

工程结构优化设计 方法与应用

GONGCHENG JIEGOU YOUHUA SHEJI
FANGFA YU YINGYONG

柴山 尚晓江 刚宪约 等 编著

中国铁道出版社
CHINA RAILWAY PUBLISHING HOUSE

工程结构优化设计方法与应用

柴 山 尚晓江 刚宪约 等 编著

中国铁道出版社

2015年·北京

内 容 简 介

本书分为两部分,第一部分为结构优化设计的基本理论与方法。在这一部分中,讨论了结构优化设计的数学模型,并重点论述了结构优化设计数学模型的特点及其与一般非线性规划问题的不同之处。在此基础上,讨论了基于准则法的结构优化设计、离散变量结构优化设计、结构拓扑优化设计、结构多目标优化设计。由于有关数学规划方法的书籍和资料很多,因此这一部分内容注重结构优化设计基本概念和基本方法的讨论,而不过多去讨论数学规划方法。第二部分结合 ANSYS 软件,讨论应用结构分析和结构优化设计软件进行工程结构优化设计的方法。这一部分内容包括 ANSYS 结构分析基础、基于 APDL 脚本的结构优化技术和基于 ANSYS Workbench 的结构优化技术,另外结合作者的研究工作,介绍了基于二次开发的载货车车架结构参数化建模和优化设计系统。

本书可作为工科相关专业的研究生及高年级本科生教材,也可作为工程技术人员学习结构优化设计理论及 ANSYS 软件应用技术的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

工程结构优化设计方法与程序应用/柴山等编著. —北京:
中国铁道出版社,2015. 11
ISBN 978-7-113-21015-1

I. ①工… II. ①柴… III. ①工程结构—结构设计 IV. ①TU318

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 236029 号

书 名:工程结构优化设计方法与应用
作 者:柴 山 尚晓江 刚宪约 等

策 划:陈小刚
责任编辑:陈小刚 编辑部电话:010-51873193
封面设计:郑春鹏
责任校对:孙 玫
责任印制:郭向伟

出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市西城区右安门西街8号)
网 址:<http://www.tdpress.com>
印 刷:北京尚品荣华印刷有限公司
版 次:2015年11月第1版 2015年11月第1次印刷
开 本:787 mm×1 092 mm 1/16 印张:17.25 字数:430 千
书 号:ISBN 978-7-113-21015-1
定 价:42.00 元

版权所有 侵权必究

凡购买铁道版图书,如有印制质量问题,请与本社读者服务部联系调换。电话:(010) 51873174(发行部)
打击盗版举报电话:市电(010) 51873659,路电(021) 73659,传真(010) 63549480

前 言

结构优化设计是一种集计算力学、数学规划、计算机科学以及其他工程学科于一体的寻求工程结构在满足约束条件下按预定目标求出最优方案的设计方法。结构优化设计从马克斯威尔 (Maxwell) 理论和米歇尔 (Michelle) 桁架出现起已有 100 多年, 从施密特 (Schmit) 用数学规划来解决结构优化设计算起亦有 50 多年的历史, 特别是过去的 40 多年, 在理论、算法和应用方面都取得了长足的发展。目前结构优化设计已成为工程结构创新设计的一种重要和有效的方法。

本书写作的指导思想是理论与应用相结合, 理论为应用服务。

本书分为两部分, 第一部分为结构优化的基本理论与方法。在这一部分中, 讨论了结构优化的数学模型, 并重点论述了结构优化设计数学模型的特点及其与一般非线性规划问题的不同之处。在此基础上, 讨论了基于准则法的结构优化设计、离散变量结构优化设计、结构拓扑优化设计、结构多目标优化设计。由于有关数学规划方法的书籍和资料很多, 因此这一部分内容注重结构优化设计基本概念和基本方法的讨论, 而仅将常用的非线性规划算法作为一个附录供读者参考。第二部分结合 ANSYS 软件, 讨论应用结构优化设计软件进行工程结构优化的方法。这一部分内容包括 ANSYS 结构分析基础、基于 APDL 脚本的结构优化技术和基于 ANSYS Workbench 的结构优化技术, 另外结合作者的研究工作, 介绍了基于 ANSYS 二次开发的载货车车架结构参数化建模和优化设计系统。

本书第一章、第二章、第四章和第十章由柴山执笔, 第七章、第八章和第九章由尚晓江执笔, 第三章、第五章、第六章以及附录由刚宪约执笔。荆栋博士和王友刚、王孟、郭明硕士为本书做了大量工作, 胡凡金硕士协助测试了部分 ANSYS 算例, 在此表示衷心的感谢。

本书可作为工科相关专业的研究生及高年级本科生教材, 也可作为工程技术人员学习结构优化设计理论及 ANSYS 软件应用技术的参考书。

由于作者水平有限, 书中难免存在不妥和错误之处, 敬请读者批评指正。

目 录

第 1 章 结构优化设计的概念	1
1.1 结 构	1
1.2 结构设计	2
1.3 结构优化设计	3
1.4 结构优化设计的研究、应用概况	5
1.5 结构优化设计软件	7
第 2 章 结构优化设计的数学模型	8
2.1 设计变量、目标函数、约束条件	8
2.2 可行域、可行集、目标函数等值面	14
2.3 结构优化设计的特点	15
2.4 几种解决方案	15
第 3 章 基于准则法的结构优化设计	25
3.1 满应力准则	25
3.2 满位移准则法	41
3.3 能量准则	48
第 4 章 离散变量结构优化设计	52
4.1 概 述	52
4.2 离散变量优化问题的可行集与最优解	53
4.3 离散变量结构优化设计的特点	57
4.4 离散变量结构优化设计的一维斐波那契搜索算法	61
4.5 离散变量结构优化设计的序列二级算法	68
4.6 离散变量结构优化设计的相对差商法	69
第 5 章 结构拓扑优化设计	95
5.1 概 述	95
5.2 杆系结构的结构拓扑优化设计	96
5.3 连续体的结构拓扑优化设计	111
第 6 章 结构多目标优化设计	124
6.1 多目标优化设计的概念	124

6.2	多目标优化算法	126
6.3	结构多目标优化设计	132
第 7 章	ANSYS 结构分析基础	134
7.1	ANSYS 结构分析的理论背景	134
7.2	ANSYS 结构分析模型的构建	141
7.3	ANSYS 结构分析要点及例题	149
第 8 章	基于 Mechanical APDL 的结构优化方法	166
8.1	基于 APDL 语言的参数化有限元分析	166
8.2	基于 Mechanical APDL 的参数优化方法	171
8.3	Mechanical APDL 参数优化例题	188
第 9 章	基于 Workbench 的结构优化技术	199
9.1	ANSYS Workbench 参数管理及设计优化技术概述	199
9.2	参数相关性、DOE 与响应面技术	202
9.3	目标驱动优化 (GDO) 技术及应用	216
9.4	形状优化技术及应用	239
第 10 章	基于 ANSYS 二次开发的载货车车架结构参数化建模和优化设计系统实例 ...	243
10.1	基于 ANSYS 二次开发的载货车车架参数化建模系统	243
10.2	基于 ANSYS 二次开发的载货车车架轻量化设计系统	252
附录 A	数学规划方法	259
A.1	数学规划概述	259
A.2	一维搜索方法	260
A.3	无约束优化方法	262
A.4	约束优化方法	266
参考文献	269

第1章 结构优化设计的概念

1.1 结 构

所谓结构,是指由若干构件连接而构成的承受荷载而起骨架作用的平面或空间体系。根据组成结构的材料可分为金属结构、钢结构、混凝土结构、砌体结构、轻型钢结构、木结构和组合结构等。如图 1.1~图 1.4 所示即为常见的结构。



图 1.1 港口门式起重机



图 1.2 山西应县木塔

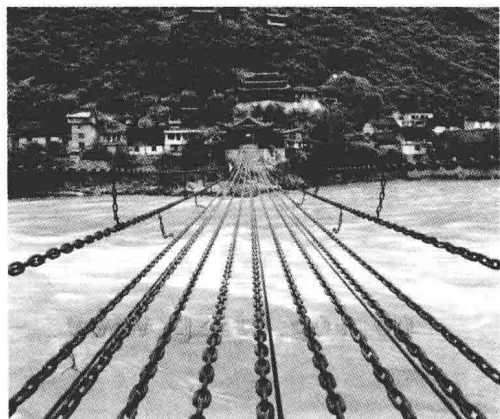


图 1.3 四川甘孜泸定桥

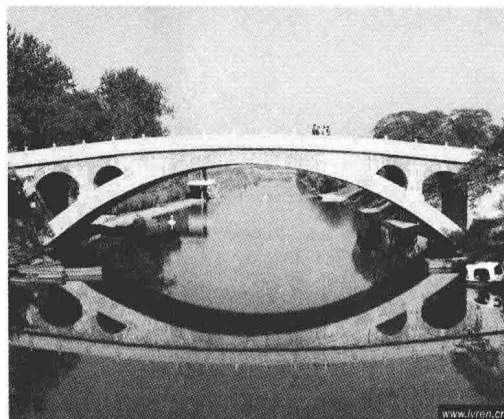


图 1.4 河北赵县赵州桥

承受荷载并保证装备或建筑安全、可靠地工作是结构的基本功能,因此结构必须满足基本的力学条件:

- (1) 不破坏(强度要求);
- (2) 不产生影响结构正常工作的变形(刚度条件);

(3) 不失稳(稳定性条件)。

1.2 结构设计

结构设计主要包括以下几个方面:

1. 设计结构的类型

结构类型的设计是结构设计的第一步,由于结构的类型往往决定了结构的整体设计方案,因此结构类型的设计也是对整个结构设计起决定性作用的关键步骤。

例如移动式起重机主要包括轮式起重机和履带式起重机两种。轮式起重机(如图 1.5 所示的 QAY500 全地面汽车起重机)是装在普通汽车底盘或特制全地形底盘上的一种起重机,优点是机动性好,转移迅速。底盘性能等同于同样整车总质量的载重汽车,符合公路车辆的技术要求,因而可在各类公路上通行无阻。一般备有上、下车两个操纵室,作业时伸出支腿保持稳定。适用于货场、码头、各类建设工地等场所的吊重作业。

履带起重机简称履带吊(如图 1.6 所示 QUY450 履带式起重机),是一种下车底盘是履带行走机构,靠履带行走的吊车,具有较强的吊装能力,起重量大,防滑性能好,对路面要求低,可以吊重行走,适合大型工厂如石化、电力、冶金、化工、核能建设工地的厂区作业。

两种起重机具有不同的结构形式,以起重吊臂为例,一个是多节的封闭箱式结构,一个是单节的桁架结构。就材料利用率来讲,桁架结构优于箱式结构,但加工制造精度较低,很难做成伸缩式结构。履带起重机的吊臂是现场组装,不需要考虑整机的机动性,因此可以采用桁架结构,而汽车起重机的特点是机动性好,要求符合公路车辆的技术要求,可在各类公路上通行,其吊臂需要自由伸缩,因此就要选用多节的封闭箱式结构。

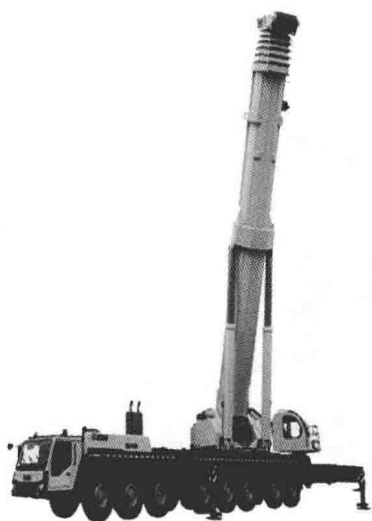


图 1.5 QAY500 全地面汽车起重机

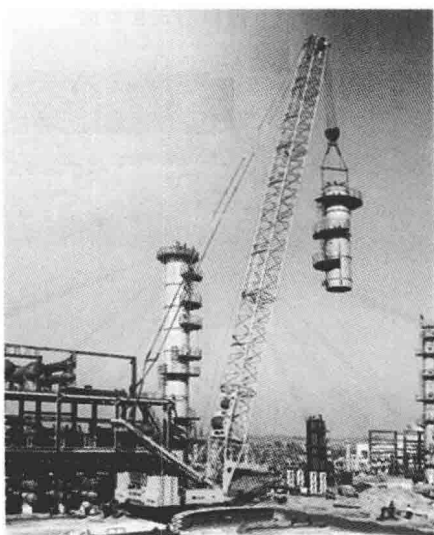


图 1.6 QUY450 履带式起重机

2. 选择结构的材料

根据结构形状的不同,要选取不同的材料。如图 1.4 所示的拱式石桥,根据拱的受力分

析,在横向载荷作用下,拱受压力,根据石材耐压不耐拉的特点,选用石材就能合理利用其抗压性能。如图 1.3 所示的泸定桥,在横向载荷作用下,所受的均为拉力,因此需要选用抗拉性能好的金属材料。

3. 选择截面形状

不同的截面形状具有不同的承载特性,例如对于受轴向力作用的构件,影响其强度、刚度的是截面的面积,截面形状对承载能力没有影响,为制造、安装方便,一般可选取圆形或矩形的截面形状;对于受扭矩作用的构件,影响其强度、刚度的是截面的抗扭截面模量,截面形状对承载能力有很大影响,一般多采用圆形或空心圆形的截面形状(如图 1.7 所示);对于受弯矩作用的构件,影响其强度、刚度的是截面的抗弯截面模量,为提高截面的抗弯截面模量,多采用工字形、槽形或空心矩形等截面形状(如图 1.8 所示)。因此,在进行结构设计时,要根据各构件不同的受力状态选择合适的截面形状。

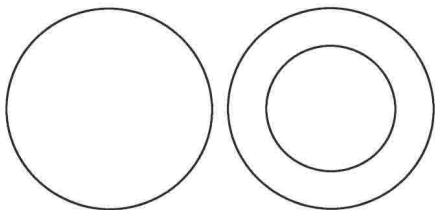


图 1.7 受扭矩作用的构件常用截面

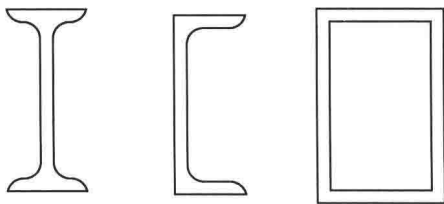


图 1.8 受弯矩作用的构件常用截面

4. 拟定截面尺寸

根据结构的需要,对截面尺寸大小进行初步的拟定,然后进行相关的分析操作,而后根据分析的结果改变截面尺寸,使其符合强度和刚度等要求。

5. 进行各项验算(强度、刚度、稳定性条件)

对于已经设计好的结构,需要对其进行各项参数的校核,如:强度,刚度,稳定性,抗拉抗压性等,以确定结构是否能够满足实际需要,避免出现设计的不合理性。

1.3 结构优化设计

结构优化设计是相对于传统结构设计而言的。传统的结构设计是设计者根据设计要求,按本人的实践经验,参考类似的工程设计,完成结构的类型设计、材料选择、截面形式和尺寸设计,然后进行强度、刚度、稳定性等各方面的计算,以保证结构设计满足要求。传统的结构设计的特点是所有参与计算的量必须是以常量出现,这种设计是“可行的”而未必是“最优的”。

结构优化设计是设计者根据设计要求,在全部可能的结构方案中,利用数学手段,从中选择一个最好的方案。优化设计所得到的结果,不仅仅是“可行的”,而且是“最优的”。这里所说的“最优”的概念是相对的,随着科学技术的发展及设计条件的变动,不但最优的结果会发生改变,甚至最优的标准也会发生变化。

结构优化设计是一门新兴的技术科学。它的任务是以现代数学、现代力学的理论与数值方法为基础,以电子计算机为工具,研究工程结构设计优化与自动化的理论与方法。从被动的分析、校核而进入主动的设计,是结构设计的一次飞跃。与常规结构设计方法比较,用优化设

计方法可以显著提高工程设计的效率和品质,节约设计成本,缩短设计周期。

结构优化设计能最合理地利用材料的性能,使结构内部各单元得到最好的协调,并具有规范所规定的安全度。同时它还可以为整体性方案设计进行合理的决策。结构优化设计是实现设计的最终目标“适用、安全和经济”的有效途径。

对于设计者评价涉及“优”的标准,在优化设计中称为目标函数;结构设计中的量,以变量形式参与结构优化设计者称为设计变量;设计时应遵守的几何、强度及刚度等条件称为约束条件。

目标函数、设计变量和约束条件称为结构优化设计的三要素,因此结构优化设计的研究内容为:

- (1) 选择设计变量;
- (2) 确定目标函数;
- (3) 列出约束条件;
- (4) 选择合适的优化方法,进行结构优化设计。

其中前三项构成了结构优化设计的数学模型。

例 1.1 如图 1.9 所示两杆桁架结构,材料的许用拉应力为 $[\sigma_t]$,许用压应力为 $[\sigma_c]$,垂直许用位移为 δ , α 为 30° ,设计变量为两杆的横截面积,要求结构重量最轻,建立结构优化设计的数学模型。

解: (1) 设计变量:两杆的横截面积 A_1, A_2 ;

(2) 目标函数:由于杆件采用的都是钢材,所以结构的质量可以用材料的体积 V 来衡量:

$$V = A_1 \frac{2l}{\sqrt{3}} + A_2 l$$

(3) 约束条件:

$$\text{①杆的强度条件: } \sigma_1 = \frac{F_{N1}}{A_1} = \frac{2F}{A_1} \leq [\sigma_t]$$

$$\text{②杆的强度条件: } \sigma_2 = \frac{F_{N2}}{A_2} = \frac{\sqrt{3}F}{A_2} \leq [\sigma_c]$$

$$\text{结构的位移条件: } \delta = 2\Delta l_1 + \sqrt{3}\Delta l_2 = \frac{8Fl}{\sqrt{3}EA_1} + \frac{3Fl}{EA_2} \leq [\delta]$$

横截面积必须为正: $A_1 > 0, A_2 > 0$

这个结构优化设计的数学模型可以表达如下:

$$\text{求设计变量} \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{使目标函数} \quad V(\mathbf{A}) = A_1 \frac{2l}{\sqrt{3}} + A_2 l$$

为最小,并满足约束条件:

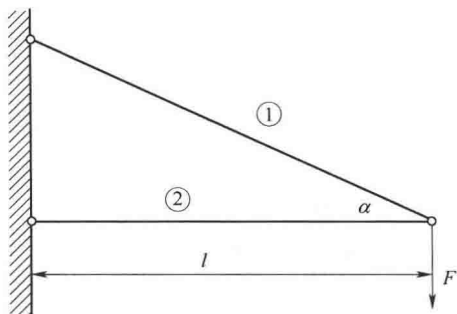


图 1.9 两杆桁架结构

$$\begin{cases} \sigma_1 = \frac{F_{N1}}{A_1} = \frac{2F}{A_1} \leq [\sigma_t] \\ \sigma_2 = \frac{F_{N2}}{A_2} = \frac{\sqrt{3}F}{A_2} \leq [\sigma_c] \\ \delta = 2\Delta l_1 + \sqrt{3}\Delta l_2 = \frac{8Fl}{\sqrt{3}EA_1} + \frac{3F}{EA_2} \leq [\delta] \\ A_1 > 0, A_2 > 0 \end{cases}$$

1.4 结构优化设计的研究、应用概况

结构优化设计从马克斯威尔(Maxwell)理论和米歇尔(Michelle)桁架出现起已有100多年,从施密特(Schmit)用数学规划来解决结构优化设计算起亦有50多年的历史,特别是过去的40多年,在理论、算法和应用方面都取得了长足的发展。

由于实际结构的复杂性,结构优化设计问题往往涉及各种因素(环境、荷载、几何特征、材料、施工、费用等),受多方面的制约,其数学模型十分复杂。因此必须抓住问题的主要方面和主要矛盾,删繁就简、进行抽象,简化其数学模型,才能实施优化。因此优化设计的价值与有效性取决于所用的数学模型和相应的寻优算法,特别与所选用的设计变量,所考虑的约束条件和规定的目标或评价函数有密切关系。结构优化设计所得到的最优解或最优设计只是一个相对的最优结构,它仅仅是在所选用的约束与评价函数下才是最优的。由于理论上的局限,很多算法仅当模型形态良好时,才能获得稳定的收敛解,因此大量的文章都限于讨论连续型设计变量(实数集上的变量)、单一目标和确定性问题的优化,而客观世界中的现实问题常包含有离散变量,评价设计优劣的标准不是一个而是多个,模型和有关参数亦不是完全确定的而是随机的、模糊的。可见模型与现实之间存在较大差距,有些甚至是根本性的差距,而忽略这些,过分简化,即使得到了最优解亦很难回归到真实世界中去。另外作为工程设计往往积累有很多经验与知识,形成规范与常识来指导设计过程,其中有些是难于进行数学描述的^[1]。

结构优化设计可以根据设计变量的类型分为不同的层次:

1. 尺寸优化

在给定结构的类型、材料、布局拓扑和几何尺寸的情况下,优化各个组成构件的截面尺寸,使结构最轻或最经济,通常称为尺寸优化,它是结构优化设计中的最低层次,也是在工程实际中应用最为广泛的结构优化设计形式。尺寸优化中的设计变量可以是杆的横截面积、梁的惯性矩、板的厚度,或是复合材料的分层厚度和材料铺层的方向角度等,所以,用有限元计算结构位移和应力时,尺寸优化过程不需要网格重新划分,直接利用敏度分析和合适的数学规划方法就能完成尺寸优化。对于一定的几何状态,如固定节点位置和单元连接的桁架结构,有限元分析只是在杆件的横截面特性发生变化时需要重复进行。对于具有连续性结构的板或壳,也只是把各单元厚度作为设计变量,则优化结果是阶梯形分布的板厚度或壳厚度。这类优化过程中,设计变量与刚度矩阵成正比。因此,尺寸优化研究重点主要集中在优化算法和敏度分析上。这一层次的研究经历了许多年,虽然是结构优化中的最低层次,但它却为加深对结构优化问题的认识、使用各种不同类型的算法提供了宝贵的经验。

2. 形状优化

如果让结构的几何形状也可以变化,例如,把桁架和刚架的节点位置或连续体边界形状的几何参数作为设计变量,则结构优化设计又进入了一个较高的层次,即所谓的结构形状优化。结构形状优化的主要特征是,待求的设计变量是所研究问题的控制微分方程的定义区域,所以是可动边界问题。它主要研究如何确定结构的边界形状或者内部几何形状,以改善结构特性。确定结构的边界形状如水工建筑中双曲拱坝的体形设计,其目的在于满足工程要求的前提下寻求用材最省的坝形;确定内部几何形状如结构内部开孔尺寸和形状的选择,其目的是降低应力集中、改善应力分布状况。许多重要结构或部件往往因为局部的应力集中而造成疲劳、断裂破坏。实践表明,结构的形状优化设计是解决这类问题的有效途径之一。形状优化设计相对尺寸优化设计,研究起步较晚,已经取得的研究成果相对较少。主要有两方面的原因:其一,由于在形状优化过程中分析模型不断变化,因而必须不断地重新生成有限元网格并进行自适应分析,有一定的难度;其二,由于形状优化过程中,单元刚度矩阵、结构性态与设计变量之间的非线性关系,使得形状优化的敏度分析计算量比尺寸优化要大得多,也困难得多。形状优化设计也因此引起了工程界、数学界和力学界的极大兴趣。

3. 拓扑优化

若再允许对桁架节点联结关系或连续体结构的布局进行优化,则优化达到更高的层次,即结构的拓扑优化。结构拓扑优化包括离散结构的拓扑优化和连续体结构的拓扑优化。拓扑优化的主要思想是将寻求结构的最优拓扑问题转化为在给定的设计区域内寻求材料的最优分布问题。虽然结构拓扑优化的概念已经提出 100 多年了,但直到近几十年才得到迅速的发展,而且大部分的研究都是针对连续体结构的,针对离散结构的研究较少。

4. 离散变量优化

按照设计变量的取值范围,结构优化设计可分为连续变量结构优化设计和离散变量优化设计。离散变量结构优化设计是指在优化设计过程中,设计变量的取值不是在某一范围内连续变化而是只能取某些符合一定条件的离散值。在国际上,20 世纪 60 年代末期和 70 年代初期,研究人员已开始对工程离散变量结构优化设计问题进行研究,但由于当时对于连续变量非线性规划问题的研究还不够深入,所以在 70 年代和 80 年代,研究的重点集中于连续变量的非线性规划问题。经过三十多年的努力,连续变量非线性规划问题的研究取得了重大的进展,因此,近年来人们在进行连续变量形状、拓扑优化设计的同时,研究的重点也逐步转回到具有重大实际应用价值的离散变量结构优化设计上来。由于离散变量优化的目标函数和约束函数是不连续、不可微的,可行域退化为不可连通的可行集,所以研究难度大大高于连续变量优化问题。

目前常用的离散变量优化设计算法有三类:

(1) 精确算法。这类算法可求得问题的全局最优解,但一般来讲这些算法都是指数型算法。

(2) 近似算法。这类算法求得的不是精确最优解而是近似最优解,但是该类算法可以保证近似最优解与精确最优解的相对误差不超过某一固定的比值。

(3) 启发式算法。这类算法的基本思想不是一定要求得精确最优解,而是在允许的时间内求得一近似最优解。

5. 多学科优化设计

20 世纪 80 年代末,飞行器设计领域兴起了一种新的设计方法——多学科设计优化

(MDO)。该方法要求设计者在进行复杂系统的设计时,必须充分考虑各个学科之间的相互耦合关系,并利用适当的方法将系统分解为以学科为基础的模型,然后根据学科之间的相互关系,通过特定的框架协调和控制这些子系统(学科),从而最终获得系统的全局最优解。

MDO 是一种并行工程思想在设计阶段的具体体现和实施技术。其主要内容主要包括:①面向设计的多学科分析设计的软件集成;②有效的多学科优化设计方法,实现多学科并行设计,获得系统最优解;③MDO 分布式计算机网络环境。MDO 的方法可以分为两类:一类是基于试验设计的 MDO 方法,另一类是基于优化算法的 MDO 方法。第一类的方法大都用于工程问题概念和方案设计阶段,往往作为开展第二类 MDO 研究的基础。

显然,随着结构优化层次的提高,其难度也越来越大。

1.5 结构优化设计软件

工程结构优化设计研究的一个重要目的就是要将理论研究成果应用于实际工程,解决工程结构的优化设计问题。由于结构优化设计问题的复杂性,只有应用计算机才能完成实际工程结构的优化设计问题。目前结构优化设计的软件主要有两类:

一类是专用的结构优化设计软件,如 OptiStruct、Tosca 等。这些结构优化设计软件拥有强大、高效的概念优化和细化优化能力,优化方法多种多样,可以应用在设计的各个阶段,其优化过程可对结构在静力、模态、屈曲等约束条件下进行优化。有效的优化算法允许在模型中存在上百个设计变量和响应,并且支持多种有限元结构分析程序的求解器和前后处理器,使其应用更加灵活、方便。

另一类是具有结构优化设计功能的通用有限元分析软件,例如 ABAQUS, ANSYS, MSC. Marc, MSC. Nastran 等,这些有限元分析软件由于结构分析功能强大,前后处理界面友好,因而得到了广泛的应用。而在这些有限元分析软件基础上发展起来的结构优化设计模块,与有限元分析模块可以实现完美结合,充分发挥了有限元分析软件在求解器、数据结构、存储器管理等方面的优势,将结构分析与结构优化设计结合起来,得到了广泛的应用。表 1.1 是 2013 年 9 月在中国知网以在“篇名”中包含“软件名称”和“优化”进行精确检索所检索到的文献篇数。

表 1.1 应用不同结构优化设计软件的文献篇数

软件名称	ANSYS	Nastran	ABAQUS	Marc	OptiStruct	Tosca
文献篇数	553	36	29		32	8

由表 1.1 可见,ANSYS 在结构优化设计的研究与应用方面的文献最多,这一方面是因为 ANSYS 拥有很大的用户群体,另一方面也说明 ANSYS 在结构优化设计方面的功能较为实用、完善,可以用来解决工程实际中的许多实际问题。

第2章 结构优化设计的数学模型

如前所述,结构优化设计的数学模型是由设计变量、目标函数、约束条件构成的非线性规划模型,但与一般的非线性规划问题相比,结构优化设计问题又有其独特的特殊性,本章将详细讨论结构优化设计的数学模型。

2.1 设计变量、目标函数、约束条件

2.1.1 设计变量

在一个结构设计方案中,全部参数可分为三种类型,即设计参数、性态参数和中间参数。

(1)设计参数是设计中的自变量,通常由设计者主动选择;

(2)性态参数是结构的各种性态变量,例如应力、位移、自振频率等,是设计参数的因变量,设计者不能直接选出所需要的性态参数,而只能靠结构分析来描述性态参数;

(3)中间参数是由设计参数求性态参数运算过程中的一些量。例如单元的应力是一个性态参数,求应力时所需的内力就是一个中间参数。

在优化过程中,针对具体问题,往往将设计参数中的一部分事先给定(例如我们在截面优化设计中,结构的坐标给定,结构中杆件连接关系给定,材料给定,这些是确定参数)而调整另一部分设计参数(截面面积)。这些可调整的设计参数就称为设计变量。

设计变量在数学上的分类有连续变量和离散变量两种。

连续变量可以用定义域进行描述,定义域内的任何值都是有效的。例如,若在结构设计中采用钢板,取钢板的厚度 t 为设计变量,且要求 $10\text{ mm} \leq t \leq 20\text{ mm}$ 。若视 t 为连续变量,则在 $10\text{ mm} \leq t \leq 20\text{ mm}$ 的范围内任一值都是可取的。

但在实际工程中,热轧钢板的厚度并不是连续的,按国家标准,在 10 mm 至 20 mm 之间,钢板的厚度只有几个规格,取这几个规格之外的数值是没有意义的。因此,离散的设计变量不能用定义域表示,只能用集合将其可取值一一给出。上面的问题就可表示为:

$$t \in \{t_1, t_2, \dots, t_N\} \quad (2.1)$$

式中 N ——离散变量可取值的个数。

设计变量的选取问题:一般说来,影响力学性能的截面几何特性最多可有九个,用 X 表示截面几何特性集合,则可将其表示为:

$$X = \{A, F_y, F_z, I_x, I_y, I_z, W_x, W_y, W_z\} \quad (2.2)$$

式中 A ——截面面积;

F_y, F_z ——截面对 y, z 轴的有效剪切面积;

I_x, I_y, I_z ——截面的抗扭惯性矩及对 y, z 轴的抗弯惯性矩;

W_x, W_y, W_z ——截面的抗扭截面模量及对 y, z 轴的抗弯截面模量。

对于工字钢、槽钢、角钢等型钢来说,以上各项几何性质都是由一个截面形状所决定的,一旦截面选定,各项几何性质就完全确定了。因此,在结构设计中,只能取一个作为设计变量。否则,不但会使设计变量的数量增加,更为严重的是会出现在优化结果中按某一设计变量选取为一种规格,而按另一设计变量选取则为另一种规格的荒唐结果。

尽管在截面的各几何性质间存在着一定的关系,但这些关系是很难用数学形式来描述的。可按型钢表提供的数据建立截面几何性质之间的近似关系式^[2]:

$$A = al^b \quad A = a'W^{b'} \quad W = a''l^{b''} \quad (2.3)$$

有了这些关系后就可取其中之一作为独立设计变量,其他几何性质可由该变量导出。

但对于形状复杂的截面,建立以上的近似关系是相当困难的,甚至是不可能的。解决离散设计变量选取问题的一种较好办法是采用工程数据库的办法将每一规格的型钢按截面面积的升序存于一个工程数据库中,在优化设计中以截面性质 x 为设计变量,对于 i 单元(或经过变量连接后的单元组),根据可选型钢在工程数据库中的记录号建立集合 K_i :

$$K_i = \{ k_i | i \text{ 单元可选型钢在工程数据库中的编号} \}$$

这样,每一 k_i 代表一个规格的型钢,当 k_i 给定后,相应的截面性质也就给定了。截面性质 X_{k_i} 可表示为:

$$X_{k_i} = \{ A_{k_i}, F_{yk_i}, F_{zk_i}, I_{xk_i}, I_{yk_i}, I_{zk_i}, W_{xk_i}, W_{yk_i}, W_{zk_i} \} \quad (2.4)$$

2.1.2 变量连接

从理论上讲,每一单元的截面都是相互独立的,可以独立变化。也就是每个单元都有一个独立的设计变量,设计变量的个数和单元的个数一样。但是在实际工程结构设计和制造中却往往不允许这样。

图 2.1 所示为一杆系结构,共剖分为 10 个单元,其中单元①、②、③为一连续梁,其余为杆单元。由结构对称性,要求④、⑥号单元选择同一截面,⑦、⑩号单元和⑧、⑨号单元分别选择同一截面。这样,这一有十个单元的问题就只有五个独立的设计变量了。

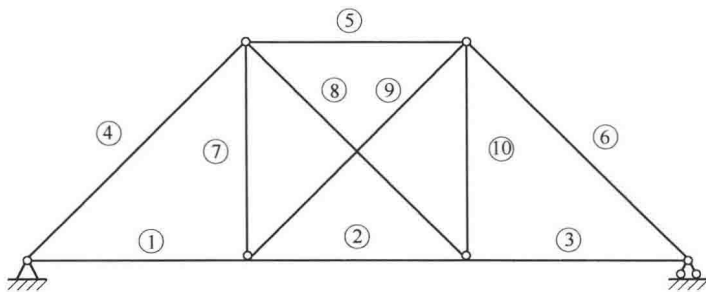


图 2.1 杆系结构图

这种由于结构、工艺等的原因要求结构的若干个单元取同一设计变量的情况称为变量连接。经过变量连接后,结构的设计变量大大减少,变量连接实际上相当于在结构各截面的设计变量间加了一些等式约束。例如对于图 2.1 所示的结构,这种等式约束可表述为:

$$\begin{aligned} x_1 = x_2 = x_3, & \quad x_4 = x_6 \\ x_7 = x_{10}, & \quad x_8 = x_9 \end{aligned} \quad (2.5)$$

采用工程数据库的方法处理上述约束是非常简单的,只需在进行结构描述时将取同一设计变量的各单元的截面几何性质用工程数据库中的同一记录号表示即可,各截面几何性质的具体数据可从数据库中读取。

2.1.3 目标函数

优化设计的目的就是要设计出最优的结构。要评价一个结构设计方案的优劣,必须要有一个评价设计方案优劣的函数,这个函数就称为目标函数。

目标函数是设计变量的函数,是对设计方案进行比较选择的指标,也就是判断设计方案优劣的标准。在优化设计中,我们一般总是要求目标函数最小。在某些问题中(如使用寿命、有效载重、安全系数等)要求目标函数最大。为统一处理起见,可人为地对要求目标函数最大的问题在数学上规定目标函数为负的形式,将求最大值的问题转化为求最小值的问题,这样就可以将结构优化设计问题统一成为求目标函数最小的数学规划问题。

很多工程结构的优化设计是在满足所有约束条件的前提下以降低结构的重量为目标的。例如,在钢结构设计中,结构的重量越轻,消耗的材料就越少,一般地说工程造价就越低,同时,钢结构重量降低还可减少基础的承重,改善基础的受力情况。在各种运输设备中(如各种车辆、飞机等),降低设备自身的重量即可提高有效载重量,提高能源利用率。

结构最轻重量优化设计的目标函数可写为:

$$\min W = \sum_{i=1}^n \rho_i V_i \quad (2.6)$$

式中 n ——结构的单元数;

ρ_i ——第 i 单元材料的比重;

V_i ——第 i 单元的体积。

对于等截面梁、杆等细长类单元, V_i 可写为:

$$V_i = A_i l_i \quad (2.7)$$

式中 A_i ——单元横截面面积;

l_i ——单元长度。

对于平面应力、板、壳类单元, V_i 可写为:

$$V_i = A_i t_i \quad (2.8)$$

式中 A_i ——单元表面积;

t_i ——单元厚度。

对于既有梁单元又有板、壳单元的组合结构,目标函数写为:

$$\min W = \sum_{i=1}^M \rho_i A_i l_i + \sum_{j=1}^N \rho_j A_j t_j \quad (2.9)$$

式中 M, N ——梁、杆类单元及板、壳类单元的个数。

在有些情况下,以最轻重量作为目标函数就不合适了。例如,在钢筋混凝土结构设计中,最轻设计会得出不合理设计。因为从重量上来说混凝土的重量占绝对优势,而从材料价格来说,钢筋却占较大比重。为了使重量最小,得出的设计必然是截面很小、钢筋很密的结构,这显然在造价上是不经济的,施工上也不方便。对于这类问题,我们一般以造价为目标函数。钢筋混凝土框架结构最低造价的目标函数为:

$$\min W = \sum_{i=1}^M C_{bi} l_i + \sum_{j=1}^N C_{cj} l_j \quad (2.10)$$

式中 C_{bi} , C_{cj} ——第 i 根梁和第 j 根柱单位长度的价格。

在结构优化设计中,除了以上提到的两类目标函数外,有时还会遇到可靠性最大、应力集中系数最小、最大应力最小等类型的目标函数,也有多个目标函数的情形。因此,在实际结构优化设计问题中,应当取怎样的目标函数应根据具体情况进行分析,依据起决定作用的因素来确定。

只考虑其数学形式,目标函数可分为线性函数与非线性函数两种。线性目标函数(最轻量化目标函数属此类)是设计变量的线性函数。在设计变量空间中,其等值线或等值面是直线或平面(超平面),在求解具体问题时,可利用它的这一线性性质,构造简单、有效的方法。

2.1.4 约束条件

要使设计的工程结构能够满足设计者所要求的各项功能,设计者必须对结构的应力、位移、自振频率、临界载荷等性态变量提出一定的要求(或者说限制)。前面已经指出,性态变量是设计变量的函数,因此,对性态变量的限制实际上就是对设计变量的限制。在优化设计问题中,我们把这些对设计变量的限制称为约束条件。

在进行结构设计时,往往需要考虑结构使用期间所可能遇到的几种载荷情况。在结构设计中认为这些载荷情况分别发生,互不影响。在结构优化设计中称每一种载荷情况为一种工况。显然在建立性态约束时必须考虑所有工况。

在工程结构设计中常遇到的关于性态变量的约束条件有:

(1) 应力约束条件。这是以避免发生常见的各种形式的破坏而建立起来的条件,破坏形式有断裂、屈服等。

(2) 变形约束条件。这是在规定的荷载条件下,满足所要求的刚度特性而建立起来的条件。

(3) 动态特性约束条件。它是保证结构在承受动载荷作用下不会引起结构产生危险的共振,以保证结构的安全、正常运行、工作人员的舒适等。

(4) 整体稳定性约束条件。这是要求结构具有良好的承压稳定性,不会在给定载荷作用下发生整体失稳破坏。

下面分别讨论这些约束的数学表达式^[3]。

1. 强度与刚度约束

这些约束可写为:

$$\begin{aligned} \sigma_{il} &\leq [\sigma]_i \\ \delta_{jl} &\leq \bar{\delta}_j \end{aligned} \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (2.11)$$

式中 σ_{il} ——在 l 工况下 i 号单元的应力;

$[\sigma]_i$ —— i 单元的许用应力;

δ_{jl} —— l 工况下 j 号单元的位移;

$\bar{\delta}_j$ —— j 号位移的允许上限。

2. 频率禁区约束