

中国科学院教材建设专家委员会立项项目
土木工程科学研究暨研究生教学丛书

薄壁构件的弹性与 弹塑性弯曲与扭转简明教程

Elastic and Elastic-Plastic Bending and
Torsion of Thin-Walled Members

(第二版)

陈骥 编著



科学出版社

中国科学院教材建设专家委员会立项项目
土木工程科学研究暨研究生教学丛书

薄壁构件的弹性与弹塑性 弯曲与扭转简明教程

**Elastic and Elastic-Plastic Bending and
Torsion of Thin-Walled Members**

(第二版)

陈 骥 编著

科学出版社

北 京

内 容 简 介

本书介绍了薄壁开口截面扭转屈曲或弯扭屈曲, 畸变屈曲, 和扭转塑性破坏, 即均匀扭转塑性破坏和翘曲扭转塑性破坏的理论分析, 包括均匀受扭, 约束受扭, 沙堆比拟方法和翘曲扭转诸多试验研究和设计问题。

本书给出了两端简支焊接工字形截面, 轴心受压柱的扭转屈曲荷载, 轴心受压冷弯开口加劲卷边槽钢构件的弹性畸变屈曲荷载的计算实例, 并有按照澳大利亚冷弯薄壁规范 AS/NZS 4600—2005 2nd Ed. 确定弹性畸变屈曲荷载的计算实例。

本书可作为高等院校土建类和力学类专业研究生教材, 也可供相关工程技术人员和科研人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

薄壁构件的弹性与弹塑性弯曲与扭转简明教程/陈骥编著. —2 版. —北京: 科学出版社, 2015

(中国科学院教材建设专家委员会立项项目·土木工程科学研究暨研究生教学丛书)

ISBN 978-7-03-046331-9

I. ①薄… II. ①陈… III. ①薄壁结构-塑性力学-研究生-教材 IV. ①TU330.1

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2015) 第 270246 号

责任编辑: 童安齐 / 责任校对: 刘玉靖
责任印制: 吕春珉 / 封面设计: 耕者设计工作室

科学出版社出版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

北京京华虎彩印刷有限公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2014 年 9 月第 一 版 开本: 787×1092 1/16

2015 年 11 月第 二 版 印张: 6 1/4

2015 年 11 月第二次印刷 字数: 130 000

定价: 80.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换〈京华虎彩〉)

销售部电话 010-62134988 编辑部电话 010-62130750

版权所有, 侵权必究

举报电话: 010-64030229; 010-64034315; 13501151303

序

随着钢材性能以及在钢结构中受扭构件的设计要求的提高，冷弯开口薄壁钢构件在结构工程中的应用日益广泛。因此，从事钢结构理论试验，研究和设计的教学和工程技术人员，迫切需要了解薄壁构件弯曲与扭转中的扭转屈曲，弯扭屈曲和畸变屈曲问题。本书是为在读的钢结构方向研究生编写的。

陈骥教授在编写本书时，结合了多年教学实践和许多的工程设计实例，十分重视薄壁受扭构件的弹性，弹塑性的理论分析。这些内容颇能引起读者的重视。

本书涉及内容有冷弯开口薄壁截面受扭，轴心受压构件的弹性扭转与弯扭，轴心受压冷弯卷边槽钢截面畸变屈曲，单轴对称和双轴对称工字形钢梁在平面内均匀受弯时的畸变屈曲，以及最新的科学研究成果。

许世界 宋文俊

2015年5月

第二版前言

本书经修改后的第二版，增补了结构钢的应力-应变曲线（图 1.1）；均匀塑性破坏的设计公式；轴心受压单角钢的设计强度；轴心受压冷弯卷边加劲槽钢的畸变屈强度。此外，还增补了第七章两端简支热轧工字形截面受扭压弯构件的弹性弯扭屈曲；第八章两端简支工字形截面受扭的压弯构件的弹性畸变屈曲；第九章工字形截面梁受弯，受扭和受弯扭共同作用的非线性变形和弹塑性分析等内容。

第一版前言

本书是专门为高等院校土建类和力学类专业研究生编写的。书中所选内容，从理论分析、试验研究、设计方法到计算举例，都注重研究生基本理论的学习和具体应用，以便为今后研究生学习钢结构构件中的扭转屈曲或弯扭屈曲，以及截面畸变屈曲直至构件破坏等内容打下坚实基础。

本书还重视钢构件在各种外力作用下，构件内部发生的变化和构件变形的表现形式，从而可以预防构件的破坏发生。这样一来，可以落实到具体的钢结构设计方法和钢材选取。

本书分为四章，依次为：第一章 概论，第二章 冷弯开口薄壁截面受扭，第三章 轴心受压构件的弹性扭转和弯扭屈曲，第四章 轴心受压构件的弹性截面畸变屈曲，第五章 钢双轴对称工形截面梁在平面内均匀受弯时的畸变屈曲，第六章 钢单轴对称工形截面梁在平面内均匀受弯时的畸变屈曲。

书中选用的参考文献，除了人们熟知的经典著作外，注意选取学者们近年来的最新科研成果。

本书也是一本为在读研究生编写的有关薄壁构件内容的简明教程。读者如有需要，也可阅读与本书相关的英文版图书 *Torsional Analysis of Steel Structural Members Theory and Design*。该英文版图书分为十一章，其阐述的内容不仅涵盖本书的主要内容，还增加了压弯构件的畸变屈曲，压弯构件在弯矩和扭矩联合作用下的理论分析和设计方法，双向压弯构件的弯扭屈曲和多种设计方法，以及工形截面受扭梁的塑性破坏分析等内容。

一个轴心受压、受弯或者压弯构件在外力作用下，有以下几种屈曲模式，即局部屈曲、畸变屈曲、扭转屈曲、弯扭屈曲和它们之间的相关屈曲。

需要特别强调的是，本书用了相当大的篇幅介绍轴心受压构件、受弯构件、单向和双向压弯构件畸变屈曲的理论分析和设计方法，这是因为在构件的截面尺寸、长度、边界条件和外力作用相同时，读者容易注重于构件的扭转和弯扭屈曲，而不重视构件的畸变屈曲。殊不知，构件的畸变屈曲荷载常

常会比构件的扭转和弯扭屈曲荷载小得多。受扭构件在其侧向有约束支承时，畸变屈曲荷载略有提高。但是，如果在其侧向没有足够的约束支承，受扭构件也会发生弯扭屈曲。下面用图 1 来说明这一问题。

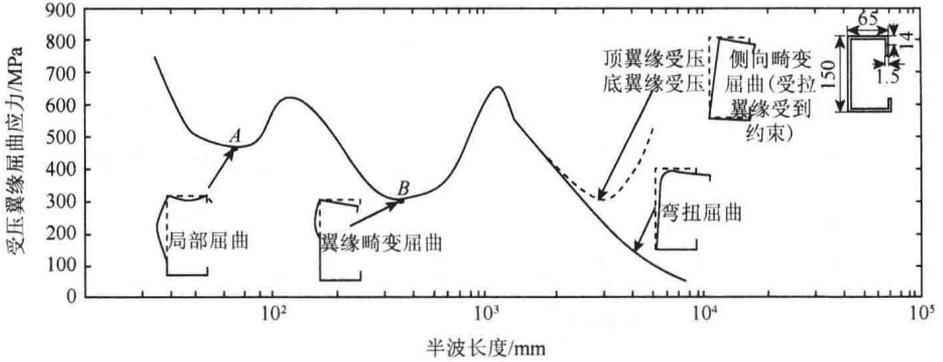


图 1 卷边槽钢屈曲模式

实际上，当受扭构件的腹板稍厚时，不会出现局部屈曲，但是会出现与畸变相关的屈曲。当构件侧向的约束不足时，构件会出现弯扭屈曲。

陈 骥

2014 年 5 月于西安建筑科技大学

主要符号

A	截面面积, 常数
A_f	受压翼缘截面面积
B	冷弯卷边槽钢的宽度
B_0	双力矩
C_1, C_2, C_3	扭转常数
D	任意点
E	弹性模量
E', E''	纤维上端点
G	剪切弹性模量
H	冷弯卷边槽钢的高度
I_t	截面扭转常数, 自由扭转惯性矩
I_x	截面绕 x 轴弯曲的惯性矩
I_y	截面绕 y 轴弯曲的惯性矩
I_ω	截面翘曲常数, 截面翘曲惯性矩
I_{xf}	受压翼缘截面绕 x_f 轴弯曲的惯性矩
I_{yf}	受压翼缘截面绕 y_f 轴弯曲的惯性矩
I_{xyf}	受压翼缘截面绕 x_f 和 y_f 轴弯曲的惯性积
I_{tf}	受压翼缘截面的扭转常数
$I_{\omega f}$	受压翼缘截面的翘曲惯性矩
M_x	外弯矩
M_u	自由扭矩, 或称均匀扭矩
M_z	扭矩
M_ω	约束扭矩, 或称翘曲扭矩
P	荷载
P_{crd}	弹性畸变屈曲荷载
P_{cry}	绕 y 轴弯曲的临界屈曲荷载
P_{cro}	临界扭转屈曲荷载
$P_{y\omega}$	弯扭屈曲荷载
R	受压翼缘圆角处的外回转半径
S	剪力中心
S_{12}, S_{24}, S_{45}	一段距离绕 x 对称轴的静矩

S_f	冷弯卷边槽钢截面受压翼缘的剪心
S_ω	翘曲静矩, 或称扇性静矩
W_x	截面抵抗矩
b	板件的宽度, 冷弯卷边槽钢截面的中心线宽度
d	一段距离
e_0	形心距
h	冷弯卷边槽钢截面的中心线高度
k	系数
l	板件的长度
O_f	冷弯卷边槽钢截面受压翼缘的形心
r_0	截面对剪心的极回转半径
s	一段距离
t	板件厚度
t_f	翼缘壁厚
t_w	腹板壁厚
x_0	薄壁开口截面剪力中心的坐标
x_{of}	冷弯卷边槽钢截面受压翼缘的形心距
y_0	薄壁开口截面剪力中心的坐标
y_{of}	冷弯卷边槽钢截面受压翼缘的形心距
q_{yf}	作用于冷弯卷边槽钢受压翼缘的竖向均布反力
α	夹角
σ_ω	翘曲正应力
τ_u	板件的最大剪应力
τ_ω	翘曲剪应力
φ	薄壁开口截面的扭转角, 函数
ρ	截面的剪心距
ρ_0	薄壁开口截面上翼缘的极距
ω_n	扇性坐标
$\omega_{ni}, \omega_{ni+1}$	线段端点的扇性坐标
ω_s	作用点 P 的扇性坐标

目 录

序	
第二版前言	
第一版前言	
主要符号	
第一章 概论	1
参考文献	5
第二章 冷弯开口薄壁截面受扭	6
2.1 冷弯开口薄壁截面受扭的自由扭矩	7
2.2 冷弯开口薄壁截面受扭的约束扭矩	8
2.3 冷弯开口薄壁截面的几何性质	9
习题	14
参考文献	15
第三章 轴心受压构件的弹性扭转和弯扭屈曲	16
3.1 轴心受压柱绕 z 轴扭转的弹性扭转屈曲	16
3.2 轴心受压柱绕 y 和 z 轴弯扭的弹性弯扭屈曲	17
3.3 轴心受压单角钢的设计强度	20
3.4 轴心受压冷弯卷边加劲槽钢的畸变屈曲强度	24
习题	27
参考文献	27
第四章 轴心受压构件的弹性截面畸变屈曲	29
4.1 截面弹性畸变屈曲应力	29
4.2 用平衡法确定弹性畸变屈曲荷载	30
4.3 按照 Schafer B W 和 Pekoz T 的手算法计算	32
4.4 按照澳大利亚 AS/NZS 4600—2005 ^{2nd Ed.} 确定弹性畸变屈曲荷载	33
4.5 高强钢槽钢柱的局部和畸变相关屈曲试验	40
4.6 结论	41
习题	41
参考文献	41

第五章 钢双轴对称工字形截面梁在平面内均匀受弯时的畸变屈曲	43
5.1 概述	43
5.2 双轴对称工字形截面梁畸变屈曲的理论分析	45
参考文献	49
第六章 钢单轴对称工字形截面梁在平面内均匀和非均匀受弯时的畸变屈曲	50
参考文献	57
第七章 两端简支的热轧工字形截面和箱形截面受扭压弯构件弹性弯扭屈曲	58
7.1 概述	58
7.2 受扭压弯构件弯扭屈曲的弹性分析	58
7.3 受压、受弯和受扭共同作用的箱形截面短柱的极限强度	59
7.4 结论	67
参考文献	67
第八章 两端简支热轧工字形截面受扭压弯构件的弹性畸变屈曲	68
8.1 概述	68
8.2 受扭压弯构件畸变屈曲的弹性分析	68
8.3 均匀受弯的双轴对称工字形截面压弯构件的弹性畸变屈曲弯矩 M_d 的解的表达式	69
8.4 按照弹性分析作用于压弯构件的轴压力和弯矩以及构件的变形	72
8.5 建立求解构件弹性畸变屈曲力的平衡方程	72
8.6 取出受压翼缘, 建立构件发生弹性畸变屈曲的力平衡方程	73
8.7 直接强度法求解构件弹性畸变屈曲力	73
8.8 结论	73
参考文献	73
第九章 工字形截面梁在弯矩和扭矩的共同作用下非线性变形和弹塑性分析	75
9.1 概述	75
9.2 工字形截面钢梁有关受弯和受扭的理论分析	78
9.3 圆截面钢梁有关受弯和受扭的理论分析	80
9.4 建立弯矩和扭矩相关关系的设计公式	82
9.5 结论	82
参考文献	82
Appendix—Derivations of I_{xt} , I_{yt} , I_{xyt} , I_x , I_y and I_ω for Sloping Lipped Channel	84
部分习题答案	89

第一章 概 论

早在 1855 年，法国工程师圣维南（Saint-Venant）^[1.1]，在其提交给法国科学院的论文中，首次提出了杆受扭时的经典理论。一个半世纪以来，关于构件受扭的计算，都有了长足的进步，很多学者提供了各种截面梁弹性和弹塑性受扭时的理论解。

1931 年，Nadai A^[1.2]创建了沙堆比拟方法，解决了冷弯薄壁开口截面均匀受扭梁时的塑性破坏弯矩。随后，Nadani A^[1.3]于 1954 年用薄膜相似理论解决了弹塑性弯扭梁的弯矩等问题。1946 年，Sokolovsky W W^[1.4]创建了蛋形截面弯扭梁的弹塑性弯矩。此外，还有许多学者，如 Yamada Y, Katagir A 和 Takatruka K^[1.5]于 1972 年用数值法研究了均匀和非均匀受扭梁的弹塑性能。

图 1.1 (a) 和 (b) 给出了结构钢的应力-应变曲线。该曲线取自 1972 年 Errera S J^[1.6]的有关钢结构设计的书中。图中 σ_{yu} 为高屈服点， σ_{yl} 为低屈服点， σ_{rd} 为动力屈服应力，此值常常高于屈服应力。对于钢结构工字形截面梁，受扭后，在其受拉的翼缘尖端首次屈服后，会出现如图 1.2 所示的扭矩-扭转角非线性关系曲线。当有较小的扭转角时，结构钢的应力应变硬化的影响可以忽略不计。此时，梁的扭转角已经接近于其极限值，相当于截面的塑性破坏值，如图 1.2 中的虚线所示。

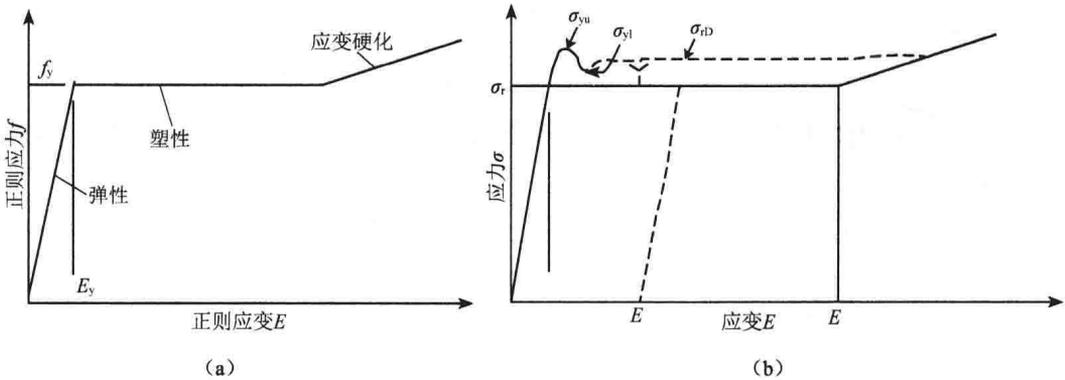


图 1.1 结构钢的应力-应变曲线

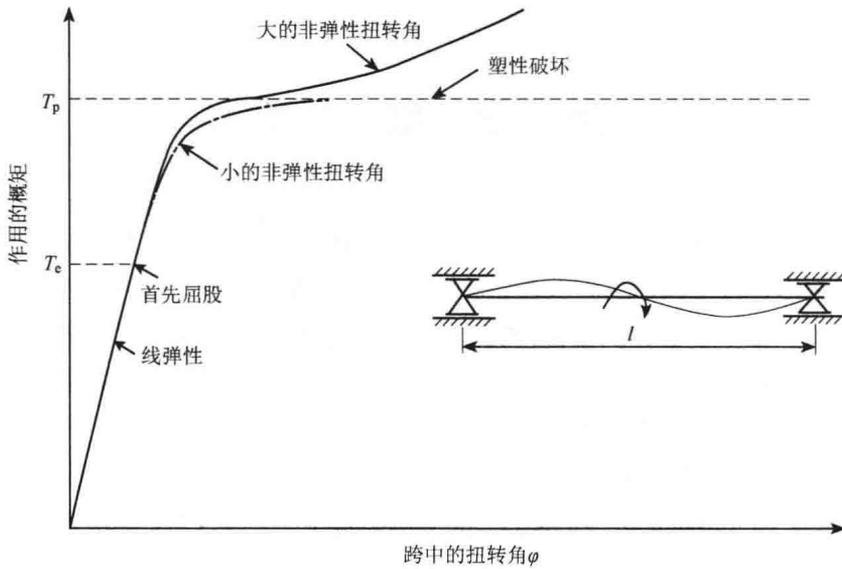


图 1.2 工字形截面梁的扭转性能

1969 年，由 Farwell C R Jr 和 Galambos T V^[1.7] 指导了有关受非均匀扭矩作用的工字形截面梁的试验研究（图 1.3），图中有 76 in^① 长的简支抗扭支承，在此范围内有一个或两个集中扭矩。他们一共作了五个轧制宽翼缘工字钢 6in × 6in 的试件后指出，大的扭转角还会导致在受拉翼缘尖端的范围内出现纵向纤维拉长，因此会增加截面抵抗均匀扭矩的能力，其结果会产生出高于塑性破坏的扭矩，最后导致受拉翼缘拉裂破坏。Pi Y L 和 Trahai N S^[1.8] 认为，这样一来会低估了梁的抗扭强度，实际上此值将会高于均匀的塑性破坏扭矩 M_{up} ，其表达方式为

$$M_{up} = \tau_y \left[b_f t_f^2 \left(1 - \frac{t_f}{3b_f} \right) + \frac{b_w t_w^2}{2} + \frac{t_w^3}{6} \right] \quad (1.1)$$

式中， τ_y 为钢材的剪切强度； b_f 和 t_f 分别是翼缘的宽度和厚度； b_w 和 t_w 分别是腹板的宽度和厚度。

例 1.1 试按照公式 (1.1)，计算一长度为 400cm 工字形截面受扭梁的均匀塑性破坏扭矩 M_{up} 。工字形截面梁的尺寸为 $b_f = 40\text{cm}$, $t_f = 2.5\text{cm}$, $b_w = 35\text{cm}$, $t_w = 2\text{cm}$ 。钢材的剪切强度为 $\tau_y = 14.434\text{kN/cm}^2$ 。

解

$$\begin{aligned} M_{up} &= \tau_y \left[b_f t_f^2 \left(1 - \frac{t_f}{3b_f} \right) + \frac{b_w t_w^2}{2} + \frac{t_w^3}{6} \right] \\ &= 14.434 \left[40 \times 2.5^2 \left(1 - \frac{2.5}{3 \times 40} \right) + \frac{35 \times 2^2}{2} + \frac{2^3}{6} \right] \\ &= 45.82\text{kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

① 1in=0.0254m，下同。

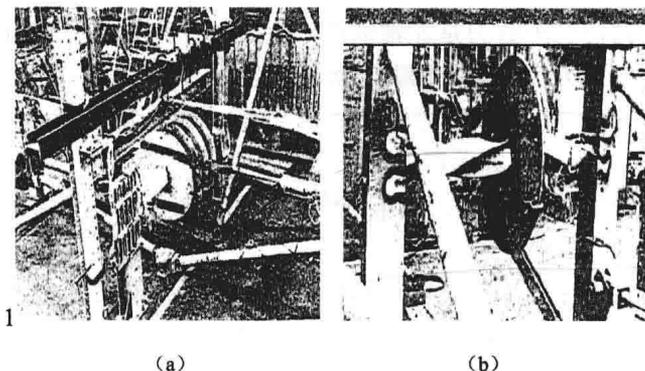


图 1.3 宽翼缘工字钢梁非均匀受扭的试验装置
(a) 试验前在梁 5 跨中点作用一荷载；(b) 试验后直至破坏

受扭或者受弯扭的钢构件有三种失稳形式，一种是扭转屈曲或弯扭屈曲，一种是畸变屈曲，一种是扭转塑性破坏，即均匀扭转塑性破坏，亦即沙堆均匀扭转塑性破坏和翘曲扭转塑性破坏，其中有以构件受扭或者受弯扭后产生的畸变屈曲破坏形式。构件受扭或者受弯扭后产生的畸变屈曲将导致：①降低截面的有效刚度；②畸变屈曲时平行的受压翼缘会产生不同的扭转角；③畸变屈曲时双轴对称的工字形截面会变成不对称截面。它们的承载力是非常低的，但是常常容易被人们所忽视，这是非常危险的。人们常将冷弯薄壁开口截面用于弯扭构件。

冷弯开口薄壁截面的形式是多种多样的，图 1.4 (a) ~ (j) 展示了多种冷弯开口薄壁截面。因其功能要求不同，采取不同的截面形式，如图 1.4 中的截面 (b) 常用的受压和受弯构件；如图 1.5 所示侧向屈曲或者弯扭屈曲，随后转变为畸变屈曲。

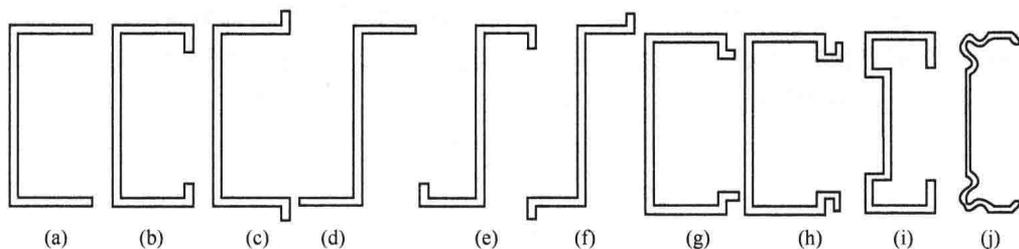


图 1.4 薄壁冷弯型钢截面

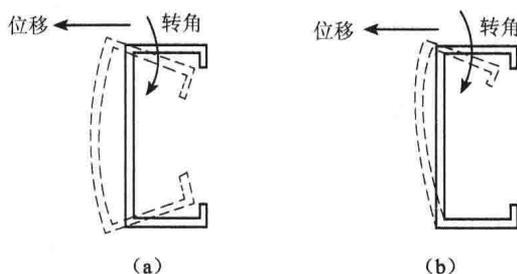


图 1.5 畸变屈曲模式
(a) 受压；(b) 受弯

畸变屈曲截面构件的承载力是非常低的，但是因受拉翼缘受到约束，稍长的槽形截面受弯构件，它的承载力反而略有回升，如图 1.6 所示。

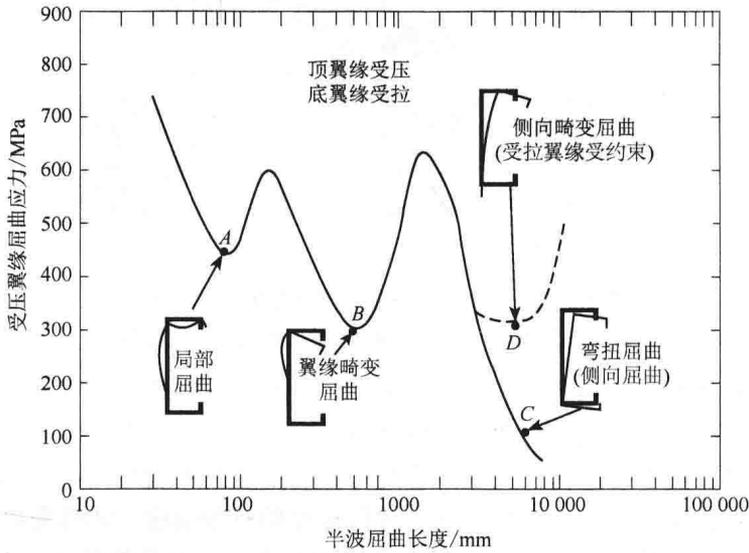


图 1.6 槽形截面梁的屈曲应力与绕主轴弯波长度的关系曲线

图 1.6 与图 1.7 非常相似，只是卷边槽钢用了斜卷边，可见因其功能要求不同，可采取不同的截面形式。图 1.7 中第一个最小受压翼缘屈曲应力的 A 点，因有腹板，受压翼缘和卷边加劲肋，又会出现局部屈曲模式。图中第二个最小受压翼缘屈曲应力的 B 点，随着受压翼缘和卷边绕翼缘和腹板的连接处提供的某些弹性约束，呈现翼缘畸变屈曲。出现半波长很长的、不受约束梁的 C 点，呈现弯扭屈曲，常称为侧向屈曲。但是，如果受拉翼缘承受扭转约束，导致侧向畸变屈曲，则会出现在半波长为 4000mm 的 D 点。此值是靠受拉翼缘的约束提供的。

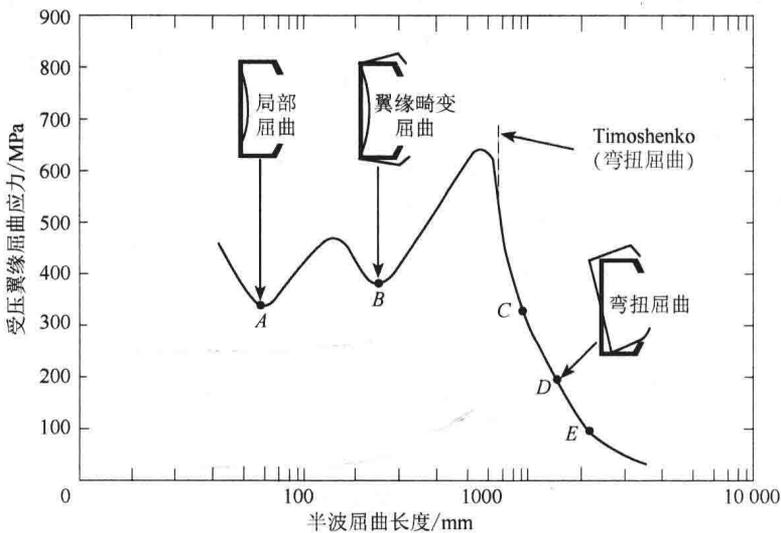


图 1.7 斜卷边槽形截面梁的屈曲应力与绕主轴弯波长度的关系曲线

图 1.7 中最小受压翼缘屈曲应力的 A 点, 亦即出现在半波长度 65mm 的 A 点, 呈现了局部屈曲模式。此局部屈曲模式, 主要是因为翼缘和卷边加劲肋处没有一个刚体的截面移动或者转动, 从而产生翼缘畸变屈曲。 B 点的畸变屈曲应力稍稍高于 A 点的局部屈曲应力。构件会在长的半波处出现图中 C 、 D 和 E 点的弯曲屈曲或者弯扭屈曲。有些特别截面, 会发生弯扭屈曲的半波长度接近于 1800mm, 超过了发生弯曲屈曲的半波长度。

参 考 文 献

- [1.1] Saint-Venant. Memoire sur la Torsion des Prismes, Memoires des Savants Etrangers. France, XIV, 233-Inc., New York, 1855.
- [1.2] Nadai A. Plasticity. New York: McGraw-Hill, 1931.
- [1.3] Nadai A. Theory of Flow and Fracture of Solids. New York: McGraw-Hill, 1954.
- [1.4] Sokolovsky W W. Theory of Plasticity. Moscow, Russia (in Russian), 1946.
- [1.5] Yamada Y, Katagiri S, Takatruka K. Elastic-Plastic Analysis of Saint-Venant Torsion by Hybrid Stress Model. Institute Journal of Numerical Methods in Engineering, 1972, 5(2): 193-207.
- [1.6] Errera, S. J. Materials in Structural Steel Design. Lambert Tall. New York: The Ronald Press Company, 1964.
- [1.7] Farwell C R Jr, Galambos T V. Non-Uniform Torsion of Steel Beams in Inelastic Range. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1969, 95(12): 2813-2829.
- [1.8] Pi Y L, Trahair N S. Inelastic Torsion of Steel I-Section Beams. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1995, 121, (4): 609-620.

第二章 冷弯开口薄壁截面受扭

关于冷弯开口薄壁截面构件受扭，许世界在 2013 年提出了一个很好的计算表达式，即将分割开的双力矩和翘曲扭矩归入求解轴心受压弹性弯扭屈曲荷载的平衡方程 [第三章的式 (3.9) 和式 (3.10)]。

冷弯开口薄壁截面受扭梁的扭矩分为自由扭矩 M_u (均匀扭矩) 和约束扭矩 M_w (翘曲扭矩) 两种。图 2.1 给出了工字形截面受扭梁在受外力作用时的变形情况。截面翘曲的特征是受压翼缘和受拉翼缘在受扭时，产生相反方向的变形。

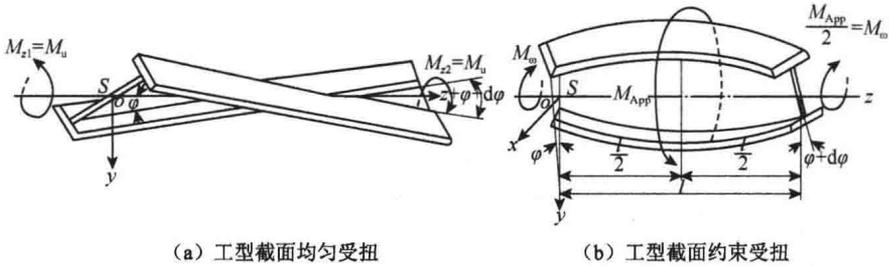


图 2.1 受扭的工字形截面构件

因功能要求不同，可以取用不同的冷弯开口薄壁截面构件，2008 年，Li LY 和 Chen JK^[2,1] 研究和比较了如图 2.2 (a) 和 (b) 所示冷弯开口薄壁 Σ 形截面和冷弯开口薄壁卷边槽钢的畸变屈曲理论及方法分析。他们认为，冷弯开口薄壁 Σ 截面可以用与卷边槽钢相同的方法设计。

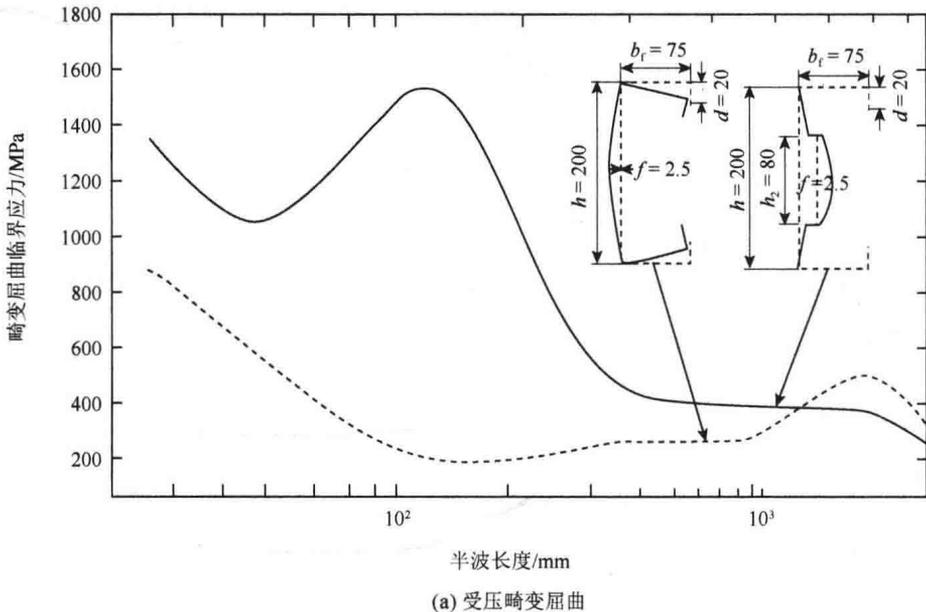


图 2.2 卷边槽钢截面和 Σ 截面畸变屈曲曲线