械工业出版社独家出版。未经出版者书面许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书内容。

本书封底贴有 Wiley 防伪标签, 无标签者不得销售。

本书包括概率与随机变量、随机过程、随机变量与随机过程在信号处理和通信中的应用三部分。通过大量内容来支撑和扩展本书重点, 用 600 多个实例和 MATLAB 来增强和阐明随机量的特征和特性, 翔实的统计数据将经典的贝叶斯估计和一些最优性准则用于参数估计技术。最后着重阐述了随机过程与系统在通信系统和信息理论、最优滤波 (维纳滤波和卡尔曼滤波)、自适应滤波 (FIR 和 IIR)、天线波束形成、信道均衡和测向中的实际应用。

本书适合作为有一定概率与随机过程理论基础的电子信息 and 通信专业的研究生教材, 也可用于具有很强数学背景的高年级本科生。

出版发行: 机械工业出版社 (北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码: 100037)

责任编辑: 谢晓芳

责任校对: 殷虹

印刷: 北京诚信伟业印刷有限公司

版次: 2016 年 4 月第 1 版第 1 次印刷

开本: 185mm × 260mm 1/16

印张: 34

书号: ISBN 978-7-111-51965-2

定价: 129.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

客服热线: (010) 88378991 88361066

投稿热线: (010) 88379604

购书热线: (010) 68326294 88379649 68995259

读者信箱: hzsj@hzbook.com

版权所有·侵权必究

封底无防伪标均为盗版

本书法律顾问: 北京大成律师事务所 韩光 / 邹晓东

出版者的话

文艺复兴以来,源远流长的科学精神和逐步形成的学术规范,使西方国家在自然科学的各个领域取得了垄断性的优势;也正是这样的传统,使美国在信息技术发展的六十多年间名家辈出、独领风骚。在商业化的进程中,美国的产业界与教育界越来越紧密地结合,信息学科中的许多泰山北斗同时身处科研和教学的最前线,由此而产生的经典科学著作,不仅擘划了研究的范畴,还揭示了学术的源变,既遵循学术规范,又自有学者个性,其价值并不会因年月的流逝而减退。

近年,在全球信息化大潮的推动下,我国的信息产业发展迅猛,对专业人才的需求日益迫切。这对我国教育界和出版界都既是机遇,也是挑战;而专业教材的建设在教育战略上显得举足轻重。在我国信息技术发展时间较短的现状下,美国等发达国家在其信息科学发展的几十年间积淀和发展的经典教材仍有许多值得借鉴之处。因此,引进一批国外优秀教材将对我国教育事业的发展起到积极的推动作用,也是与世界接轨、建设真正的世界一流大学的必由之路。

机械工业出版社华章公司较早意识到“出版要为教育服务”。自1998年开始,我们将工作重点放在了遴选、移译国外优秀教材上。经过多年的不懈努力,我们与Pearson、McGraw-Hill、Elsevier、John Wiley & Sons、CRC、Springer等世界著名出版公司建立了良好的合作关系,从他们现有的数百种教材中甄选出Alan V. Oppenheim Thomas L. Floyd、Charles K. Alexander、Behzad Razavi、John G. Proakis、Stephen Brown、Allan R. Hambley、Albert Malvino、Peter Wilson、H. Vincent Poor、Hassan K. Khalil、Gene F. Franklin、Rex Miller等大师名家的经典教材,以“国外电子与电气技术丛书”和“国外工业控制与智能制造丛书”为系列出版,供读者学习、研究及珍藏。这些书籍在读者中树立了良好的口碑,并被许多高校采用为正式教材和参考书籍。其影印版“经典原版书库”作为姊妹篇也越来越多被实施双语教学的学校所采用。

权威的作者、经典的教材、一流的译者、严格的审校、精细的编辑,这些因素使我们的图书有了质量的保证。随着电气与电子信息学科建设的不断完善和教材改革的逐渐深化,教育界对国外电气与电子信息教材的需求和应用都将步入一个新的阶段,我们的目标是尽善尽美,而反馈的意见正是我们达到这一终极目标的重要帮助。华章公司欢迎老师和读者对我们的工作提出建议或给予指正,我们的联系方式如下:

华章网站: www.hzbook.com

电子邮件: hzjsj@hzbook.com

联系电话: (010)88379604

联系地址: 北京市西城区百万庄南街1号

邮政编码: 100037



华章科技图书出版中心

译者序

John J. Shynk 教授, 1986 年从美国斯坦福大学获得博士学位, 现任美国加州大学圣巴巴拉分校电气和计算机工程系教授, 致力于自适应信号处理技术在通信和生物工程方面的应用研究。作者以多年的教学和科研经验为基础撰写了本书, 通过对测度论、域以及对随机过程的相关性和它的用途的深入探讨提供了对概率、随机变量和随机过程的更严格的数学框架。本书第 1 章是全书的概述以及相关背景知识的介绍, 使读者在一开始就对本书将要介绍的内容有基本了解。之后全书分为三部分, 分别讨论了概率、随机变量和数学期望; 随机过程、系统和参数估计以及这些概率理论在信号处理和通信中的应用。书中给出了大量的例题和图表, 对各种方法进行总结, 对不同参数的结果进行对比分析, 加深读者对各种定理、定律的理解。其他基础教材中常被忽略或没有充分说明的许多问题在本书中也有较详细的解释。书中还提供了研究数字通信、信息论、自适应滤波、线性和非线性估计和检测等课题的必要的背景知识, 并在附录中提供了相关的数学和信号与系统的背景材料, 使本书相对独立。

本书针对工程领域的一年级和二年级研究生, 也可用于在概率与随机过程方面具有相关数学背景的高年级本科生。作者在前言中给出了针对不同课时的详尽的教学建议供参考。

参加本书翻译工作的有谢晓霞(前言、符号说明、第 6 章、第 7 章、第 9 章, 附录 A~D, 术语表)、安成锦(第 4 章、第 5 章、第 8 章、附录 E~G)、许可(第 1~3 章)。最后由谢晓霞对全书的译文进行审校。

由于译者水平有限, 书中难免有不当之处, 敬请读者批评指正。

前言

本书旨在给出概率、随机变量和随机过程的一个数学框架，它比大多数本科院校普遍使用的概率和统计教材更严格。本书专门为一年级的研究生设计，如果教师忽略其中一些更关注理论的部分，则本书也可用于具有很强数学背景的高年级本科生。本书有以下几个特点：

- 给出大量总结各种技术和显示例题结果的详细的图和表，包括利用 MATLAB 产生的 600 多个插图，旨在使本书更有说服力。
- 包括对基础教材中没有涉及的许多问题进行说明的例子。每章还包含家庭作业，并提供答案给教师。
- 附录中提供的相关的数学和信号与系统的背景材料，使这本书相对独立。附录 A 给出一些参数的单变量分布的总结。
- 本书第三部分介绍了信号处理和通信应用，这些都是学生在以后的工程类课程中可能遇到的问题。这些介绍性的材料基于美国加州大学圣巴巴拉分校开设的几门统计课程。

第 1 章包括全书的概述以及线性系统和频域变换的介绍。全书后面分为三部分，每部分包括四章：

- 第一部分(第 2~5 章)：概率论；随机变量；多维随机变量；期望和矩。
- 第二部分(第 6~9 章)：随机过程；随机收敛、微积分和分解；系统、噪声和谱估计；充分统计量和参数估计。
- 第三部分(第 10~13 章)：通信系统与信息论；最优滤波；自适应滤波；均衡、波束赋形和测向。这四个章节位于 www.wiley.com/go/randomprocesses。^①

第 2 章介绍了基本的概率，重点介绍的是离散试验。介绍了样本空间、事件和域，提供了抽象概率空间 $\{\Omega, \mathcal{F}, P\}$ 的框架，它将用于后面介绍的随机变量和随机过程中。第 3 章定义了随机变量，其中包括许多著名的(和不那么知名的)连续和离散参数分布族的说明。第 4 章关注多维随机变量，研究了用于推导随机变量变换的分布的几种技术，还包括一些多元分布。第 5 章定义了随机变量的期望，以及随机变量函数的期望、矩和特征函数。还讨论了条件期望和它的几个重要性质。

通过将多维随机变量的特征扩展为由时间索引，第 6 章引入了随机过程。该章涵盖了随机过程的各种性质，如独立性和平稳性，描述了不同类型的随机过程，包括独立序列、马尔可夫链和鞅。深入分析和研究了大家熟知的随机过程，例如泊松和维纳过程。第 7 章

① 关于本书教辅资源，用书教师可向约翰·威利出版公司北京代表处申请，电话：010-84187815，电子邮件：iwang@wiley.com。——编辑注

探讨了随机过程的其他特征,包括随机连续、导数、积分和微分方程。还描述了随机序列的随机收敛,以及大数定律和中心极限定理。第8章定义了随机过程的功率谱密度,它可用于描述经过系统处理(滤波)后的信号特性。该章重点讨论线性时不变系统(尽管有时会提及一些非线性处理)。该章还讨论了用参数和非参数技术进行谱估计的方法。第9章介绍了充分统计量,描述了几个用于估计随机变量的参数的重要方法。这些技术都是基于各种准则,包括均方误差、最大似然和最小二乘法。

本书的最后部分从第10章对数字通信的概述开始,其中包括对信息论的介绍。推导出了基于最大后验概率和最大似然准则的检测器。第11章分析了最优滤波技术,重点讨论了均方误差准则,推导出因果和非因果维纳滤波器,还介绍了采用格型滤波器进行线性预测和基于状态空间模型的信号的卡尔曼滤波器。第12章描述了自适应滤波算法和结构,从最陡下降法和牛顿法的讨论开始。还描述了研究自适应算法的收敛性及其稳态特性的随机方法。最后,第13章介绍了自适应波束的形成,其中用多个天线收集和分离同信道信号。还讨论了自适应均衡技术,它用来补偿传输信道中的信号失真。我们描述了理想的和基于训练的方法,以及不需要训练或导频信号的“盲”算法,还介绍了用于估计照射到天线的信号到达角的测向算法。

七个附录提供了书中所介绍主题的更多的背景材料,它们包括:

- 22个连续和11个离散的随机变量的单变量分布的总结。
- 整本书用到的函数的连续性和具有特定符号的几个函数的描述。
- 离散和连续时间的频域变换,包括性质表和一些变换对。
- 黎曼积分的回顾,黎曼-斯蒂尔切斯和勒贝格积分的简要说明,以及有用的不定积分和定积分的总结。
- 恒等和无穷级数,主要用于离散型随机变量和随机序列。
- 期望值的边界和不等式的推导,如马尔可夫和切比雪夫不等式以及克拉美罗下界。
- 矩阵的几个性质,包括子空间、向量的分解和微分。

读者会发现在课程的学习过程中以及对微积分、信号与系统和线性代数课程的回顾过程中,附录中的内容很有用。

本书可用于整个学年,每季度覆盖前面提到的三部分之一:

- 学季制。秋季:第1~5章;冬季:第6~9章;春季:第10~13章。

对学期制,它可以分开学习,这样系统、估计和应用的内容就可以到第二学期再学习:

- 学期制。秋季:第1~7章;春季:第8~13章。

这本书也可在一季度,两季度或通过省略几个章节中的一些较高深的内容来在一学期学完。对于一季度的课程(10周教学),教师应该能够覆盖第1~8章中大部分内容,例如可以省略随机积分和谱估计。对于一学期的课程(15周教学),可以包括第9章充分统计量和参数估计的内容,省掉前面章节的一些内容。应用章节可供有兴趣的学生作为以后学习其他工程课程的预览。在前面章节学习随机过程、系统和噪声时使用这些内容作为系统或

信号处理的例子是比较合适的。

感谢 S. Chandrasekaran 审校附录, J. D. Gibson 提供的支持。感谢修过我开设的 ECE 235、ECE 240A 和 ECE 245 课程的学生, 他们的问题促成了本书几个专题细致入微的理解。他们提供的宝贵的反馈意见促成了一些讨论和说明性的例题。我还要感谢电气和计算机工程学院的同事们, 与他们的互动和他们多年的见解使我对统计信号处理和其应用范围之广有了更深的了解。最后, 要感谢出版商 Wiley, 感谢 George Teleck 对这个项目的支持, 以及 Kari Capone、Dan Timek、Stephanie Loh 和 Shalini Sharma 在本书出版的最后阶段的协助。

符号说明

由于本书所涵盖的内容范围非常广，因此在此给出关于符号的简要概述。在许多信号处理的书中，用同样的符号来表示一个随机过程和该过程的现实，过程的现实是一个确定的波形。在本书中，使用概率和随机过程的书中的典型符号来替代：

- 大写字母 X 表示随机变量、随机过程 $X(t)$ 或随机序列 $X[k]$ ，其中 t 是连续时间， k 是离散时间。
- 小写字母 x 是 X 的一个输出， $x(t)$ 是 $X(t)$ 的一个现实(连续波)， $x[k]$ 为 $X[k]$ 的一个现实(数列)。

这些字母通常来自拉丁字母表的末尾。上述符号中只有一个例外，就是大写的 K 、 M 和 N 通常表示(非随机的)整数，如以下随机变量和：

$$\sum_{m=1}^M X_m, \quad \sum_{n=1}^N Y_n \quad (1)$$

如果在某个特定问题中 $\{K, M, N\}$ 变成随机变量，例如在随机求和的问题中，将专门提及它。

- 加粗的大写字母表示随机向量 $\mathbf{X}$ 、随机向量过程 $\mathbf{X}(t)$ 或随机向量序列 $\mathbf{X}[k]$ 。
- 加粗的小写字母 $\mathbf{x}$ 是 $\mathbf{X}$ 的一个向量输出， $\mathbf{x}(t)$ 是 $\mathbf{X}(t)$ 的一个向量的现实(波形向量)，而 $\mathbf{x}[k]$ 为 $\mathbf{X}[k]$ 的一个向量现实(向量序列)。

本书中所有的向量都是列向量。行向量通过转置 $\mathbf{x}^T$ ，或复共轭的转置 $\mathbf{x}^H$ 得到。 $\mathbf{x}^*$ 的上标只表示复共轭，不包括转置。

- 加粗的大写字母 $\mathbf{A}$ 也用于非随机矩阵，加粗的小写字母 $\mathbf{a}$ 表示一个非随机向量。通常，这些字母来自拉丁字母表的开始。

读者应该能够从讨论的上下文中确定 $\mathbf{X}$ 是否是一个随机向量或一个非随机矩阵。两个重要的例子是自相关矩阵 $\mathbf{R}_{XX}$ 和自协方差矩阵 $\mathbf{C}_{XX}$ ，它们是随机向量 $\mathbf{X}$ 的非随机量。

- 英文花体 $\mathcal{E}$ 用于表示期望。例如，自相关矩阵为 $\mathbf{R}_{XX} \triangleq \mathcal{E}[\mathbf{X}\mathbf{X}^T]$ 。

虽然，在许多关于概率的书中 E 用来表示期望，但我们用 $\mathcal{E}$ ，因为在某些章节中必须用 E 表示一个误差随机变量(E 也可以用来表示在样本空间 Ω 中的一个事件)。

为了使整本书的许多式子简单明了，分母中有时省略了小括号。例如，将表达式写为 $1/2\pi j$ ，它应当被理解为 $2\pi j$ 的所有项都在分母中，而不必使用括号 $1/(2\pi j)$ 。另一个例子是高斯概率密度函数(pdf)：

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp(-(x-\mu)^2/2\sigma^2) \quad (2)$$

它应当清楚地表明了 $2\sigma^2$ 是在指数的分母中(尽管这不是大多数计算机编程语言的操作顺序)。

在本书末尾的术语表中，给出了上述符号的总结，以及整本书中使用的符号和缩写的列表：(i)一般符号，(ii)希腊符号(通常用于随机变量参数)，(iii)手写体符号(对于特殊的量和前面提到的期望 $\mathcal{E}$)，(iv)数学符号，(v)缩略词。

目 录

出版者的话

译者序

前 言

符号说明

第 1 章 内容概述与背景知识 1

1.1 引言 1

1.2 确定性信号和系统 13

1.3 基于 MATLAB 的统计信号
处理 23

习题 26

进一步阅读 28

第一部分 概率、随机变量与期望

第 2 章 概率论 30

2.1 引言 30

2.2 集合与样本空间 31

2.3 集合的运算 34

2.4 事件与域 37

2.5 随机试验的总结 41

2.6 测度理论 42

2.7 概率公理 44

2.8 概率论的一些基本结论 45

2.9 条件概率 46

2.10 独立性 48

2.11 贝叶斯公式 49

2.12 全概率 50

2.13 离散样本空间 52

2.14 连续样本空间 56

2.15 $\mathcal{R}$ 的不可测子集 56

习题 58

进一步阅读 60

第 3 章 随机变量 61

3.1 引言 61

3.2 函数和映射 61

3.3 分布函数 65

3.4 概率质量函数 68

3.5 概率密度函数 70

3.6 混合分布 71

3.7 随机变量的参数模型 73

3.8 连续随机变量 75

3.9 离散随机变量 107

习题 121

进一步阅读 123

第 4 章 多维随机变量 124

4.1 引言 124

4.2 随机变量的近似 124

4.3 联合分布和边缘分布 129

4.4 独立随机变量 130

4.5 条件分布 131

4.6 随机向量 134

4.7 产生相关随机变量 141

4.8 随机变量的变换 143

4.9 两个随机变量的重要函数 153

4.10 随机变量簇的变换 158

4.11 随机向量的变换 161

4.12 样本均值 $\bar{X}$ 和样本方差 S^2 163

4.13 最小值、最大值和顺序
统计量 164

4.14 混合 166

习题 167

进一步阅读 169

第 5 章 期望和矩 170

5.1 引言 170

5.2 期望与积分 170

5.3 指示器随机变量 170

5.4 简单随机变量 171

5.5 离散样本空间的期望 172

5.6 连续样本空间的期望 174

5.7 期望的总结 176

5.8 均值的函数观点 177

5.9 期望的性质 178

5.10 函数的期望 180

5.11 特征函数 181

5.12 条件期望 183

5.13 条件期望的性质 185

5.14	位置参数：均值、中位数 和众数	191	7.11	卡胡内-列维展开	299
5.15	方差、协方差和相关	193	习题	303	
5.16	方差的函数观点	196	进一步阅读	305	
5.17	期望和指示函数	197	第 8 章 系统、噪声和谐估计	306	
5.18	相关系数	197	8.1 引言	306	
5.19	正交	201	8.2 再论互相关	306	
5.20	相关和协方差矩阵	203	8.3 各态历经性	309	
5.21	高阶矩和累积量	204	8.4 $R_{xx}(\tau)$ 的特征函数	314	
5.22	偏度的函数观点	209	8.5 功率谱密度	314	
5.23	峰度的函数观点	209	8.6 功率谱分布	319	
5.24	母函数	210	8.7 互功率谱密度	320	
5.25	高斯四阶矩	213	8.8 输入为随机信号的系统	322	
5.26	非线性变换的期望	214	8.9 通带信号	328	
习题	216		8.10 白噪声	329	
进一步阅读	217		8.11 带宽	333	
第二部分 随机过程、系统与参数估计			8.12 谱估计	335	
第 6 章 随机过程	220		8.13 参数模型	343	
6.1 引言	220		8.14 系统辨识	351	
6.2 随机过程的特征	220		习题	353	
6.3 一致性及扩展	223		进一步阅读	354	
6.4 随机过程的类型	225		第 9 章 充分统计量和参数估计	355	
6.5 平稳性	225		9.1 引言	355	
6.6 独立同分布	227		9.2 统计量	355	
6.7 独立增量	229		9.3 充分统计量	356	
6.8 鞅	231		9.4 最小充分统计量	359	
6.9 马尔可夫序列	233		9.5 指数族	362	
6.10 马尔可夫过程	241		9.6 位置-比例族	365	
6.11 随机序列	243		9.7 完备统计量	367	
6.12 随机过程	248		9.8 拉奥-布莱克维尔定理	368	
习题	259		9.9 莱赫曼-斯爵非定理	370	
进一步阅读	261		9.10 贝叶斯估计	371	
第 7 章 随机收敛、微积分			9.11 均方误差估计	373	
和分解	262		9.12 平均绝对误差估计	377	
7.1 引言	262		9.13 正交条件	378	
7.2 随机收敛	262		9.14 估计器的性质	380	
7.3 大数定理	267		9.15 最大后验估计	384	
7.4 中心极限定理	269		9.16 最大似然估计	387	
7.5 随机连续	271		9.17 似然比检验	389	
7.6 导数和积分	278		9.18 期望值最大算法	391	
7.7 微分方程	285		9.19 矩方法	394	
7.8 差分方程	291		9.20 最小二乘估计	395	
7.9 新息和均方预测	292		9.21 LS 估计器的性质	398	
7.10 杜布-迈耶分解	296		9.22 最优线性无偏估计	401	
			9.23 BLU 估计器的性质	404	

习题	405	附录 D 积分法和积分	475
进一步阅读	406	附录 E 恒等式和无穷序列	488
附录 附录内容介绍			
附录 A 单变量参数分布总结	408	附录 F 不等式和期望的界	495
附录 B 函数和属性	443	附录 G 矩阵和向量的性质	502
附录 C 频域变换及性质	465	术语表	511
		参考文献	521

1.1 引言

任何一个物理过程，不管它是自然的还是人造的，都可以看作是一个具有时变特性的信号，可以用随机过程对这个信号建模。“信号”是指通过物理过程表示的信息，而“随机”是指过程的未来结果在某种程度上是不可预测的。自然界随机信号的例子包括：照射到树上的紫外辐射，围绕着恒星旋转的行星，通过一片开阔地的龙卷风等。合成的随机信号包括：从手机发射到基站的微波信号，从洛杉矶行驶到旧金山的汽车，以及投掷手给接球手的棒球等。这些例子都可以通过函数 $g\{x, y, z, t\}$ 进行建模，该函数描述了一个在三维空间 $\{x, y, z\}$ 随时间 t 变化的轨迹。很显然，这些“信号”具有不同的物理机制，不同程度的可预测性以及包含了不同的信息量。图 1-1 就描绘了一个龙卷风在 x 方向上随时间变化的可能的轨迹(称为现实)。可以看出，在一维空间坐标上，一个复杂自然过程的轨迹也类似于信号的概念。

需要注意的是，测到的龙卷风的轨迹是龙卷风在 x 方向上运动的一个可能现实，该轨迹是参照某个特定的经线定义的。也就是说在观测实际的轨迹之前，在某个区域内会有许多(甚至无穷多)个现实。换句话说，如果我们能够“重启”这个过程，允许龙卷风再来一次的话(重复这个“试验”)，在不同的大气条件下，我们将期待有一个不同的轨迹，而且这个轨迹与第一次观测到的轨迹只有少许不同。用 $X(t)$ 来表示一个随机过程，用 $x(t)$ 来表示这个随机过程的现实。随机过程在时间 t_0 的取值也是随机的，它是一个随机变量 $X(t_0)$ ，而在 t_0 时刻的某个特定取值是 $x(t_0)$ 。随机过程是以时间为索引的随机变量的集合。图 1-2 给出了一个现实 $x(t)$ 以及 $t=t_0$ 的一个取值 $x(t_0)$ 。

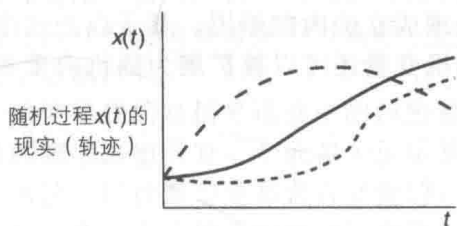


图 1-1 随机过程在 x 方向上测到的随时间 t 变化的三条可能轨迹

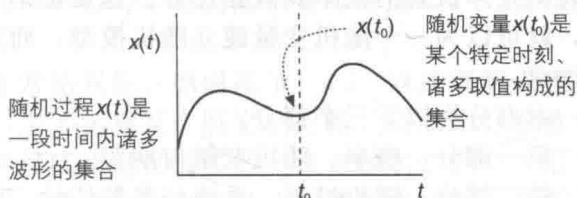


图 1-2 随机过程 $X(t)$ 的现实 $x(t)$ 和随机变量 $X(t_0)$ 在 $t=t_0$ 时刻的取值 $x(t_0)$

很显然，我们无法用确定的方式预计龙卷风的轨迹，即使有大量的观测，如龙卷风的速度、地表温度、当天的时间、地理位置、地形等。这一点在下面的简单例子中会做进一步讨论：图 1-3 中描绘的均匀硬币的一次投掷。如果把投掷出去的硬币垂直立在桌面这种“极不可能”的情况排除，那么投掷硬币试验就只会有两种可能的结果：正面(H)和反面(T)。由于我们仅对硬币在一个特定时刻如何着陆(正面或反面)感兴趣，并不关心它的轨迹，因此单次投掷硬币试验可以用一个随机变量来建模，而不是一个随机过程。如果给定一些观测量，比如硬币着陆之前的速度、与桌面之间的入射角 ϕ 、硬币的质量、大气条件(如温度、湿度



图 1-3 通过物理方法来预测硬币将是正面(H)朝上还是反面(T)朝上

等),再加上其他一些相关的物理参数,那么在硬币着陆之前就有可能预测出此次投掷试验的结果。要想可靠的预测硬币投掷试验的结果,似乎需要无穷多个这样精确的测量。但是,物体的速度和位置这两个参数是不可能同时准确测量到的,测量一个物体的位置就会改变它的速度(尽管这种改变非常微小),反之亦然。事实上,我们不可能有关于随机事件的充分的物理观测来无差错地预测结果(除非只有一种可能的结果)。

通过前面的讨论可知,随机性可看作物理过程完整信息的缺失,以至于在随机事件发生之前我们无法精确预测它的结果或现实。因此,建立一个不直接依赖于特定过程的物理属性并且能够应用于信号和随机试验的随机模型是非常有用的。对于均匀硬币的投掷试验,凭直觉,随着试验次数的增加, H 和 T 出现的次数一样多。这种包含重复试验的观点称为概率模型的频率解释:在大量重复试验中,一个事件发生的频率决定了它的概率。如果硬币被投掷了 N 次,正面被观测到了 N_H 次,那么,对于 M 次硬币投掷试验,我们会期望正面朝上的次数大约为 $(N_H/N) \cdot M$ 次。比值 N_H/N 是 H 出现的频率。同样的, T 出现的频率为 $N_T/N(N_T+N_H=N)$,我们也会期望在 M 次硬币投掷试验中 T 发生的次数大约为 $(N_T/N) \cdot M$ 。

通过频率的方法来建立概率模型,与观测多次重复试验结果的可能性的方法是一致的。这个解释是基于三大公理建立概率模型的直觉基础。注意到 $0 \leq N_H/N \leq 1$,即事件发生的频率总在区间 $[0,1]$ 之内。用 $P(E)$ 来表示事件 E 发生的概率。概率的一个公理是 $P(E) \geq 0$ 。这个下限的要求不仅来自基于频率的解释,而且也是数学的表示。另一个公理是,在一次试验中“事件发生”的概率为1。综合上述两个公理可以得出: $0 \leq P(E) \leq 1$,该结论同前面随机试验的频率解释是一致的。

第三个公理有些复杂,它涉及事件的组合,在一次试验中最重要的就是给感兴趣的任何事件赋予概率。例如,在硬币投掷试验中考虑事件发生的概率 $P(E=H \text{ 或 } T)$,很显然这个试验只会有两个输出(再次声明不考虑硬币立在地面的情形)。另外,这两个结果是互斥的,因为在同一次投掷中硬币不可能正面和反面同时朝上。我们发现硬币正面朝上或反面朝上的概率为 $(N_T+N_H)/N$ 。概率简单相加是因为这两种试验结果是“非重叠的”(二者没有交集)。进一步分析可知,因为在这个试验中不可能有其他结果发生,因此我们肯定可以得出 $N_T+N_H=N(N$ 是投掷试验的总次数),或者有 $(N_T+N_H)/N=1$ 。最后一个结果表明互斥试验的概率具有相加性。这就是第三个公理成立的内在原因。基于以上三个公理,就可以为一个随机变量建立随机模型,而这个随机变量还可以被扩展为随机向量和随机过程。

本书分为以下三个部分:

第一部分 概率、随机变量与期望

第二部分 随机过程、系统与参数估计

第三部分 信号处理和通信中的应用

在本章引言的后面部分,我们将给出本书的一个概述。本书使用的符号参见“符号说明”,而且这些符号会在后续章节中给出定义。引言部分以投掷硬币试验为例,表明如何通过利用或改变随机信号的特性处理从简单的随机试验到复杂的随机过程和工程系统。

1.1.1 信号、信号处理和通信

为了实现某个目的,我们往往对随机信号以及信号处理的各种技术感兴趣。下面给出有关信号的一般性定义。

定义(信号) 信号是“包含”一个事件信息,并通过时间和空间传播的物理量。信号通过特定的媒介从一个物理地址传播到另外一个物理地址。

现代社会中存在着许多的信号,比如用于商业广播和有线电视的信号。其实,也可以认为宇宙中几乎所有东西都是信号。比如从超新星传播过来的光,毫无疑问可被视为一种信号,因为它提供了一个特殊事件的信息。电磁辐射可能是一种非常熟悉的信号模式,但

信号不必被限制为电磁辐射的形式。通过地球大气层的流星也可以被视作一种信号,因为它可能提供地球相对于太阳的当前位置关系(比如一年中的哪个月)。一次地震产生的信号可提供地壳运动的相关信息,一次火山喷发也可以透露出地表深处的信息。

图 1-4 给出了信号模型三个基本元素的方框图,分别是:(i)信号源;(ii)信号本身和信号传输的媒介(有可能是最重要的);(iii)感知信号的一个或多个传感器(用于观测或接收信号)。自然界的信号取决于物理世界的事件,比如前面提及的那些例子。其他例子还包括潮汐的涨落、云团的移动、森林中大树的倒下。最后一个例子经常用在这个著名的问题中,即,“如果森林中一棵大树倒下时没有人听到,那么这棵倒下的大树产生声音了吗?”倒下的大树以及由它对周围空气产生的扰动可以看作一种信号,这意味着另外一个物理事件可能刚刚发生(比如雷电击中了这个大树)。很显然,上述的这个问题的仅仅关心信号模型中的传感器模块(如图 1-4 所示)。声音是耳膜感觉到的振动,如果没有人在现场的话那么声音就不会被听到。但是对此可能还会存在争议,因为周围的空气被倒下的大树扰动了,那么一个信号就会随之产生;另外,在大树倒下撞击地面的过程中还会产生额外的信号(振动)。

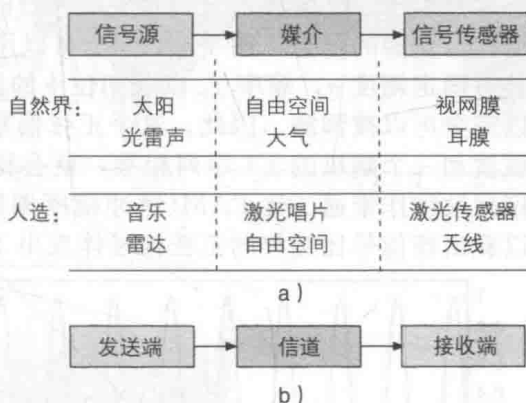


图 1-4 信号和通信。a) 信号传输的一般模型; b) 通信系统的典型模型

在此考虑那种飞越大洋的喷气式飞机,它的飞行可看作是在三维时空中的移动。大气湍流会导致它的飞行轨迹出现“随机”扰动,这使得它偏离“预定”轨迹。如果从上往下看它的飞行轨迹(不考虑 z 轴方向上的高度),那么它在 xy 平面上的二维轨迹就可以看作时间 t 的函数。而且,如果只沿着 x 轴来观测它的轨迹,那么我们会得到一个一维信号的现实(与前面提及的龙卷风的例子类似)。因此,即使是一个飞行的飞机也可以被看作一种形式的信号。如果这个“试验”能够被重复的话,那么后面的现实会与前面的有所不同,这是由于大气湍流和航向调整所致。因为传感器本身精度的限制以及实际情况中存在的噪声,这使得对信号的完美测量是不可能的,因此即使一个信号本身的随机扰动非常小,仍应该考虑这个影响。

这使得我们对信号模型中的传感器模块非常感兴趣,原因在于:(i)通过观测来建立信号的概率模型需要一个或多个传感器;(ii)为了实现某个既定的目标,需要推导修改信号的方法。统计模型是非常有必要的,因为不可能通过足够多的测量来精确预测一个信号会如何演变。对于硬币投掷试验而言,尽管有可能通过非常多的物理测量来比较合理的预测试验结果(H 或者 T),但该方法是不实用的。我们接受这个事实应该好一些,那就是:一个试验或信号是随机的,应该为试验的输出或现实建立一个概率模型,通过研究该模型来实现特定的应用。对于信号模型终端的传感器,它的随机性可视为对接收信号中不确定性的一种测量,因为我们不可能对生成和影响该信号的所有潜在的物理机理都非常了解。我们也不可能精确地知道信号在通过某些媒介的过程中受到的所有干扰。

图 1-4 也给出了一个跟信号有关的通信系统模型。该模型包括:(i)用于产生和发射信号的发送端;(ii)信道,包括传输的媒介以及在信号被接收到之前的所有干扰;(iii)接收端,包含一个或多个用于检测信号的传感器。该通信模型非常明确地认为某种形式的信息得到了传送和接收。在此考虑一种人为产生的信号,比如手机信号。很显然,打电话的人肯定知道传输信号中的所有信息。应该视随机性为接收端的一种特性,因为接电话的人并不知道打电话的人想说什么,同时由于信号在传输过程会有失真,接收端只能得到不完备的信息。该解释也同样适用于自然信号。例如假设存在一颗人造卫星,由于暴露在太阳

大气中所受到的太阳辐射强度会随着时间的变化而变化。该卫星在围绕地球旋转的过程中会把接收到的信号“视为”随机的(由不完备的信息所致),通过对接收信号的处理有可能会获得该辐射所携带的信息(比如太阳上一个事件的发生)。

在第10章会介绍信息论的有关知识,一个信号携带信息的多少取决于不确定性的程度:一个具有“更多不确定性”的信号就会包含更多的信息。例如一个小行星由于受到彗星的猛烈撞击,它的轨道突然发生了剧烈的扰动,那么这个随机性就会提供比该小行星平稳运行时更多的信息。图1-5同样也可以用来说明这个情况(横坐标表示样本数目 k)。一个具有固定幅度 a ,频率 f_0 以及相位 ϕ 的正弦信号是一个极端的例子,它是确定性信号,所以完全可以被预测。因此,这个正弦信号实际上并没有携带任何有用的信息。把一个正弦载波和一个随机的 ± 1 序列相乘,就会得到一个带通二元BPSK(相移键控)信号,该随机序列被称作带通二元PAM(脉冲幅度调制)信号。图1-5也给出了BPSK信号的波形,可以看出该信号比纯粹的正弦信号体现出了“更多的不确定性”。

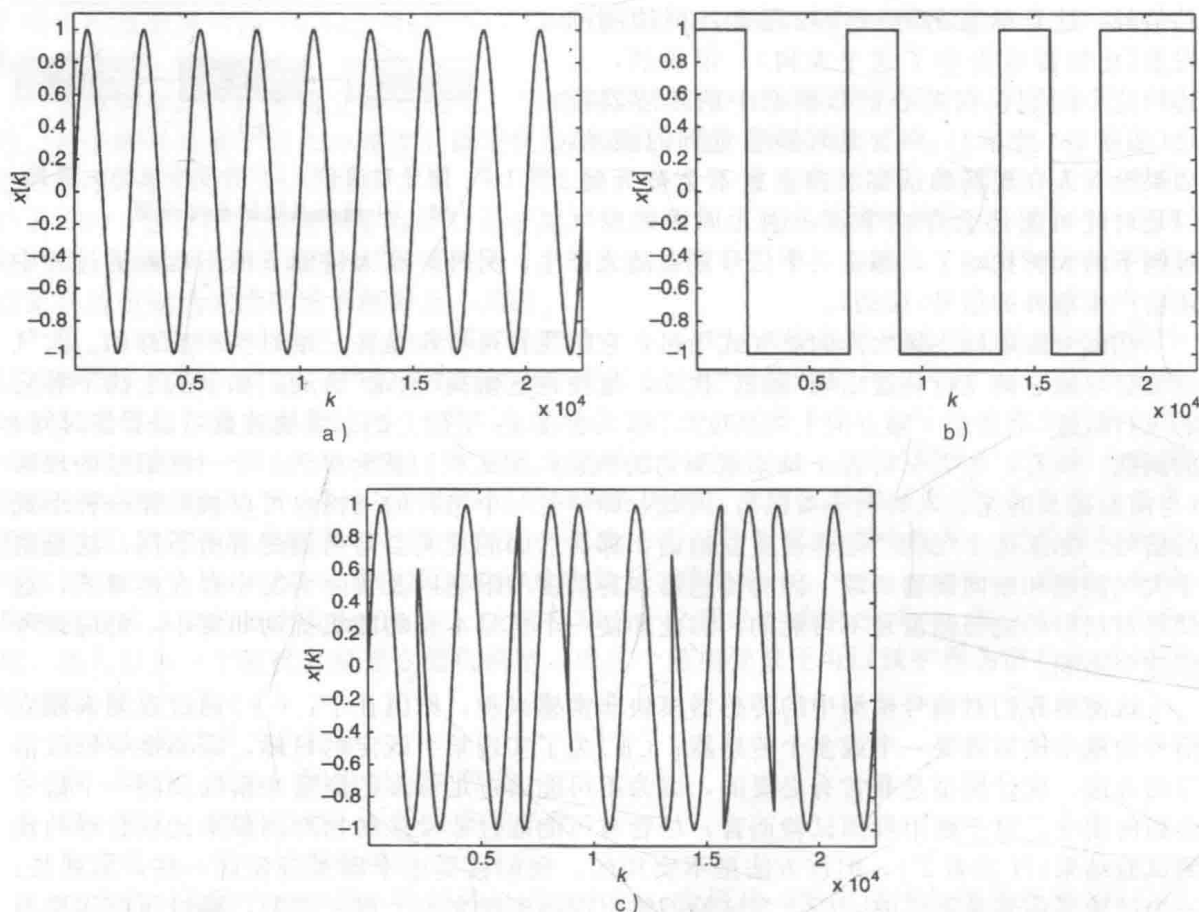


图1-5 人造信号的例子。a)具有固定幅度、相位和频率的正弦信号(非随机);b)基带二元PAM信号(随机);c)带通BPSK信号,由a和b中的信号相乘得到(随机)

图1-6中的语音信号体现了更多的随机性,因此它比前面的那些人造信号携带了更多的信息。图1-6还给出了风声的一个实现,这个信号结构更加简单而且跟前面的语音信号比起来具有更多的随机性。另外一个极端的例子是“白噪声”,这是完全不可预测的(后面将会对其进行定义),该类型的信号是“最随机的”。我们也给出了一个视频截图的例子,这是一个二维的随机过程,该随机过程具有二维空间坐标 $\{x, y\}$ 并随时间 t 的变化而变化。图1-7是对视频信号在一个特定时刻采集到的,因此它被建模为一个随机场。该图同时也给出了加入噪声的图片版本,这很直观地描绘了在传输过程中信道扰动带来的影响。信号处理技术通过去除一定程度的加性噪声,来改善信号的质量。

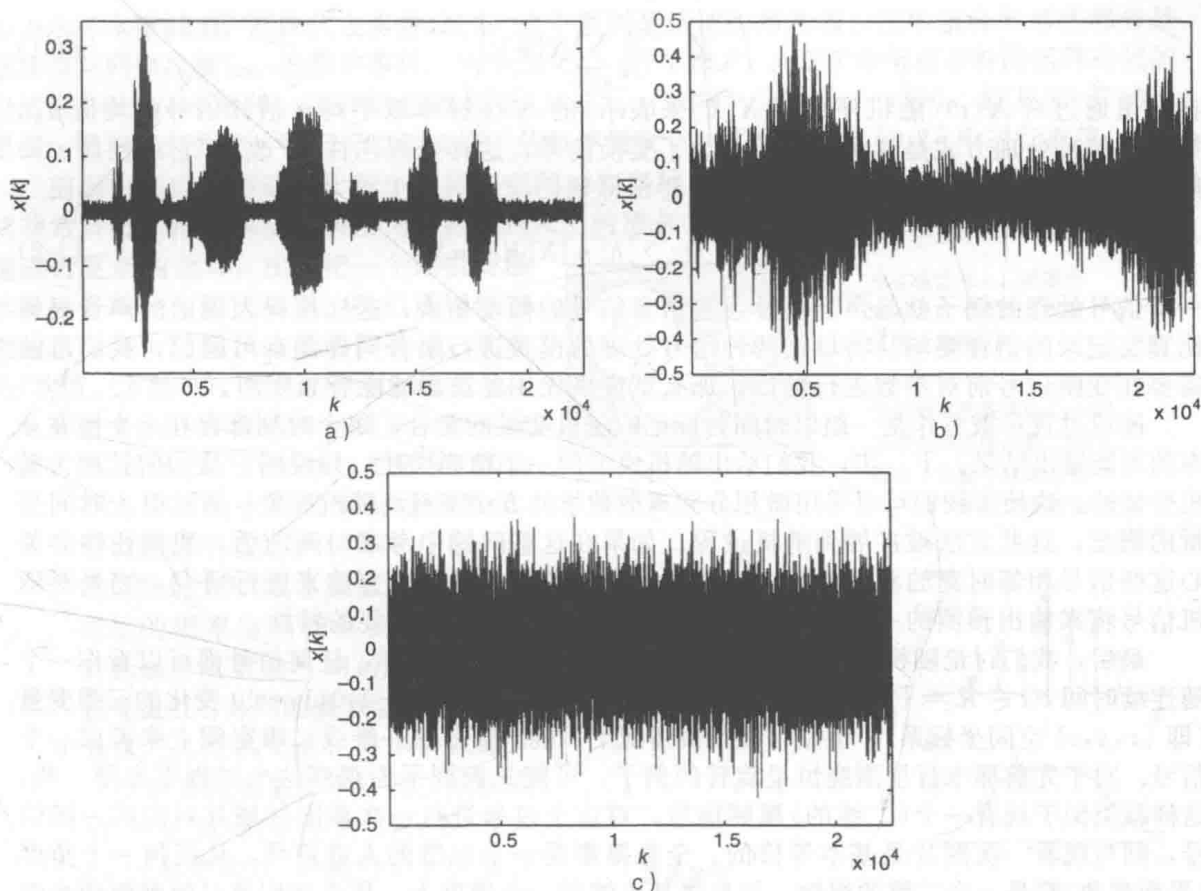


图 1-6 自然界随机信号的例子。a) 语音(Hu 和 Loizou, 2007); b) 风声; c) 高斯白噪声(通过 MATLAB 中的伪随机数发生器产生)



图 1-7 随机场。a) 来自一个视频的图像(单次截图); b) 噪声干扰的图像, 每个像素点(图像的基本元素)都加上了零均值的高斯噪声

信息和信号的意义是有所区别的, 信息是与前面提及的随机性相关的, 而信号的意义更加复杂一些, 这取决于接收终端如何解释信号。对于语音的例子, 信号的意义取决于传输过程中使用的语言、接收端收听者的主要语言以及其他许多因素, 比如说话者和收听者之间的关系、收听者以往的经验、说话者的口音等。本书并不关注信号的意义, 尽管我们对蕴含其中的通过随机性来度量的信息感兴趣。我们也对各种各样的信号处理技术感兴趣, 这些技术被用来提取和增强接收信号中的信息。

图 1-8 描述了我们将要讨论的基本信号处理方式, 后面还会讨论各种各样的变化和应用。第一种是信号模型的参数估计, 通过操作接收到的信号来设计出各种信号参数的估计器。最著名的估计器可能就是取样本均值:

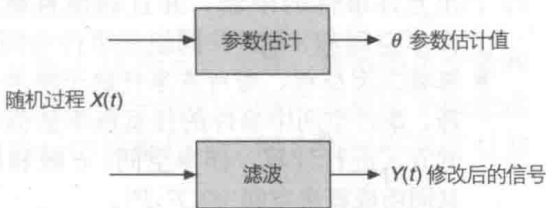


图 1-8 两种基本的信号处理方式