



卓越工程技术人才培养特色教材

DAXUE WULI 1 XITIKE JIAOCHENG

大学物理 1 习题课教程

主 编 刘彦力 孔 敏 王 颖 崔芬萍



卓越工程技术人才培养特色教材

大学物理1习题课教程

主 编 刘彦力 孔 敏 王 颖 崔芬萍



江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

镇 江

图书在版编目(CIP)数据

大学物理 1 习题课教程 / 刘彦力等主编. —镇江:
江苏大学出版社, 2015. 12
ISBN 978-7-5684-0122-7

I. ①大… II. ①刘… III. ①物理学—高等学校—习
题集 IV. ①O4-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 312426 号

大学物理 1 习题课教程

主 编/刘彦力 孔 敏 王 颖 崔芬萍

责任编辑/吴昌兴

出版发行/江苏大学出版社

地 址/江苏省镇江市梦溪园巷 30 号(邮编: 212003)

电 话/0511-84446464(传真)

网 址/<http://press.ujs.edu.cn>

排 版/镇江文苑制版印刷有限责任公司

印 刷/句容市排印厂

经 销/江苏省新华书店

开 本/718 mm×1 000 mm 1/16

印 张/10

字 数/180 千字

版 次/2015 年 12 月第 1 版 2015 年 12 月第 1 次印刷

书 号/ISBN 978-7-5684-0122-7

定 价/22.00 元

如有印装质量问题请与本社营销部联系(电话: 0511-84440882)

江苏省卓越工程技术人才培养特色教材建设

指导委员会

主任委员：丁晓昌（江苏省教育厅副厅长）

副主任委员：史国栋（常州大学党委书记）

孙玉坤（南京工程学院院长）

田立新（南京师范大学副校长）

梅强（江苏大学副校长）

徐子敏（江苏省教育厅高教处处长）

王恬（南京农业大学教务处处长）

委员会：（按姓氏笔画为序）

丁晓昌 马铸 王兵 王恬

方海林 田立新 史国栋 冯年华

朱开永 朱林生 孙玉坤 孙红军

孙秀华 芮月英 李江蛟 吴建华

吴晓琳 沐仁旺 张仲谋 张国昌

张明燕 陆雄华 陈小兵 陈仁平

邵进 施盛威 耿焕同 徐子敏

徐百友 徐薇薇 梅强 董梅芳

傅菊芬 舒小平 路正南

序

深化高等工程教育改革、提高工程技术人才培养质量,是增强自主创新能力、促进经济转型升级、全面提升地区竞争力的迫切要求.近年来,江苏高等工程教育飞速发展,全省46所普通本科院校中开设工学专业的学校有45所,工学专业在校生约占全省普通本科院校在校生总数的40%,为“十一五”末江苏成功跻身全国第一工业大省做出了积极贡献.

“十二五”时期是江苏加快经济转型升级、发展创新型经济、全面建设更高水平小康社会的关键阶段.教育部“卓越工程师教育培养计划”启动实施以来,江苏认真贯彻教育部文件精神,结合地方高等教育实际,着力优化高等工程教育体系,深化高等工程教学改革,努力培养造就一大批创新能力强、适应江苏社会经济发展需要的卓越工程技术后备人才.

教材建设是人才培养的基础工作和重要抓手.培养高素质的工程技术人才,需要遵循工程技术教育规律,建设一套理念先进、针对性强、富有特色的优秀教材.随着知识社会和信息时代的到来,知识综合、学科交叉趋势增强,教学的开放性与多样性更加突出,加之图书出版行业体制机制也发生了深刻变化,迫切需要教育行政部门、高等学校、行业企业、出版部门和社会各界通力合

作,协同作战,在新一轮高等工程教育改革发展中抢占制高点.

2010年以来,江苏大学出版社积极开展市场分析和行业调研,先后多次组织全省相关高校专家、企业代表就应用型本科人才培养和教材建设工作进行深入研究.经各方充分协商,拟定了“江苏省卓越工程技术人才培养特色教材”开发建设的实施意见,明确了教材开发总体思路,确立了编写原则:

一是注重定位准确,科学区分.教材应符合相应高等工程教育的办学定位和人才培养目标,恰当把握与研究型工程人才、设计型工程人才及技能型工程人才的区分度,增强教材的针对性.

二是注重理念先进,贴近业界.吸收先进的学术研究与技术成果,适应经济转型升级需求,适应社会用人单位管理、技术革新的需要,具有较强的领先性.

三是注重三位一体,能力为重.紧扣人才培养的知识、能力、素质要求,着力培养学生的工程职业道德和人文科学素养、创新意识和工程实践能力、国际视野和沟通协作能力.

四是注重应用为本,强化实践.充分体现用人单位对教学内容、教学实践设计、工艺流程的要求以及对人才综合素质的要求,着力解决以往教材中应用性缺失、实践环节薄弱、与用人单位要求脱节等问题,将学生创新教育、创业实践与社会需求充分衔接起来.

五是注重紧扣主线,整体优化.把培养学生工程技术能力作为主线,系统考虑、整体构建教材体系和特色,包括合理设置课件、习题库、实践课题以及在教学、实践

环节中合理设置基础、拓展、复合应用之间的比例结构等。

该套教材组建了阵容强大的编写专家及审稿专家队伍,汇集了国家教学指导委员会委员、学科带头人、教学一线名师、人力资源专家、大型企业高级工程师等。编写和审稿队伍主要由长期从事教育教学改革实践工作的资深教师、对工程技术人才培养研究颇有建树的教育管理专家组成。在编写、审定教材时,他们紧扣指导思想和编写原则,深入探讨、科学创新、严谨细致、字斟句酌,倾注了大量的心血,为教材质量提供了重要保障。

该套教材在课程设置上基本涵盖了卓越工程技术人才培养所涉及的有关专业的公共基础课、专业公共课、专业课、专业特色课等;在编写出版上采取突出重点、以点带面、有序推进的策略,成熟一本出版一本。希望大家在教材的编写和使用过程中,积极提出意见和建议,集思广益,不断改进,以期经过不懈努力,形成一套参与度与认可度高、覆盖面广、特色鲜明、有强大生命力的优秀教材。

江苏省教育厅副厅长

丁晓昌

2012年8月

◎ 前 言 ◎

物理学是除数学以外一切自然科学的基础。自然科学的许多领域和工程技术的进步都离不开物理学科的发展。物理学已成为自然科学和工程技术中众多学科的理论基础或支柱。“大学物理”课程是高等工科院校各专业学生必须学习和掌握的一门重要的必修基础课。大学物理课程的教学目的在于认识物质运动形态的基本性质和相互转化规律,揭示物质的不同层次的内部结构。但是由于课时的限制,教学进度较快,教学内容以教师的讲授为主,习题课时间较少,为了学生更好地学习大学物理这门课程,我们紧扣教学大纲,编写了与教材相配套的习题课教程。本习题课教程全面贯彻“大学物理”课程教学的要求,体现研究性学习、探究性学习和案例教学等现代先进的教育理念;引导和帮助学生全面地、深入地理解和掌握基本概念、基本理论和基本方法,把握重点,突破难点;启发和帮助学生开拓解题思路、培养科研思想、提高分析问题和解决问题的实际应用能力,提升创新能力。以达到在学习“大学物理”课程的同时,利用习题课教程,充分调动学生学习积极性的目的,让学生成为学习的主体。

本课程共分 8 个章节,与“大学物理 1”授课内容相一致。内容包括质点运动学、机械能守恒定律、动量守恒定律、角动量守恒定律、刚体力学、振动和波、狭义相对论以及气体动理论。每章都包括基本要求、内容提要、例题解析和同步自测四个版块。基本要求部分将读者对知识的把握分为 3 个不同的层次,即掌握、理解、了解,以适应当前的教学要求;内容提要方面,对各章知识点做了简要全面的归纳,力争把物理学中的基本概念和基本规律准确地阐述清楚,使读者对各章的知识要点、计算公式、定理等一目了然。例题解析则精选了若干典型的、有代表性的例题,分析例题中用到的物理规律,并介绍了不同的解题方法;同步自测选取了能够体现物理思想和物理规律的一些习题提供给读者,习题尽可能覆盖所有知识点,便于读者自行检查各章节对知识的掌握情况。除此以外,还在本课程最后附了 3 份期中测试卷和 3 份期末测试卷,每章节的自测题和期中、期末试卷均附有答案供读者参考。

本书由南京信息工程大学滨江学院刘彦力、孔敏、王颖及南京信息工程大学物电院崔芬萍老师主编,由刘彦力老师统稿,杨翠红教授主审。本书得到南



京信息工程大学滨江学院三期教改项目的资助,从编写到出版均得到了院系领导的大力支持和帮助,特别是王顺风教授给予耐心的指导和不断的鼓励,在此表示深深的谢意。本书编写过程中还得到南京信息工程大学滨江学院周晓燕老师和何绍奎老师诸多帮助,在此表示衷心的感谢。同时感谢江苏大学出版社李文新主任在编写和出版过程中所提的诸多宝贵的意见和建议,以及吴昌兴编辑为本书付出的心血。

由于编者水平有限,书中难免存在不当之处和错误,恳请广大读者给予批评指正。

编者

2015年11月

◎ 目 录 ◎

第一章 质点运动学

基本要求	001
内容提要	001
例题解析	004
同步自测	012

第二章 机械能守恒定律

基本要求	017
内容提要	017
例题解析	020
同步自测	025

第三章 动量守恒定律

基本要求	030
内容提要	030
例题解析	034
同步自测	040

第四章 角动量守恒定律

基本要求	043
内容提要	043
例题解析	045
同步自测	048

第五章 刚体力学

基本要求	052
内容提要	052
例题解析	056
同步自测	061

第六章 振动和波

基本要求	066
内容提要	067
例题解析	070
同步自测	079

第七章 狭义相对论

基本要求	087
内容提要	087
例题解析	091
同步自测	096

第八章 气体动理论

基本要求	099
内容提要	099
例题解析	102
同步自测	106

期中测试卷(一)	110
期中测试卷(二)	114
期中测试卷(三)	118
期末测试卷(一)	122
期末测试卷(二)	126
期末测试卷(三)	131

参考答案	136
------------	-----



第一章

质点运动学

本章主要研究描述质点的运动规律,包括三方面内容,即首先如何描述质点的运动状态,由此引入了表征质点运动状态的物理量;其次总结了反映物体运动规律的运动学方程;最后讨论了引起质点运动状态变化的原因的规律——牛顿定律。在本章中引入了质点模型,采用矢量和微积分的方法来表述物理概念,第一次应用高等数学解决物理问题。

基本要求

- (1) 掌握描述质点运动的物理量:位矢、位移、速度、加速度,以及角位移、角速度和角加速度。
- (2) 根据具体问题能用直角坐标系求运动方程,并由运动学方程求质点的位移、速度、加速度,以及由速度或加速度求运动方程。
- (3) 能利用自然坐标系计算质点做圆周运动时的速度、法向加速度和切向加速度,以及角速度和角加速度。
- (4) 理解伽利略相对性原理、伽利略坐标变换和速度变换。
- (5) 了解常见的力(万有引力、重力、弹力、摩擦力)的特性,能熟练根据牛顿运动三大定律利用隔离法或整体法分析质点受力,列出运动方程求解。
- (6) 了解惯性力,知道其特点和应用。

内容提要

一、基本概念

1. 质点

研究物体运动的理想模型,当物体间距离远大于物体本身线度时,物体可视为只有质量而没有体积的点。

2. 参考系

在相对运动中,为描述一个物体运动而被选为参考的其他物体.

3. 坐标系

用于定量地表示任意时刻运动物体相对于参考系的位置. 常用: 直角坐标系、自然坐标系(主要用于讨论圆周运动).

4. 位矢

从坐标原点 O 到 t 时刻质点所处空间位置的有向线段: $\mathbf{r}_{(t)}$.

5. 位移和路程

位移: t 到 $t+\Delta t$ 时间内质点位置矢量的增量: $\Delta \mathbf{r} = \mathbf{r}_{(t+\Delta t)} - \mathbf{r}_{(t)}$. 方向: 由起点指向终点.

路程: t 到 $t+\Delta t$ 时间内运动轨迹的长度 ΔS .

注意 (1) $|\Delta \mathbf{r}| = |\mathbf{r}_{(t+\Delta t)} - \mathbf{r}_{(t)}|$, $\Delta r = |\mathbf{r}_{(t+\Delta t)}| - |\mathbf{r}_{(t)}|$, 一般情况下,

$$|\Delta \mathbf{r}| \neq \Delta r, |\mathrm{d}\mathbf{r}| \neq \mathrm{d}r.$$

(2) 一般情况下, $|\Delta \mathbf{r}| \neq \Delta S$, 当单向直线运动时, $|\Delta \mathbf{r}| = \Delta S$; $\Delta t \rightarrow 0$ 时, $|\mathrm{d}\mathbf{r}| = \mathrm{d}S$.

6. 速度

描述物体位置矢量变化快慢的物理量.

$$\text{平均速度: } \bar{\mathbf{v}} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_0}{t - t_0}.$$

$$\text{平均速率: } \bar{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

速度: $\mathbf{v} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\mathbf{i} + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\mathbf{j} + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\mathbf{k}$. 方向: 运动轨迹的切线(向前)方向.

速率: $v = |\mathbf{v}| = \left| \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} \right| = \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}$, 表示速度大小.

注意 (1) $|\Delta \mathbf{v}| = |\mathbf{v}_{(t+\Delta t)} - \mathbf{v}_{(t)}|$, $\Delta v = |\mathbf{v}_{(t+\Delta t)}| - |\mathbf{v}_{(t)}|$, 一般情况下, $|\Delta \mathbf{v}| \neq \Delta v, |\mathrm{d}\mathbf{v}| \neq \mathrm{d}v$.

(2) 由于 $|\mathrm{d}\mathbf{r}| \neq \mathrm{d}r$, 所以, 一般情况下,

$$v = |\mathbf{v}| = \left| \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} \right| \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}.$$

7. 加速度

描述物体速度变化快慢的物理量.

$$\begin{aligned} \text{加速度: } \mathbf{a} &= \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\mathbf{i} + \frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\mathbf{j} + \frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\mathbf{k} \\ &= \frac{\mathrm{d}^2\mathbf{r}}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\mathbf{i} + \frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}\mathbf{j} + \frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}\mathbf{k} \\ &= a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}. \end{aligned}$$



加速度大小: $a = |\mathbf{a}| = \left| \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right| = \left| \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \right|$.

加速度方向: 指向运动轨迹(曲线)凹边的一侧.

切向加速度: $a_\tau = \frac{dv}{dt} \mathbf{e}_\tau$, 方向: 运动轨迹的切线方向.

法向加速度: $a_n = \frac{v^2}{\rho} \mathbf{e}_n$, 方向: 沿曲率半径指向曲率中心.

注意 由于 $|d\mathbf{v}| \neq dv$, 所以, 一般情况下,

$$a = |\mathbf{a}| = \left| \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right| \neq \frac{dv}{dt} = a_\tau.$$

8. 运动学中的角量

角位置: θ .

角位移: $\Delta\theta = \theta_{(t+\Delta t)} - \theta_{(t)}$.

角速度: $\omega = \frac{d\theta}{dt}$.

角加速度: $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$.

9. 线量与角量的关系(圆周运动)

R : 圆周半径; θ : 圆心角; S : 圆心角 θ 对应的弧长.

$S = R\theta$, $dS = R d\theta$,

$v = \frac{dS}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = R\omega$,

$$\left. \begin{aligned} a_\tau &= \frac{dv}{dt} = R \frac{d\omega}{dt} = R\alpha \text{ (沿该点切线方向)}, \\ a_n &= \frac{v^2}{R} = R\omega^2 \text{ (指向圆心)}, \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a &= a_\tau + a_n = \frac{dv}{dt} \mathbf{e}_\tau + \frac{v^2}{R} \mathbf{e}_n. \end{aligned}$$

二、物理规律

1. 匀变速运动

$\mathbf{a}$ = 常矢, 初始条件 $t=0$, 有 $\mathbf{r}_0$ 与 $\mathbf{v}_0$:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t, \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a}t^2.$$

$$\left\{ \begin{aligned} v_x &= v_{0x} + a_x t, \\ v_y &= v_{0y} + a_y t, \\ v_z &= v_{0z} + a_z t, \end{aligned} \right. \quad \left\{ \begin{aligned} x &= x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2, \\ y &= y_0 + v_{0y} t + \frac{1}{2} a_y t^2, \\ z &= z_0 + v_{0z} t + \frac{1}{2} a_z t^2. \end{aligned} \right.$$

抛体运动:(斜抛)

将运动分解为

水平方向的匀速直线运动+竖直方向的匀变速直线运动.

$$\begin{cases} a_x=0, \\ a_y=-g. \end{cases} \quad \begin{cases} v_x=v_0 \cos \theta, \\ v_y=v_0 \sin \theta - gt. \end{cases} \quad \begin{cases} x=v_0 \cos \theta \cdot t, \\ y=v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2. \end{cases}$$

2. 相对运动

$$\Delta \mathbf{r}_{\text{相对}} = \Delta \mathbf{r}_{\text{绝对}} - \Delta \mathbf{r}_{\text{牵连}}, \quad \mathbf{v}_{\text{相对}} = \mathbf{v}_{\text{绝对}} - \mathbf{v}_{\text{牵连}}.$$

3. 牛顿运动定律

第一定律 包含2个基本概念: 惯性、力. 第一定律只定性地指出力和运动的关系.

第二定律 给出了力和运动的定量关系: $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$.

第三定律 描述力的相互作用性质: $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$.

4. 力的叠加原理

$$\mathbf{F}_{\text{合}} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i$$

例题解析

题型1 已知运动方程 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ 或者 $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$, 求位移、路程、任一时刻位置, 以及轨道方程、平均速度、速度、加速度、法向加速度、切向加速度. (解题方法: 对 t 求导)

例1-1 已知质点的运动方程为 $x = 1 + 2t^2$, $y = 2t + t^3$, 式中 t 的单位为 s, x, y 的单位为 m, 当 $t = 2$ s 时, 求: (1) 质点的位置; (2) 质点的速度; (3) 质点的加速度.

解 (1) 当 $t = 2$ s 时, $x = 1 + 2t^2 = 9$ m, $y = 2t + t^3 = 12$ m, 所以

$$\mathbf{r} = 9\mathbf{i} + 12\mathbf{j} \text{ m.}$$

$$(2) \quad v_x = \frac{dx}{dt} = 4t \Big|_{t=2\text{s}} = 8 \text{ m/s}, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = 2 + 3t^2 \Big|_{t=2\text{s}} = 14 \text{ m/s}, \text{ 所以}$$

$$\mathbf{v} = 8\mathbf{i} + 14\mathbf{j} \text{ m/s.}$$

$$(3) \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = 4 \text{ m/s}^2, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} = 6t \Big|_{t=2\text{s}} = 12 \text{ m/s}^2, \text{ 所以}$$

$$\mathbf{a} = 4\mathbf{i} + 12\mathbf{j} \text{ m/s}^2.$$

例1-2 一质点沿 x 轴做直线运动, 其运动学方程为 $x = 4.5t^2 - 2t^3$ (SI), 求:

(1) 1~2 秒内质点的平均速度;

(2) 1 秒末和 2 秒末的速度及加速度;

(3) 第 2 秒内质点通过的路程.

解 (1) 由平均速度 $\bar{v} = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t}$, 在 1~2 秒内平均速度大小为

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1},$$

式中, $t_1 = 1 \text{ s}$, $t_2 = 2 \text{ s}$, $x_2 = 4.5t_2^2 - 2t_2^3$, $x_1 = 4.5t_1^2 - 2t_1^3$.

所以, $\bar{v} = -0.5 \text{ m/s}$, 平均速度方向指向 x 轴负方向.

(2) 由 $x = 4.5t^2 - 2t^3$, 得

$$v = \frac{dx}{dt} = 9t - 6t^2,$$

所以

$$t = 1 \text{ s}, v_1 = 3 \text{ m/s};$$

$$t = 2 \text{ s}, v_2 = -6 \text{ m/s}.$$

$$a = \frac{dv}{dt} = 9 - 12t,$$

所以

$$t = 1 \text{ s}, a_1 = -3 \text{ m/s}^2;$$

$$t = 2 \text{ s}, a_2 = -15 \text{ m/s}^2.$$

(3) “第 2 秒内”即在 1 秒末到 2 秒末内, 有可能某时刻速度为零. 这一时刻前速度方向为 x 轴正方向, 这一时刻后速度方向为 x 轴负方向, 这一时刻的 x 是个极值点.

$$v = \frac{dx}{dt} = 9t - 6t^2 = 0,$$

所以, $t' = 1.5 \text{ s}$ 说明此时质点运动在改变方向.

于是在 1~1.5 s 内质点沿 x 轴正方向走过的路程

$$\Delta x_{1 \sim 1.5} = x_{1.5} - x_1 = 0.875 \text{ m}.$$

在 1.5~2 s 内质点沿 x 轴负方向走过的路程, 也就是在 x 轴上移过的位移 $\Delta x_{1.5 \sim 2}$ 的大小

$$|\Delta x_{1.5 \sim 2}| = |x_2 - x_{1.5}| = 1.375 \text{ m}.$$

因此, 第 2 秒内质点通过的路程为

$$\Delta x_{1 \sim 2} = \Delta x_{1 \sim 1.5} + |\Delta x_{1.5 \sim 2}| = 2.25 \text{ m}.$$

题型 2 已知加速度 a , 速度 v , 位矢 r (或坐标 x, y, z) 的初值, 求速度和运动方程. 这是积分问题, 依据 a 的表示有三种情况: $a = a(t)$, $a = a(v)$, $a = a(r)$. (解题方法: 对 t 积分)

例 1-3 质点沿直线运动, 加速度 $a = 4 - t^2$, 式中 a 的单位是 m/s^2 , t 的单位为 s , 若当 $t = 3 \text{ s}$ 时, $x = 9 \text{ m}$, $v = 2 \text{ m/s}$, 求质点的运动方程.

解 $\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a dt$, 所以,

$$v = 4t - \frac{1}{3}t^3 + v_0.$$

$$\int_{x_0}^x dx = \int_0^t v dt,$$

所以,
$$x = 2t^2 - \frac{1}{12}t^4 + v_0 t + x_0.$$

将 $t=3\text{ s}$ 时, $x=9\text{ m}$, $v=2\text{ m/s}$ 代入上述 v 和 x 表达式, 可得

$$v_0 = -1\text{ m/s}, \quad x_0 = 0.75\text{ m}.$$

所以质点运动方程为

$$x = 2t^2 - \frac{1}{12}t^4 - t + 0.75.$$

例 1-4 一物体沿 x 轴做直线运动, 其加速度为 $a = -kv^2$, k 为常数, 在 $t=0$ 时, $v=v_0$, $x=0$, 求:

- (1) 速率随坐标变化的规律;
- (2) 坐标和速率随时间变化的规律.

解 (1) $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx} = -kv^2.$

当 $t=0$ 时, $v=v_0$, $x=x_0=0$, 所以

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = -k \int_0^x dx.$$

$$v = v_0 e^{-kx}.$$

因此

(2) $a = \frac{dv}{dt} = -kv^2$. 当 $t=0$ 时, $v=v_0$, 则有

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v^2} = -k \int_0^t dt,$$

所以

$$v = \frac{v_0}{v_0 kt + 1}.$$

又 $v = \frac{dx}{dt}$, 且 $t=0$ 时, $x=0$, $\int_0^x dx = \int_0^t v dt$, 所以

$$x = \int_0^t \frac{v_0}{v_0 kt + 1} dt = \frac{1}{k} \ln(v_0 kt + 1).$$

题型 3 已知运动方程 $S=S(t)$ 或 $\theta=\theta(t)$, 求速率、切向加速度、法向加速度、角位移、角速度、角加速度.

例 1-5 一质点在 xy 平面内做曲线运动, 其运动学方程为 $x=t$, $y=t^3$ (SI), 式中时间 t 的单位为 s , 求:

- (1) 初始时刻的速率;
- (2) $t=2\text{ s}$ 时, 加速度大小;