

单科王

DANKEWANG

shuxue

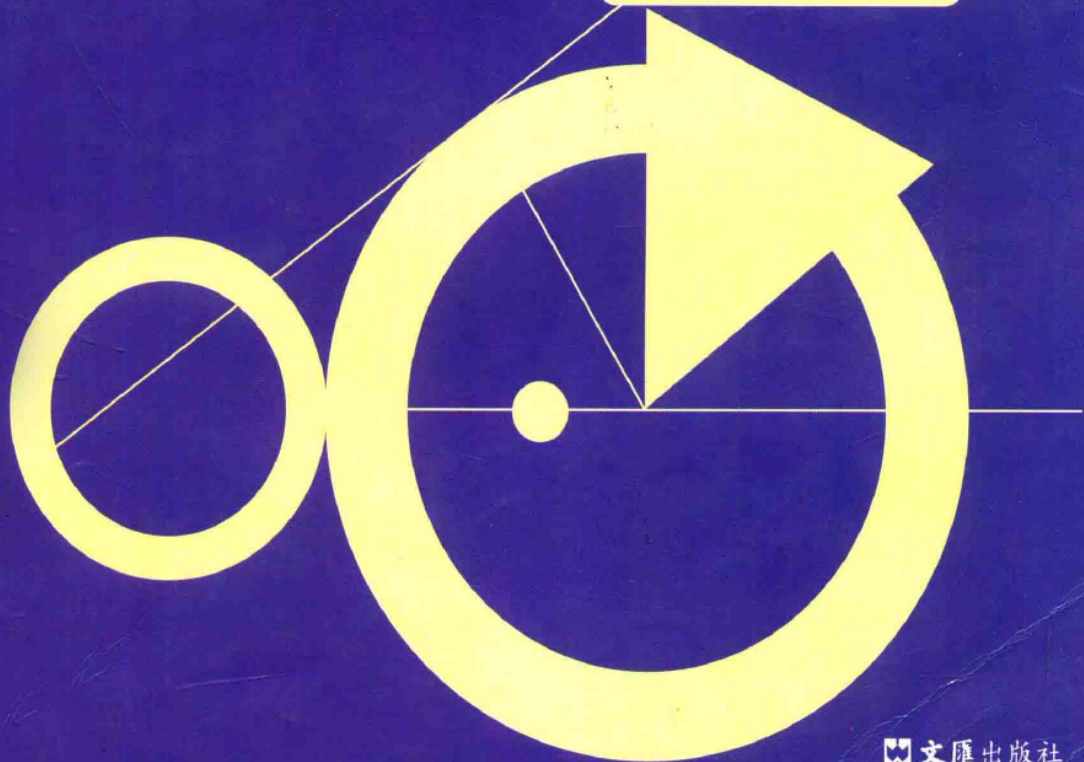
初一数学（上）

丛书主编： 蒋念祖

（著名特级教师，人教版，苏教版新教材编写组成员）

编著： 凌卫红

名校名师倾心打造
渗透新课标精髓



文匯出版社

图书在版编目(CIP)数据

单科王. 初一数学. 上/凌卫红编著. —上海: 文汇出版社, 2004. 6

ISBN 7-80676-358-9

I. 单... II. 凌... III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 032212 号

单科王

初一数学(上)

编 著 / 凌卫红

责任编辑 / 季 元

特约编辑 / 一 苇

封面装帧 / 卓东东

出版发行 / 文汇出版社

上海市威海路 755 号

(邮政编码 200041)

经 销 / 全国新华书店

印刷装订 / 江苏启东市人民印刷有限公司

版 次 / 2004 年 6 月第 1 版

印 次 / 2004 年 6 月第 1 次印刷

开 本 / 787×1092 1/16

字 数 / 262 千

印 张 / 10.75

印 数 / 1—10 000

ISBN 7-80676-358-9/G·184

定 价 / 16.00 元

《单科王丛书》序言

快乐学习,学习快乐!

在新世纪到来之际,国家制定了新的课程标准。

新的课程标准,新就新在注重了充分发挥学生的主动性、积极性、创造性。

本套丛书适应了课程改革的新趋势,渗透了课程标准的理念,倡导实施快乐学习、让同学们在快乐中学习、发展,在学习中体会到成功、快乐!

为了实现这一宗旨,本丛书依据最新教学大纲与课程标准,浓缩每日学科知识中最突出的重点与难点,突出精点知识,确定精点目标,再以精要的讲解与练习帮助学生“知识能力”双突破,让同学们以最少的时间建构起知识能力体系,为学习的成功、快乐奠定坚实基础!

为了实现这一宗旨,本丛书以国家考试中心确定的高考改革方向为指导,适用于国内各类多种版本教材,在学科知识与能力中融合三项综合能力:学科内综合、学科与现实综合、学科与学科间综合,为培养发展学生的综合能力、创新能力,为今后的成功、快乐奠定坚实基础。

为了实现这一宗旨,本丛书在讲解、演练过程中尽可能激活思路、指点门径、举一反三,发挥学生的主动性、积极性、创造性,语言表达深入浅出、形象生动,力求将学习过程充满趣味性、愉悦性、在学习中知识能力的培养发展与学生的情感、兴趣、爱好等非智力因素培养结合起来,真正将素质教育的精神落实在学生每天的学习之中。

为了实现这一宗旨,本丛书凸现最新的学习评价理念——形成性评价。即在学习的过程中及时评价,及时纠正,及时激励。每本书还设立学生联络网址,及时反馈学生学习中的各类问题。

为了实现这一宗旨,本丛书特意聘请了大批江苏名校名师参与其事。丛书主编蒋念祖老师为江苏省著名特级教师、江苏省有突出贡献专家,获第二届全国“十杰”中小学教师提名奖,参与了教育部课程标准的制定和相关教材编写,论著、编著九千余万字,二十多次获科研成果奖。各科主编,均为年轻的特级教师、省市中青年专家、三三三工程培养对象、学科带头人、多次负责或参与中考命题工作,教师的水平、态度是学生能否快乐学习、学习快乐的决定性因素。

本丛书按学科知识体系编排,每章包括以下栏目:

[单元知识提要]尽量用图表形式,揭示本单元知识体系的内在联系,帮助学生将所学的知识系统化。

[典型例题精讲]选择典型例题,点拨讲解,帮助学生实现知识到能力的迁移。其中设置如下子栏目:[思路分析]、[解题过程]、[参考答案]等,注重创造性思维的开发,学习方法、策略的点拨和学习兴趣、良好习惯的培养;注重一题多解、举一反三、融会贯通。

[习题精练]在精讲典型例题的基础上,精选习题供学生演练,习题在“精”字上下功夫,力求以一当十,以少胜多。难题可加“习题提示”,最后提供参考答案。

每单元以下可以分为若干“课”(如语文),每课的体例与单元相同。

[单元形成性测试]每份测试配好分数供学生自测。所有习题答案附于书的最后。

在版面设计上,边上留白,每日习题也空出一段做题的空白,“思路分析”、“习题提示”之类可以放在边上留白之处,在留白之处,还可以写几句鼓励学习的话,或与本学科有关的名人名言。另外还可以提供一些趣味性的资料、习题,作为“课外延伸”。版式设计要新,轻松,活泼,有趣味。

快乐学习、学习快乐!

快乐每一天,成功在眼前!

目 录

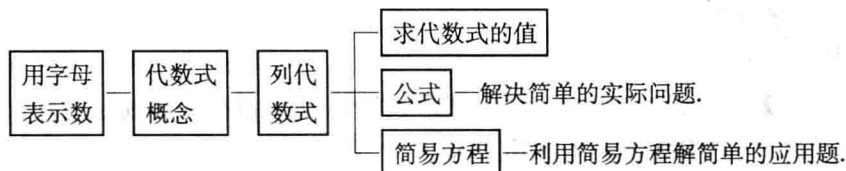
代数部分

第一章 代数初步知识.....	1
第一课 代数式.....	1
第二课 列代数式.....	4
第三课 代数式的值.....	8
第四课 公式	11
第五课 简易方程	16
本章测试题 A	21
本章测试题 B	24
第二章 有理数	28
第一单元 有理数的意义	28
第一课 正数与负数	28
第二课 数轴	32
第三课 相反数	35
第四课 绝对值	38
第二单元 有理数的运算	42
第五课 有理数的加法	42
第六课 有理数的减法	47
第七课 有理数的加减混合运算	50
第八课 有理数的乘法	53
第九课 有理数的除法	57
第十课 有理数的乘方	60
第十一课 有理数的混合运算	64
第十二课 近似数与有效数字	67
第十三课 用计算器进行数的简单运算	69
本章测试题 A	72
本章测试题 B	74
期中测试题 A	77
期中测试题 B	80

第三章 整式的加减	82
第一课 整式	82
第二课 同类项	86
第三课 去括号与添括号	90
第四课 整式的加减	95
本章测试题 A	100
本章测试题 B	102
第四章 一元一次方程	105
第一单元 等式和方程	105
第一课 等式和它的性质	105
第二课 方程和它的解	110
第二单元 一元一次方程的解法和应用	115
第三课 一元一次方程和它的解法	115
第四课 一元一次方程的应用	121
本章测试题 A	129
本章测试题 B	132
期末测试题 A	137
期末测试题 B	140
参考答案	143

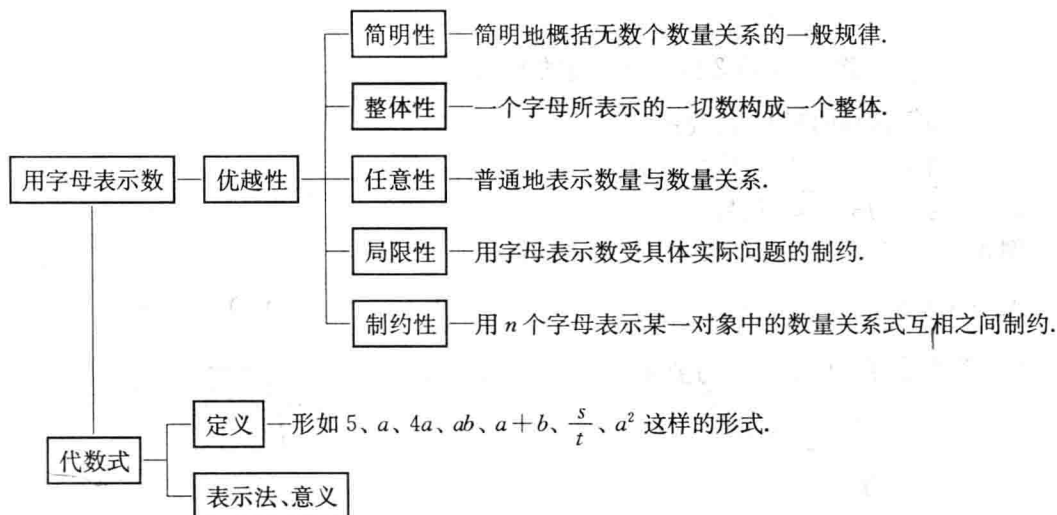
第一章 代数初步知识

【本章知识提要】



第一课 代数式

【知识点提要】



【典型例题精讲】

例 1 说出下列是代数式的有_____.

- ① $3a+5b$ ✓ ② $\cancel{a}+b=2$ ③ $(2+3)\times 5$ ④ $\sqrt{\quad}$ ⑤ x ⑥ a^2 ⑦ $\frac{1}{y}$ ⑧ $a\times b$
 ⑨ $a\times 2$ ⑩ $\cancel{x}+2\geq 7$

【思路分析】 判断是否为代数式,关键看是否由数值、字母进行加减乘除等运算而得,也可由具体的字母、数值构成.

其中②、⑩中含有等号和不等号不是代数式,但等式和不等式的左、右两边均是代数式.

【解题过程】 下列是代数式的有: ①、③、④、⑤、⑥、⑦、⑧、⑨.

例2 用代数式表示或说出代数式的意义.

(1) $2(x+y)^2$ 的意义;

(2) $(2x+y)^2$ 的意义;

(3) $2x+y^2$ 的意义;

(4) $\left(\frac{2x}{y}\right)^2$ 的意义;

(5) x 与 y 的差的平方;

(6) x 与 y 平方的差;

(7) x 与 y 的平方差.

注: 比较(1)、(2)、(3)的
书写形式上的区别.

【思路分析】 (1)、(2)、(3)、(4)代数式形式类似,因此准确地叙述它们的意义关键在于弄清楚它们所表示的数量之间的运算关系.

(5)、(6)、(7)文字表述很相像,要列出相应的式子,对表述的含义要进行推敲. 如:

(1) 包含三层意义: 1°. x 与 y 的和; 2°. 和的平方; 3°. 平方的两倍. (2)、(3)、(4)略.

(5) 包含两层意义: 1°. x 与 y 的差; 2°. x 与 y 的平方的差. (6)、(7)略.

【解题过程】 (1) $2(x+y)^2$ 的意义: x 与 y 和的平方的2倍.

(2) $(2x+y)^2$ 的意义: x 的2倍与 y 的和的平方.

(3) $2x+y^2$ 的意义: x 的2倍与 y 的平方的和.

(4) $\left(\frac{2x}{y}\right)^2$ 的意义: x 的2倍与 y 的商的平方.

(5) x 与 y 的差的平方. 代数式为 $(x-y)^2$.

(6) x 与 y 的平方的差. 代数式为 $x-y^2$.

(7) x 与 y 的平方差. 代数式为 x^2-y^2 .

例3 下列各式中符合代数式书写要求的是().

A. $a \times b \div c$

B. $2\frac{1}{3}y$

C. $\frac{n}{m}$

D. $m+n$ 米

【思路分析】 代数式书写要求简单规范, A 应写为

$\frac{ab}{c}$; B 应写为 $\frac{7}{3}y$; D 应写为 $(m+n)$ 米.

注: $2\frac{1}{3}$ 表示 $2+\frac{1}{3}$.

正确答案应为 C.

【习题精练】

一、选择题

1. 代数式 $\frac{a-b}{ab}$ 的正确读法是().

A. a 与 b 的差除 a 与 b 的积

B. a 与 b 的差与 a 与 b 的积的商

C. a 减 b 除以 a 乘以 b

D. a 与 b 的积除以 a 与 b 的差

2. 如果 a 是一任意实数,那么下列各式中一定有意义的是().

A. $\frac{1}{3}a$

B. $\frac{1}{2a^2}$

C. $\frac{1}{a}$

D. $\frac{1}{a-2}$

3. 某一个长方形的周长为 40 cm,宽为 x cm,则长方形的面积为() cm^2 .

A. $x(40-x)$

B. $x(20-x)$

C. $x(40-2x)$

D. 以上都不对

4. $[2(a+b)]^2$ 的意义是().

A. a 与 b 的和平方的两倍

B. a 与 b 的和平方的两倍

C. a 与 b 的两倍的和平方的平方

D. a 与 b 的平方的两倍

二、判断题

1. $a^2 + b$ 的意义是 a 与 b 的和平方的平方. ()

2. 一个两位数,其十位上的数字为 m ,个位上的数字为 n ,用代数式表示这两位数是 mn . ()

3. $(x+y) \times 10 = 10 \cdot (x+y)$. ()

4. 今年苹果的价格比去年便宜了 10%,若今年的价格是每千克 a 元,则去年的价格是 $(1-10\%) \cdot a$ 元. ()

5. 代数式 $5(x-3)$ 的意义为 5 乘以 x 减 3. ()

三、说出下列代数式的意义

1. $\frac{1}{3}x - y$

2. $\frac{1}{3}(x-y)$

3. $2x^3 - y \cdot 2.5\%$

4. $x^3 - y^3$

5. $(x-y)^3$

6. $\frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}b$

四、用代数式表示

1. x 与 y 的商: _____.

2. 学校买树苗 m 棵,第一天种了全部树苗的 $\frac{1}{3}$,第二天比第一天多种 50 棵,则第一天种了 _____ 棵,第二天种了 _____ 棵.

3. 比 a 的 $\frac{1}{2}$ 多 16 的数是 _____.

4. x 与 4 的平方和 _____; x 与 4 的和平方的平方 _____; x 的平方与 4 的和 _____; x 与 4 的平方的和 _____.

5. 某工厂一月份生产机床 m 台,二月份比一月份增产 15%,三月份比二月份增产 20%,问三月份生产机床 _____ 台,第一季度生产机床 _____ 台.

第二课 列代数式

【知识点提要】

列代数式

理解表示数与数大、小、倍、分的关系词语.

表示数与数之间的加、减、乘、除运算关系.

表示实际问题中的数量关系.

【典型例题精讲】

例1 设甲数为 x , 乙数为 y , 用代数式表示:

- (1) 甲、乙两数和的一半.
- (2) 甲数的平方与乙数和的三倍.
- (3) 甲、乙两数立方的和与甲、乙两数和的平方的差.
- (4) 与甲数的平方的 2 倍的差是乙数的数.

【思路分析】 列代数式应注意以下几个方面: (1) 要抓关键的词语, 弄清各种数量的关系. 如“和、差、倍、分、大、小、多、少”等词的含义. (2) 要分层次, 明确先后顺序, 恰当使用括号, 如“平方的差”与“差的平方”的区别. (3) 书写要规范、准确、简洁.

(1) 题中, 可划分为两个层次, 然后逐层表示:

先表示“甲、乙两数的和”, 即 $x+y$.

再表示“甲、乙两数的和的一半”, 即 $\frac{x+y}{2}$.

(2) 题中, 有三个层次:

即: “甲数的平方”, 处于第一层次;

“甲数的平方与乙数的和”处于第二层次;

“甲数的平方与乙数的和的三倍”处于第三层次.

按层次表示 x^2 , x^2+y , $3(x^2+y)$.

(3) 题中, “甲数的立方, 乙数的立方”、“甲、乙两数的和”处于第一层次;

“甲数的立方与乙数的立方的和”、“甲、乙两数的和的平方”处于第二层次;

“甲、乙两数立方的和与甲、乙两数和的平方的差”处于第三层次.

按层次书写得: x^3 , y^3 , $x+y$; x^3+y^3 , $(x+y)^2$, $(x^3+y^3)-(x+y)^2$.

(4) 题中, 要涉及从减法定义所得到的数量关系: “被减数=减数+差”. 本题分三个层次: 第一层次是“甲数的平方”即 x^2 ; 第二层次是“甲数平方的 2 倍”, 即 $2x^2$; 第三层次是要理解“与……的差是乙数”的意义. 利用“被减数=减数+差”, 得本题答案 $2x^2+y$.

【解题过程】 (1) $\frac{1}{2}(x+y)$.

(2) $3(x^2+y)$.

(3) $(x^3+y^3)-(x+y)^2$.

(4) $2x^2+y$.

例2 用代数式表示:

- (1) 能被 3 整除的数.

(2) 不能被 3 整除的数.

(3) 任意一个三位数.

【思路分析】 (1) 能被 3 整除的数即为 3 的倍数.

(2) 不能被 3 整除的数, 即被 3 除, 余数为 1 或 2 的数.

(3) 理清三位整数的表示方法, 不能表示成 abc .

【解题过程】 (1) 设 n 为整数, 则能被 3 整除的数为 $3n$.

(2) 设 n 为整数, 则不能被 3 整除的数为 $3n+1$ 或 $3n+2$.

(3) 设百位数字为 a , 十位数字为 b , 个位数字为 c , 则代数式为 $100a+10b+c$.

例 3 用代数式表示下列问题的结果:

(1) 某工厂一月份生产总值为 a 万元, 如果月生产总值以 5% 的增长率增长, 则第一季度这个工厂的生产总值是多少万元?

(2) 一种商品, 每件成本 a 元, 将其增加 30% 定出价格, 后因仓库积压又减价按价格的 90% 出售, 那么每件还能盈利多少元?

【思路分析】 题(1)中是常见的增长率问题:

$$\text{增长率} = \frac{\text{增加的生产总值}}{\text{原生产总值}}.$$

第一季度 = 一月份生产总值 + 二月份生产总值 + 三月份生产总值.

题(2)中涉及的数量关系是:

商品盈利 = 商品售价 - 商品成本.

【解题过程】 (1) $\because$ 一月份生产总值为 a 万元, 增长率为 5%.

$\therefore$ 二月份生产总值 $a + a \cdot 5\% = a(1 + 5\%)$,

三月份生产总值 $a + a \cdot 5\% + (a + a \cdot 5\%) \cdot 5\% = a(1 + 5\%)^2$.

$\therefore$ 第一季度生产总值为:

$$a + a(1 + 5\%) + a(1 + 5\%)^2.$$

(2) 商品成本 a 元, 成本增加 30% 定价格为 $a(1 + 30\%)$, 后把价格的 90% 作为售价出售商品, 所以售价为 $a(1 + 30\%) \cdot 90\%$.

$\therefore$ 每件盈利 $a(1 + 30\%) \cdot 90\% - a = 0.17a$ 元.

例 4 A 、 B 两地相距 k 千米, 汽车每小时行 m 千米, 试用代数式表示:

(1) 汽车从 A 地到 B 地要开几小时?

(2) 若每小时加快 n 千米, 则从 A 到 B 需要开几小时?

(3) 加快速度后, 可早到几小时?

(4) 如果要提前 c 小时到达, 那么必须用什么速度行驶?

【思路分析】 路程、时间、速度这三者之间满足关系式: 路程 = 速度 $\times$ 时间.

【解题过程】 (1) 汽车从 A 地到 B 地要开 $\frac{k}{m}$ 小时.

(2) 由于速度加快 n 千米/时, 所以车速为 $(m+n)$ 千米/时.

∴ 汽车从 A 地到 B 地要开 $\frac{k}{m+n}$ 小时.

(3) 加快速度后早到 $(\frac{k}{m} - \frac{k}{m+n})$ 小时.

(4) 要提前 c 小时到达, 则汽车在路上所用时间为 $(\frac{k}{m} - c)$ 小时.

∴ 必须用 $\frac{k}{\frac{k}{m} - c}$ 千米/时的速度.

【习题精练】

一、填空

1. 设甲数为 m , 乙数为 n , 用代数式表示 (m, n 不同时为零).

(1) 甲数的 7 倍与乙数的 $\frac{1}{7}$ 的和 _____;

(2) 甲数的 9 倍与乙数的 4 倍的差 _____;

(3) 甲数的一半与乙数的 $\frac{3}{4}$ 的差 _____;

(4) 甲数的 5% 与乙数的 12% 的和 _____.

2. 与 14 的积为 x 的数是 _____.

3. 全校人数为 x 人, 男生占 $\frac{5}{8}$, 则男生人数为 _____, 女生人数为 _____.

4. a 的平方与 $2b$ 的平方差是 _____.

5. 设 n 是任一整数, 则奇数表示为 _____, 偶数表示为 _____.

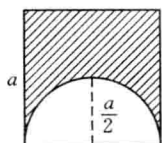
6. 完成某项工程需要 a 个人工作 n 天, 若再增加 b 个人, 则需要工作 _____ 天.

7. 某车间打算 x 天加工 200 个零件, 可实际加工时, 每天比原计划多加工 5 个零件, 那么现在每天实际加工 _____ 个零件 (用含 x 的代数式表示).

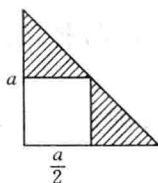
8. 一个笼内鸡和兔共有 m 只脚, 其中兔子 a 只, 则鸡共有 _____ 只.

9. 一个两位数, 如果个位数字是 x , 十位数字是 y , 则两位数为 _____; 若交换个位与十位上的数字, 则两位数为 _____.

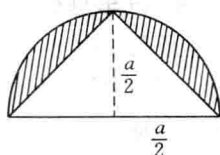
10. 如图, 求出阴影部分面积 S .



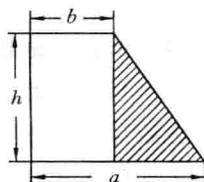
$S = \underline{\hspace{2cm}}$



$S = \underline{\hspace{2cm}}$



$S = \underline{\hspace{2cm}}$



$S = \underline{\hspace{2cm}}$

二、选择题

1. 三个数的比为 $3:4:5$, 且这三个数的和是 m , 则这三个数分别是 ().

A. $\frac{m}{4}, \frac{m}{3}, \frac{5m}{12}$

B. $\frac{m}{3}, \frac{m}{4}, \frac{m}{5}$

C. $\frac{m}{5}, \frac{m}{4}, \frac{m}{3}$

D. 以上都不对

2. 甲、乙两人合作加工一批零件需 a 天, 甲单独做这批零件需 b 天, 则乙单独做这批零件需()天.

A. $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

B. $\frac{1}{a-b}$

C. $\frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$

D. $(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}) \cdot b$

3. 如果 a 个人 b 天做 c 个零件, 那么 b 个人同样的速度做 a 个零件, 需要().

A. $\frac{a^2}{c}$ 天

B. $\frac{c^2}{a}$ 天

C. $\frac{c}{a^2}$ 天

D. $\frac{a}{c^2}$ 天

4. 一列火车长 a 米, 以 v 米/秒通过长 b 米的桥, 用代数式表示过桥时间().

A. $\frac{a}{v}$ 秒

B. $\frac{b-a}{v}$ 秒

C. $\frac{a+b}{v}$ 秒

D. 无法确定

5. 含盐 20% 的盐水 m 千克与含盐 50% 的盐水 n 千克, 混合得到的盐水浓度为().

A. 35%

B. $\frac{20\%m + 50\% \cdot n}{m + n}$

C. $\frac{m + n}{20\%m + 50\% \cdot n}$

D. 以上都不对

6. 下面说法不正确的是().

A. $x-3$ 表示 x 减去 3 的差

B. $(a+b)^2(a-b)^2$ 表示 a, b 两数和的平方与 a, b 两数差的平方的积

C. $(a^2+b^2)(a^2-b^2)$ 表示 a, b 两数平方和与 a, b 两数平方差的积

D. $5(a+b)^2$ 表示 a, b 两数和的 5 倍的平方

提示:

$$\text{工作效率} = \frac{\text{工作总量}}{\text{工作时间}}$$

本题一人工作效率为

$$\frac{c}{ab}$$

提示:

$$\text{溶质质量} = \text{溶液质量} \times \text{溶液浓度}$$

三、解答题

1. 已知甲的速度为每小时 a 千米, 乙的速度为每小时 b 千米 ($b < a$). 两人同地出发.

(1) 同时同向 x 小时, 它们之间的距离是多少千米?

(2) 同时反向 x 小时, 它们之间的距离是多少千米?

(3) 同向同行, 乙先走 m 小时后甲出发, 甲出发 x 小时后, 他们之间的距离是多少千米?

提示: x 小时后甲在乙的前面还是后面要进行讨论.

2. 某同学步行从甲地到乙地, 第一次从甲地出发前行

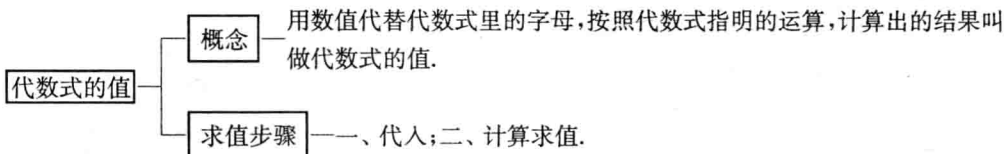
a 米, 第二次因事后退 $\frac{1}{2}a$ 米, 第三次又前行 $\frac{1}{4}a$

米, 第四次后退 $\frac{1}{8}a$ 米, 如此求出到第六次时, 该同学离开甲地的距离.

提示: 往返一次后距本次起点的距离为前进距离的一半.

第三课 代数式的值

【知识点提要】



【典型例题精讲】

例1 当 $x = 13$, $y = 4$ 时, 求下列代数式的值:

(1) $4\left(\frac{1}{2}x + 2y\right)$.

(2) $\frac{4x - 2y}{xy}$.

(3) $1 - \frac{x}{x + y}$.

(4) $x(y + 2)$.

【思路分析】 先将 x, y 的值代替代数式里的字母, 把代数式变换成数式, 从而转化成小学里所熟悉的数的运算, 所以准确地把数值代替代数式里的字母是求代数式的值的关键. 代入数值时, 原来的数字都不能改变, 运算符号也不能改变. 因此, 在代数式中, 字母和字母、数值与字母间的乘号是省略不写的, 而用数值代替字母时, 变成了数与数相乘, 所以乘号应添上.

代数式的值与 x, y 的取值有关, 因此在书写上必须写上“当 $x = \dots, y = \dots$ 时, 代数式 $= \dots$ ”的格式. 在计算时, 按照代数式指明的运算计算出结果, 要注意运算的种类和运算的顺序, 即按先乘除后加减, 有括号的先内后外的顺序进行计算.

【解题过程】 (1) 当 $x = 13, y = 4$ 时, $4\left(\frac{1}{2}x + 2y\right) = 4 \times \left(\frac{1}{2} \times 13 + 2 \times 4\right) = 58$.

(2) 当 $x = 13, y = 4$ 时, $\frac{4x - 2y}{xy} = \frac{4 \times 13 - 2 \times 4}{13 \times 4} = \frac{11}{13}$.

(3) 当 $x = 13, y = 4$ 时, $1 - \frac{x}{x + y} = 1 - \frac{13}{13 + 4} = \frac{4}{17}$.

(4) 当 $x = 13, y = 4$ 时, $x(y + 2) = 13 \times (4 + 2) = 78$.

例2 根据下面 a, b 的值, 求代数式 $(a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ 的值.

(1) $a = 2, b = 1$.

(2) $a = 1, b = \frac{1}{2}$.

【思路分析】 同一代数式中同一字母必须用同一数值代替.

【解题过程】 (1) 当 $a = 2, b = 1$ 时, $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = (2 - 1)(2^2 + 2 + 1) = 7$.

(2) 当 $a = 1, b = \frac{1}{2}$ 时, $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = \left(1 - \frac{1}{2}\right)\left(1 + 1 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{7}{8}$.

例3 三袋大米, 第一袋重 a 千克, 第二袋比第一袋少 4 千克, 第三袋是第二袋的 75%,

第一袋比第三袋重多少? 并求出当 $a = 100$ 时的重量.

【思路分析】 首先用含字母 a 的代数式把第二袋、第三袋大米重量表示出来, 解题时分步骤来进行, 分散难点.

【解题过程】 $\because$ 第一袋重 a 千克, 第二袋比第一袋少 4 千克.

$\therefore$ 第二袋大米重 $(a-4)$ 千克.

$\therefore$ 第三袋是第二袋重量的 75%.

$\therefore$ 第三袋大米重 $(a-4) \times 75\%$ 千克.

$\therefore$ 第一袋大米比第三袋大米重.

$$[a - (a-4) \times 75\%] \text{ 千克.}$$

当 $a = 100$ 时, $a - (a-4) \times 75\% = 100 - (100-4) \times \frac{3}{4} = 28$ 千克.

例 4 一个三位数, 个位数字比十位数字少 4, 百位数字是个位数字的 2 倍.

(1) 设 x 表示十位数字, 用代数式表示这个三位数;

(2) 指出字母 x 的取值范围;

(3) 当 $x = 6$ 时, 写出这个三位数.

【思路分析】 数字是数的语言. 引入数字 0, 1, 2, $\dots$, 9 后, 利用十进制的记数规则, 我们可以写出任意整数, 例如: $321 = 300 + 20 + 1 = 3 \times 10^2 + 2 \times 10 + 1$. 这里的 3, 2, 1 分别是百位、十位、个位上的数字.

【解题过程】 (1) 设 x 表示十位数字

$\therefore$ 个位上的数字比十位数字少 4, 即 $x-4$

$\therefore$ 百位数字是个位数字的 2 倍, 即 $2(x-4)$

由整数的记数规则, 这个三位数为

$$2 \times (x-4) \times 10^2 + 10x + (x-4)$$

即

$$200(x-4) + 10x + (x-4).$$

(2) 从记数规则知, x 只能取 0, 1, 2, 3, $\dots$, 9 中的任何一个数值, 要使 $x-4$ 的数值有意义, 那么 x 只能取 4, 5, 6, 7, 8, 9 中的某一个. 因为最高数位上的数值不能为零, 而且百位数字 $2(x-4)$ 不能超过 9, 于是 x 只能取值 5, 6, 7, 8 中的任意一个, 这就是 x 的取值范围.

(3) 当 $x = 6$ 时, 通过求代数式的值得到三位数为 462.

例 5 (1) 若 $\frac{2m+n}{2m-n} = 5$, 求代数式 $\frac{2m+n}{2m-n} - \frac{10(2m-n)}{3(2m+n)} + \frac{2}{3}$ 的值.

(2) 已知 $3y^2 - 2y + 6 = 8$, 求代数式 $\frac{3}{2}y^2 - y + 1$ 的值.

【思路分析】 此题没有给出字母的具体的数值, 不妨从“整体代入”这个角度来考虑. “整体代入法”就是把“整

注: 整体代换思想是数学中常见思想, 要熟练掌握.

体”当作一个字母, 把代数式进行化简再求值的方法. 观察(1)可知: 若把 $\frac{2m+n}{2m-n}$ 看成一个整体, 则 $\frac{2m+n}{2m-n}$ 与 $\frac{2m-n}{2m+n}$ 互为倒数, 又 $\frac{2m+n}{2m-n} = 5$, 故可求出题目中代数式的值; (2) 由已

知 $3y^2 - 2y + 6 = 8$ 可得到 $3y^2 - 2y = 2$, 而代数式 $\frac{3}{2}y^2 - y + 1 = \frac{1}{2} \times 3y^2 - \frac{1}{2} \times 2y + 1 = \frac{1}{2}(3y^2 - 2y) + 1$, 故把 $3y^2 - 2y$ 看成一个整体, 代入其数值 2, 也可求值.

【解题过程】 (1) $\because \frac{2m+n}{2m-n} = 5, \therefore \frac{2m-n}{2m+n} = \frac{1}{5}.$

$\therefore \frac{2m+n}{2m-n} - \frac{10}{3} \cdot \frac{2m-n}{2m+n} + \frac{2}{3} = 5 - \frac{10}{3} \times \frac{1}{5} + \frac{2}{3} = 5 - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 5.$

(2) $\because 3y^2 - 2y + 6 = 8, \therefore 3y^2 - 2y = 2.$

$\therefore \frac{3}{2}y^2 - y + 1 = \frac{1}{2} \times 3y^2 - \frac{1}{2} \times 2y + 1 = \frac{1}{2}(3y^2 - 2y) + 1 = \frac{1}{2} \times 2 + 1 = 2.$

【习题精练】

一、填空题

1. 代数式 $5x^2 + 2x - 1$ 的值是由_____的值确定的; 改变 x 所取的值, 代数式的值也随着_____.

2. 当 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 代数式 $\frac{2a}{a-1}$ 的值为 0;

当 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 代数式 $\frac{2a}{a-1}$ 无意义.

3. 当 $a = \frac{1}{3}$ 时, 代数式 $3a^2 - 3a + 2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $\frac{1-a}{1+a} = \underline{\hspace{2cm}}.$

4. 当 $m = 4, n = 2$ 时, 代数式 $(m-n)(m+n) = \underline{\hspace{2cm}}.$

5. 当 $x = 3, y = 2$ 时, 代数式 $(x+y)(x^2 - xy + y^2) = \underline{\hspace{2cm}}.$

6. 当 $a = 5, b = \frac{3}{2}$ 时, 代数式 $a^2 - 2ab + b^2 = \underline{\hspace{2cm}}.$

7. 已知 $ab = 7, a + b = 12$, 则 $2(a+b) - 7ab = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. 若 $\frac{a}{b} = 4, \frac{a}{c} = 3, c = 1$, 则 $\frac{a+b+c}{a-b-c} = \underline{\hspace{2cm}}.$

9. 已知代数式 $\frac{x-3y}{x+3y}$ 的值为 2, 将分子、分母都扩大 5 倍, 则代数式的值为_____.

二、填表

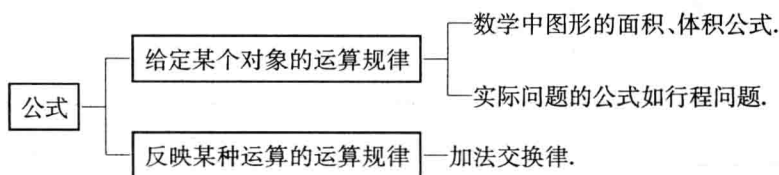
x	1.5	$\frac{3}{4}$	3	$2\frac{1}{3}$	2
y	4	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}(x+y)$					
$x^2 + 2y$					
$\frac{x-y}{x+y}$					

三、解答题

1. 当 x 取 $0, \frac{1}{2}, 3\frac{1}{2}$ 时, 分别计算代数式 $x^2 - 5x + 7$ 的值.
2. 当 $a = \frac{5}{4}, b = \frac{5}{9}$ 时, 求代数式:
 - ① $\frac{(a-b)^2}{a^2-b^2}$;
 - ② $(2a-3b)^3 + (2a-3b)^2 + (2a-3b) + 1$ 的值.
3. 当 $x-y=2$ 时, 求代数式 $\frac{1}{2}(x-y)^3 + 3(x-y)^2 + 2(x-y) - 1$ 的值.
4. 当 $x=1, y=2, z=\frac{3}{2}$ 时, 求 ① $x+(y+x)(z-x)$, ② $(y-x)(y-z)(z-x)$ 的值.
5. 某校有学生宿舍 n 间, 如果 5 人一间, 只有一间没有住满, 不满的房间住 2 人,
 - ① 写出表示学生人数的代数式.
 - ② 求当 $n=32$ 时, 学生人数是多少?

第四课 公 式

【知识点提要】



【典型例题精讲】

- 例 1 (1) 若三角形的底 $a=4$ cm, 面积为 12 cm^2 , 则高 $h=$ _____ cm.
(2) 一个环形的外圆半径 $R=12$ cm, 内圆半径 $r=8$ cm, 则 $S_{\text{环形}}=$ _____ cm^2 .
(3) 一个正方形的边长为 x cm, 如果边长增加 5 cm, 那么增加的面积 $S=$ _____ cm^2 ; 如果 $x=7$ cm, 那么 $S=$ _____ cm^2 .

【思路分析】 解题的关键在于理解所用公式的意义.

- (1) 三角形面积公式 $S = \frac{1}{2}ah$, S 表示面积, a 表示边长, h 表示这一边上的高.
- (2) 圆的面积公式 $S = \pi r^2$, S 表示面积, r 表示半径, π 是圆周率.
- (3) 正方形的面积公式 $S = a^2$, S 表示面积, a 是正方形边长.

【解题过程】 (1) $\because S = \frac{1}{2}ah$, 由题意得 $12 = \frac{1}{2} \times 4 \times h. \therefore h = 6$ cm.

- (2) 大圆面积 $S = \pi R^2 = 144\pi(\text{cm}^2)$, 小圆面积 $S = \pi r^2 = 64\pi(\text{cm}^2)$,
 $\therefore S_{\text{环形}} = \pi R^2 - \pi r^2 = 80\pi(\text{cm}^2)$.