



小学数学学习指导丛书

小学数学 奥林匹克题 解答

叶仁波 主编

北京师范大学
出版社

小学数学学习指导丛书

小学数学奥林匹克题解答

丛书主编：叶仁波

本书主编：高建国

编者：高建国 宋其祥 肖传荣
胡仁远 蒋德俊 石 剑

北京师范大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

小学数字奥林匹克题解答/叶仁波主编. —北京:北京师范大学出版社, 1996. 11 重印

(小学数学学习指导丛书)

ISBN 7-303-03028-X

I. 小… II. 叶… III. 数学课-小学-试题 IV. G624.506

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 21972 号

小学数学学习指导丛书 小学数学奥林匹克题解答

丛书主编 叶仁波

本册主编 高建国

*

北京师范大学出版社出版发行

全国新华书店经销

北京怀柔黄坎印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 10.875 字数: 235 千

1993 年 6 月第 1 版 1997 年 5 月第 3 次印刷

印数: 25 001—30 000 册

ISBN 7-303-03028-X/G · 2072 定价: 10.40 元

编者的话

《小学数学学习指导丛书》以九年义务教育小学数学教学大纲为依据，以义务教育小学数学教材为蓝本编写。全套书分课内和课外两部分。

课内部分的统一书名为《跟我学数学》，从第一册到第十二册，共12本。每本分课编排，每课包括：课题名称、学习目标、解题指导、反馈练习、提高练习。若干课构成一个单元，每个单元均配有单元检测题，最后有总复习题。

课外部分由《小学数学概念题解答》、《小学数学应用题解答》、《小学数学几何题解答》、《小学数学奥林匹克题解答》及《妙题巧解200例》5本组成。

这套丛书具有编排体系新、知识内容全、分析讲解精、解题指导巧等特点，有利于激发学生学习兴趣。

本套丛书由叶仁波、蒋德俊、高建国、伍挚、石剑、江玲、黄锡林、任立强等十多位优秀教师编写，所有编写人员都有丰富的小学数学教学经验。

《小学数学奥林匹克题解答》由高建国主编，包括计算、应用题、数的整除、数的应用、几何初步知识及其它，共六部分。全书七百多道题基本上覆盖了小学数学竞赛题的范围，对小学数学学习有重要参考价值。

目 录

第一部分	计算.....	(1)
第二部分	应用题	(43)
第三部分	数的整除.....	(125)
第四部分	数的应用.....	(172)
第五部分	几何初步知识.....	(228)
第六部分	其它.....	(284)

第一部分 计 算

【题 1】 四个数依次相差 $\frac{1}{80}$ ，它们的比是 $1:3:5:7$ ，求这四个数的和。

【思路或解法】 本题解法有多种，现举一种：

$$\frac{1}{80} \div (3-1) = \frac{1}{160}$$

$$\frac{1}{160} \times (1+3+5+7) = \frac{1}{10}$$

答：这四个数的和是 $\frac{1}{10}$ 。

【题 2】 计算下面算式，算出结果保留整数部分，小数部分四舍五入：

$$33.3333^2 - 3.14159265 \div 0.618.$$

【思路或解法】 原式 $\approx 1111.11 - 5.08$

$$\approx 1106.$$

【题 3】 你会用哪些方法比较 $\frac{63}{125}$ 和 $\frac{23}{50}$ 的大小？

【思路或解法】 可用下面三种方法比较大小：

1. 用化成同分母的方法比较，因为 $[125, 50]$ 是 250 ，而

$$\frac{63}{125} = \frac{63 \times 2}{125 \times 2} = \frac{126}{250}, \quad \frac{23}{50} = \frac{23 \times 5}{50 \times 5} = \frac{115}{250}$$

$$126 > 115, \text{ 所以 } \frac{63}{125} > \frac{23}{50};$$

2. 用观察的方法比较，因为 $\frac{63}{125} > \frac{1}{2}$ ， $\frac{23}{50} < \frac{1}{2}$ ，也就是说

$$\frac{1}{2} > \frac{23}{50}, \text{ 所以 } \frac{63}{125} > \frac{23}{50};$$

3. 用化成同分子的方法进行比较, 即把两分数的分子化成相同的数, 看分母的大小, 分母大的分数反而小. 因 $\frac{1449}{2875} > \frac{1449}{3150}$, 所以 $\frac{63}{125} > \frac{23}{50}$.

【题 4】 一个数与它自己相加、相减、相乘、相除, 得到的和、差、积、商之和, 正好是 100, 这个数是多少?

【思路或解法】 根据相同两数相加、相减、相乘、相除的性质, 可知其和为该数的 2 倍, 差为 0, 积为该数的平方 (自身倍), 商为 1.

和差积商之和的实质是“自己的 2 倍 + 自己的自身倍 + 1 = 100”, 由此推知“自己的 2 倍 + 自己的自身倍 = 99”, 把 99 分解质因数, 得 $99 = 3 \times 3 \times 11$. 再将质因数作适当变形:

$$3 \times 3 \times 11 = 9 \times (2 + 9) = 9 \times 2 + 9 \times 9$$

可知这个数是 9.

【题 5】 把一个减法算式里的被减数、减数与差相加, 得数是 592. 已知减数比差的 2 倍还大 2, 减数是多少?

【思路或解法】 依题意有:

$$(592 \div 2 - 2) \div (2 + 1) = 98 \cdots \cdots \text{差}$$

$$98 \times 2 + 2 = 198 = 198 \cdots \cdots \text{减数}$$

答: 减数是 198.

【题 6】 在○里填上 =、> 或 <.

$$164 - 75 - 38 \bigcirc 164 - (75 - 38)$$

$$16 \times 4 \times 5 \bigcirc 16 \times (4 \times 5)$$

$$28 + 5 \times 7 \bigcirc (28 + 5) \times 7$$

$$16 \times 25 \div 5 \bigcirc 16 \times (25 \div 5)$$

$$64 \div 4 \times 2 \bigcirc 64 \div (4 \times 2)$$

$$36 \div (2 \times 3) \bigcirc 36 \div 2 \times 3$$

【思路或解法】 仔细观察每个算式的特征,运用四则混合运算定律和性质,可知本题 6 个小题分别应填以下符号 $<$ 、 $=$ 、 $<$ 、 $=$ 、 $>$ 、 $<$ 。

【题 7】 在算式中适当地加上括号使等式成立。

$$6 \times 7 + 18 \div 3 = 78 \qquad 6 \times 7 + 18 \div 3 = 20$$

$$6 \times 7 + 18 \div 3 = 50$$

【思路或解法】 本题答案如下:

$$6 \times (7 + 18 \div 3) = 78 \qquad (6 \times 7 + 18) \div 3 = 20$$

$$6 \times (7 + 18) \div 3 = 50$$

【题 8】 把结果相同的算式用线连起来。

$$478 + 397$$

$$516 - 200 - 5$$

$$1000 - 64 - 236$$

$$478 + 400 - 3$$

$$1553 - 497$$

$$1553 - 500 + 3$$

$$516 - 205$$

$$1000 - (64 + 236)$$

【思路或解法】 观察各算式的呈现特征,可知:

$$478 + 397 = 478 + 400 - 3$$

$$1000 - 64 - 236 = 1000 - (64 + 236)$$

$$1553 - 497 = 1553 - 500 + 3$$

$$516 - 205 = 516 - 200 - 5$$

【题 9】 有一个四位数,在它的某位数字前面加一个小数点,再与这个四位数相加,得数是 2000.81,求这个四位数。

【思路或解法】 根据题意可知:在这个四位数十位数字前面加上小数点,即这个小数是原数的 $\frac{1}{100}$,其和 2000.81 应是原数的 $(1 + \frac{1}{100})$ 。列式为:

$$\begin{aligned}
 & 2000.81 \div \left(1 + \frac{1}{100}\right) \\
 &= 2000.81 \times \frac{100}{101} \\
 &= 1981
 \end{aligned}$$

答:这个四位数是 1981.

【题 10】 有 9 个分数的和为 1, 它们的分子都是 1. 其中的五个数是 $\frac{1}{3}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{33}$, 其余四个数的分母个位数都是 5, 请写出这 4 个分数.

【思路或解法】 设所求的四个分数分别为 $\frac{1}{5a}, \frac{1}{5b}, \frac{1}{5c}, \frac{1}{5d}$

则有 $\frac{1}{5a} + \frac{1}{5b} + \frac{1}{5c} + \frac{1}{5d} = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{33}\right)$

即 $\frac{1}{5a} + \frac{1}{5b} + \frac{1}{5c} + \frac{1}{5d} = \frac{202}{3 \times 3 \times 7 \times 11} = \frac{1010}{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11}$

用试验法令 $a=1, b=3$

$$\begin{aligned}
 \text{则 } \frac{1}{5c} + \frac{1}{5d} &= \frac{1010}{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11} - \frac{1}{5} - \frac{1}{15} \\
 &= \frac{1010 - 693 - 231}{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11}
 \end{aligned}$$

$$\text{即 } \frac{1}{5c} + \frac{1}{5d} = \frac{86}{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11}$$

$$\text{由 } \frac{d+c}{5cd} = \frac{86}{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11}$$

即可以考虑试验 $d+c=86$

且 c, d 是 $3 \times 3 \times 7 \times 11$ 的约数, 再用试验法, 令 $c=9, d=77$

有: $d+c=77+9=86$ 且 $5c=45, 5d=385$

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{15} + \frac{1}{45} + \frac{1}{385} = \frac{1010}{3 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11}.$$

故所求的四个分数为 $\frac{1}{5}, \frac{1}{15}, \frac{1}{45}, \frac{1}{385}$.

【题 11】 $\frac{a}{3}, \frac{b}{4}, \frac{c}{6}$ 是三个最简真分数. 如果这三个分数的分子都加上 c , 则三个分数的和为 6, 求这三个真分数.

【思路或解法】 根据条件列式: $\frac{a+c}{3} + \frac{b+c}{4} + \frac{c+c}{6} = 6$
 $4a + 3b + 11c = 72$

因为 a 只能取 1 或 2, b 只能取 1 或 3, c 只能取 1 或 5
 且 a, b, c 不相等, 经过试算得到 $a=2, b=3, c=5$.

答: 这三个真分数是 $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$.

【题 12】 把表中的空格填上合适的数.

光明小学五年级学生人数统计表

1990 年 3 月

	一班	二班	三班	总计
男	25		26	73
女		27		
合计	44			143

【思路或解法】

男生总数 73, 故二班男生数为 $73 - (25 + 26) = 22$ 人;
 一班合计人数为 44, 男生 25 人, 女生为 $44 - 25 = 19$ 人;
 二班男生 22 人, 女生 27 人, 合计为 49 人;
 五年级总数为 143 人, 一班 44 人, 二班 49 人, 三班为

$$143 - (44 + 49) = 50 \text{ 人};$$

三班总人数是 50, 男生 26 人, 女生为 $(50 - 26) = 24$ 人;

女生总人数为 $19 + 27 + 24 = 70$ 人

把计算出来的数字填入相应的表格即为本题的答案.

【题 13】 两个整数的和乘以这两个整数的差所得的结果是 85. 如果这两个整数的差不等于 1, 求它们的和是多少?

【思路或解法】 85 分解成两个因数乘积的形式为

$$85 = 17 \times 5, 85 = 85 \times 1$$

其中较大的因数表示两个数的和, 较小的数表示两个数的差, 而差不等于 1, 所以 17 一定是两个数的和.

答: 它们的和是 17.

【题 14】 下图中有多少个 x ?

```

x x x x x x x x x x x x x x x x x
x x x x x x x x x x x           x x
x x x x x x x x x x x           x x
x x x x   x x x x x x           x x
x x x       x x x x x x x x x x x
x x           x x x x x x x x x x x
x x x x x x x x x x x x x x x x
x x x x x x x x x x x x x x x x

```

【思路或解法】 如果图中空白处全部被 x 所覆盖, 则共有 $8 \times 18 = 144$ 个, 而长方形的空白处所包含的 x 个数为 $3 \times 5 = 15$ 个, 三角形的空白处所包含的 x 个数为 $1 + 3 + 5 = 9$, 因此图中共有 x : $144 - (15 + 9) = 120$ 个.

答: 有 120 个 x .

【题 15】 一个自然数自乘的结果是一个完全平方数. 例如 1, 4, 9 和 16 都是完全平方数. 因为 $1 \times 1 = 1, 2 \times 2 = 4, \dots$. 试问 20 世纪中的哪一年的年份数是一个完全平方数.

【思路或解法】 因为 $40^2=1600$, $50^2=2500$, 所以所求的这年在 41^2 和 49^2 之间. 而 $43^2=1849$, $44^2=1936$, $45^2=2025$. 故所求的年份是 1936.

答: 20 世纪中 1936 年的年份是一个完全平方数.

【题 16】 翻开数学书, 看见两页, 页码之积为 1806. 求这两页的页码.

【思路或解法】 由于 $40^2=1600$, $50^2=2500$, 因此这两个页码介于 40 和 50 之间. 逐一试算得: $42 \times 43 = 1806$.

答: 这两页的页码是 42 和 43.

【题 17】 两个整数之积为 144, 差为 10. 求它们的和.

【思路或解法】 列出所有积为 144 的两个数:

144 72 48 36 24 18 16 12

1 2 3 4 6 8 9 12

差为 10 的只有 18 和 8, $18+8=26$.

答: 这两个整数的和为 26.

【题 18】 $975 \times 935 \times 972 \times (\quad)$, 要使这个连乘积的最后四个数字是 0, 在括号内最小应填什么数?

【思路或解法】 题中 $975=5 \times 5 \times 39$, $935=5 \times 187$, $972=2 \times 2 \times 243$, 因此

$975 \times 935 \times 972 = 5 \times 5 \times 5 \times 2 \times 2 \times 39 \times 187 \times 243$

仅需再乘一个 5、二个 2 即最小数应是 20.

答: 括号内最小应填 20.

【题 19】 $M = \frac{2222221}{2222223}$, $N = \frac{3333331}{3333334}$. M 和 N 谁大?

【思路或解法】 因为 $1 - \frac{2222221}{2222223} = \frac{2}{2222223} = \frac{6}{6666669}$

$$1 - \frac{3333331}{3333334} = \frac{3}{3333334} = \frac{6}{6666668}$$

$$\text{可知 } \frac{2222221}{2222223} < \frac{3333331}{3333334}$$

答: M 和 N 比, M 小.

【题 20】 对 A 、 B 、 C 、 D 有下列那样的计算规定:

$$\begin{array}{l} 2 \rightarrow A \rightarrow 5 \\ 3 \rightarrow A \rightarrow 6 \\ 4 \rightarrow A \rightarrow 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \rightarrow B \rightarrow 1 \\ 4 \rightarrow B \rightarrow 2 \\ 5 \rightarrow B \rightarrow 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \rightarrow C \rightarrow 4 \\ 3 \rightarrow C \rightarrow 6 \\ 4 \rightarrow C \rightarrow 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \rightarrow D \rightarrow 1 \\ 6 \rightarrow D \rightarrow 2 \\ 9 \rightarrow D \rightarrow 3 \end{array}$$

如例那样, 在 $\square$ 中填数, 在 () 中填 A 、 B 、 C 、 D .

(例 1) $12 \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \square$.

(例 2) $12 \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow (B) \rightarrow 5$.

(1) $2 \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow \square$;

(2) $24 \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow () \rightarrow 15$;

(3) $7 \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A \rightarrow \square$;

(4) $27 \rightarrow A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow () \rightarrow B \rightarrow 14$.

【思路或解法】 根据题目条件可知, A 为“增加 3”, B 为“减少 2”, C 为“乘以 2”, D 为“除以 3”. 由此可知, 四个小题依次应填 8、 A 、7、 C .

【题 21】 说一说每个算式所表示的意思.

农具厂计划一个月(30 天)生产 150 台播种机, 实际每天生产 6 台.

$$150 \div 30 \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6 \times 30 - 150 \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6 \times 30 \underline{\hspace{2cm}}$$

$$30 - 150 \div 6 \underline{\hspace{2cm}}$$

$$150 \div 6 \underline{\hspace{2cm}}$$

$$6 - 150 \div 30 \underline{\hspace{2cm}}$$

【思路或解法】 依条件可知 $150 \div 30$ 表示原计划每天生产的台数, 6×30 表示实际完成一个月生产的台数, $150 \div 6$ 表

示实际完成月计划产量的天数, $6 \times 30 - 150$ 表示超额完成的台数, $30 - 150 \div 6$ 表示提前完成的天数, $6 - 150 \div 30$ 表示实际每天多生产的台数.

【题 22】 两个两位数相加的和为 197, 那么这两个加数是_____和_____.

【思路或解法】 根据数的奇偶性可知这两个数分别是一个奇数, 另一个是偶数. 又这两个数均是两位数, 经试验可知这样的两位数分别是 99 和 98.

【题 23】 将 1990 减去它的 $\frac{1}{2}$, 再减去余下的 $\frac{1}{3}$, 再减去余下的 $\frac{1}{4}$, ..., 最后减去余下的 $\frac{1}{1990}$, 那么剩下的数是_____.

【思路或解法】 根据题意, 逐项相减可知每次的余数依次相当于 1990 的 $\frac{1}{2}$ 、1990 的 $\frac{1}{3}$ 、1990 的 $\frac{1}{4}$ 这样最后一次剩余量为 1990 的 $\frac{1}{1990}$.

根据求一个数的几分之几是多少进行计算:

$$1990 \times \frac{1}{1990} = 1$$

答: 剩下的数是 1.

【题 24】 有八个数, $0.\dot{5}1$; $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{9}$; $0.5\dot{1}$; $\frac{24}{47}$; $\frac{13}{25}$ 是其中的六个. 如果按从小到大顺序排列时, 第四个数是 $0.5\dot{1}$, 那么从大到小排时, 第四个数是_____.

【思路或解法】 将这六个数按从大到小顺序排成一列是

$$\frac{2}{3}; \frac{5}{9}; \frac{13}{25}; 0.\dot{5}1; 0.5\dot{1}; \frac{24}{47}$$

因为 $0.5\dot{1}$ 在 8 个数中从小到大排列第四, 那么从大到小

排列时，它应排在第五，而 0.5i 在上面六个数中恰好排列第五，可知另外两个数一定比 0.5i 小。

因此在这 8 个数按从大到小的顺序排列时第四个数是 0.5i。

【题 25】 一个整数乘以 13 后，乘积的最后三位数是 123，那么这样的整数最小的是_____。

【思路或解法】 因为乘积可被 13 整除，故可列如下乘法算式和除法算式：

$$\square\square\square \times 13 = \square 123$$

$$\square 123 \div 13 = \underline{\hspace{2cm}}$$

把除法算式写成除法竖式，并先以最小的商进行推导：

$$\begin{array}{r} 471 \\ 13 \overline{) \square 123} \\ \underline{13} \\ 12 \\ \underline{21} \\ 2 \\ \underline{-52} \\ 0 \end{array}$$

答：最小的数是 471。

【题 26】 在 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 中选出若干个数使它们的和大于 3，至少要选_____个数。

【思路或解法】 很显然，要使所选的数的个数尽可能的少，就要尽量使用大数，而所给的数是从大到小排列的，因此只要顺次来取就行了，经过试验知：

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} \approx 2.9$$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} + \frac{1}{11} \approx 3.01$$

这说明至少取 11 个数，才能使它们的和大于 3。

【题 27】 把自然数 1, 2, 3, ……998, 999 分成三组，如果每一组数的平均数恰好相等，那么这三个平均数的和是_____。

【思路或解法】 因为每一组的平均数恰好相等，它们都应该等于总平均数，这些数的总平均数为

$$\frac{1+999}{2}=500$$

因此所求三个平均数的和为

$$500 \times 3 = 1500$$

【题 28】 甲、乙两数的和是 305.8，乙数的小数点向右移动一位就等于甲数，甲数等于_____。

【思路或解法】 根据题意乙数的小数点向右移动一位就等于甲数，可知乙数是甲数的 $\frac{1}{10}$ 。

甲乙两数的和是 305.8，也就是甲数加上它的 $\frac{1}{10}$ 后是 305.8。

$$305.8 \div \left(1 + \frac{1}{10}\right) = 278$$

答：甲数等于 278。

【题 29】 甲、乙、丙、丁四个数的和是 36。如果甲数加上 2，乙数减少 2，丙数扩大 2 倍，丁数缩小 $\frac{1}{2}$ ，那么四个数相等。最小的一个数原来是_____。

【思路或解法】 根据题意，有

$$\text{甲} + 2 = \text{乙} - 2 = \text{丙} \times 2 = \text{丁} \times \frac{1}{2}$$

从这个式子我们可以看出，甲、乙、丙、丁四数中，丙是最小的数。

又甲+乙=丙×4，丁=丙×4，所以这样四个数之和相当于丙×9

$$36 \div (4+4+1) = 4$$

答：最小的一个数原来是4。

【题 30】 两个数相除，被除数、除数、商和余数的和是9.6。如果把被除数和除数都扩大10倍，那么商3余9。这两个数中较大的一个数是_____。

【思路或解法】 根据被除数、除数都扩大或者同时缩小相同的倍数（零除外）商不变的性质可知：

$$(9.6 - 0.9 \times 2 - 3) \div (3 + 1) \times 3 + 0.9 = 4.5$$

答：这两个数中较大的一个数应是4.5。

【题 31】 39个连续奇数的和是1989。其中最大一个奇数是_____。

【思路或解法】 因为相邻的两个奇数之差都是2，所以中间的那个奇数就是这39个奇数的平均数。根据题意列式为

$$1989 \div 39 + 2 \times [(39 - 1) \div 2] = 89.$$

答：最大的一个奇数是89。

【题 32】 有三十个数， 1.64 、 $1.64 + \frac{1}{30}$ 、 $1.64 + \frac{2}{30}$ 、……、 $1.64 + \frac{28}{30}$ 、 $1.64 + \frac{29}{30}$ 。如果取每个数的整数部分（例如： 1.64 的整数部分是1， $1.64 + \frac{29}{30}$ 的整数部分是2），并将这些整数相加，那么其和是_____。