

算法竞赛宝典

第二部 基础算法艺术

张新华 编著

2



清华大学出版社

算法竞赛宝典



基础算法艺术

张新华 编著

清华大学出版社
北京

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

基础算法艺术/张新华编著.--北京:清华大学出版社,2016
(算法竞赛宝典)

ISBN 978-7-302-40949-6

I. ①基… II. ①张… III. ①算法分析—教学参考资料 IV. ①TP301.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 166256 号

责任编辑:纪海虹 刘美玉

封面设计:张新华

责任校对:王凤芝

责任印制:沈 露

出版发行:清华大学出版社

网 址: <http://www.tup.com.cn>, <http://www.wqbook.com>

地 址:北京清华大学学研大厦 A 座 邮 编:100084

社 总 机:010-62770175 邮 购:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969, c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质量反馈:010-62772015, zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:北京富博印刷有限公司

装 订 者:北京市密云县京文制本装订厂

经 销:全国新华书店

开 本:185mm×260mm 印 张:46.25

字 数:1090千字

版 次:2016年4月第1版

印 次:2016年4月第1次印刷

印 数:1~4000

定 价:89.00元

产品编号:062411-01

为什么编写这套书?

随着计算机逐步深入人类生活的各个方面,利用计算机及其程序设计来分析、解决问题的算法在计算机科学乃至整个科学界的作用日益明显。相应地,各类以算法为主的程序设计竞赛也层出不穷:在国内,有全国青少年信息学奥林匹克联赛(National Olympiad in Informatics in Provinces, NOIP),该联赛与全国中学生生物学联赛、全国中学生物理竞赛、全国高中数学联赛、全国高中学生化学竞赛,并称为国内影响力最大的“五大奥赛”;在国际,有中学生的国际信息学奥林匹克竞赛(International Olympiad in Informatics, IOI)、面向亚太地区在校中学生的信息学科竞赛(即亚洲与太平洋地区信息学奥林匹克, Asia-Pacific Informatics Olympiad, APIO)和国际大学生程序设计竞赛(ACM International Collegiate Programming Contest, ACM/ICPC)等。

各类算法竞赛要求参赛选手不仅必须具有深厚的计算机算法功底、快速、准确的编程能力以及创造性的思维,而且还必须具备团队合作精神和抗压工作的能力,因此算法竞赛在高校、IT公司和其他社会各界中获得越来越多的认同和重视。算法竞赛的优胜者,更是微软、Google、百度、Facebook等全球著名IT公司争相高薪招募的对象。因此,不仅是各类参加算法竞赛的选手,即使是不参加此类竞赛的很多研究工作者和从事IT行业的人士,都希望能获得这方面的专业训练并从中得到一定的收获。

但是,长期以来,算法竞赛的内容以其高难度、高要求而困住了许多有志于参加算法竞赛的爱好者的求索脚步。部分已出版的同类书籍或艰深难懂、或教条灌输,使不少爱好者望而却步,半途而废,以至于研究算法成了一种“曲高和寡”的学问,严重制约了算法竞赛优秀人才的培养。

殊不知,书上多数看似复杂难懂的知识或内容,其实总是可以找到一种深入浅出、化难为易的表述方法,使读者能看得懂、学得透,并最终达到触类旁通、举一反三的学习目标。因此本套丛书的写作初衷,是试图将看似晦涩难懂的算法表述得轻松、活泼、易懂。同时也是为了弥补国内算法竞赛以及普及读物方面的不足。

希望本套书的出版,能够给那些学有余力的中学生、计算机专业的大学生、程序算法爱好者以及IT从业者提供一个学习计算机科学的机会。

为什么要学习算法?

经常有人说:我不学算法也照样可以编程写软件。那么,为什么还要学习算法呢?

首先,算法(algorithm)一词源于算术(algorism),具体地说,算术方法是一个由已知推

求未知的运算过程。后来,人们把它推广到一般,即把进行某一工作的方法和步骤称为算法。一个程序要完成一个任务,其背后肯定要涉及算法的实现,算法的优劣,直接决定了程序的优劣,因此,算法是程序的灵魂。学好了算法,就能够设计出更加有效的软件,以最为有效的方式完成复杂的功能。例如设计完成一个具有较强人工智能的人机对弈棋类游戏,程序员没有深厚的算法功底是根本不可能实现的。

其次,算法是对事物本质的数学抽象,是初等数学、高等数学、线性代数、计算几何、离散数学、概率论、数理统计和计算方法等知识的具体运用。真正学懂计算机的人(不只是“编程匠”)都对数学有相当的造诣,既能用科学家的严谨思维来求证,也能用工程师的务实手段来解决问题——而这种思维和手段的最佳演绎就是“算法”。学习算法,能锻炼我们的思维,使思维变得更清晰、更有逻辑,变得更有深度和广度。学习算法更是培养逻辑推理能力的非常好的载体之一。因此,学会算法思想,其意义不仅仅在算法本身,更重要的是,对日后的学习和思维方式也会产生深远的影响。

最后,学习算法本身很有意思、很有趣。所谓“技术做到极致就是艺术”,当一个人真的沉浸到算法研究里时,他会感受到一个个精妙绝伦的算法的艺术之美,他会为它的惊人的运行速度和巧夺天工的构思而深深震撼,并从中体会到一种不可言喻的美感和愉悦。当然,算法的那份优雅与精巧虽然吸引人,却也令很多人望而生畏。事实证明,对很多人来说,学习算法是一件很痛苦的事情。

本套书的特色

本套书的第一个特点是具备一定理解能力的读者可以凭自学看懂书中的多数内容。由于地区的不平衡性等原因,很多算法竞赛选手及算法爱好者面对的一个最大难题是没有合适的教材以及找不到合适的导师给予引导。考虑到这种情况,本书作者尽可能地对书中每一个可能的难点和重点都进行了不厌其烦、深入仔细的讲解,此外,书中的绝大多数题目均附有带注释的完整源代码及测试数据供读者参考和检测。当然,不管怎样,你永远也不要指望阅读一本算法书能像阅读一本通俗小说那般轻松惬意。

本套书的第二个特点摒弃了一些算法书过于“学究气”,片面强调学术性、严谨性而忽略了可读性的“四平八稳”的表述手法,代之以轻松、活泼、搞笑的故事情节和穿插以历史、文化、科技等要素的情境导入,读者不仅在学习过程中获得编程的乐趣,还能够跟随书中的众多人物,一同经历一场奇妙的冒险之旅。本书作者热切希望读者不仅最终能够在计算机科学的领域大展宏图,更能够在故事中获得感悟,对社会、人生、理想、价值和信念等有更深刻的思考和认识。

本套书的第三个特点是绝大多数题目均采用了“多向思考”“一题多解”和“一题多变”的解决方法,其目的主要有三点:一是为了充分调动读者思维的积极性,提高综合运用已学知识解答问题的技能技巧;二是为了锻炼读者思维的灵活性,促进知识和智慧的增长;三是训练思维深度和广度,引导读者灵活地掌握知识的纵横联系,培养和发挥读者的创造性。所以,这种训练,决不能简单地看作是编程技巧的花哨卖弄,而是通过这种训练,培养读者思维的敏捷性,促进读者智力和思维的发展,提高读者的变通能力与综合运用所学知识的能力。读者若能坚持这种思维训练方法,必能起到意想不到的良好学习效果。

本套书内容简介

本套书的第一部——《语言及算法入门》,主要介绍在算法竞赛中需要用到的 C++ 语言

的语法知识及一些简单算法的运用。但与一般 C++ 语言入门书不同的是,本部书在介绍 C++ 语言的同时,更加侧重于数学思维的培养和简单算法的应用,因此其学习难度远高于一般市面上的 C++ 语言入门书。书中很多表面看上去似乎非常简单的题目,由于采取了“一题多解”及“数学求解”等方法,其程序复杂度直线上升。因此这就要求读者具备一定的数学功底和思维能力,并且需要花费相当长的时间去思考和练习,才可能深刻理解题目的本质和内涵。此外,为了防止初学者原封不动地照抄源代码而不理解代码真实含义的“恶习”,书中凡可写可不写源代码的地方,一律采用伪代码形式表述,当然,在出版社网站上,读者可以下载到书中所有的源代码及测试数据等资源。

本套书的第二部——《基础算法艺术》,重点介绍了各种基础算法,如分治算法、贪心算法、枚举算法、动态规划算法等。书中的绝大多数题目都采用了“多向思考”、“一题多解”和“一题多变”的方式来解决。读者不仅可以通过出版社网站下载的简单测试数据验证所写程序的正确性,还可以根据书中标注的题目原始出处,访问相关的在线评测网站提交所写代码进行测试。需要注意的是,与多数教材从头读到尾的习惯不同的是,本书的各章节划分并不是严格按从难到易、从简到繁的顺序编排,各章节基本都可以独立阅读,互不影响。读者在阅读过程中,有时可根据需要翻到其他章节学习完相关内容后再返回本章节继续学习。此外,每一道题的各种算法按难易程度粗略地以★号表示,★号越多,表示难度越大,读者若遇到难度过大的题,不必硬“啃”,完全可以在学习完其他章节的相关内容后再来学习。

本套书的第三部——《基础数据结构》,详细介绍了链表、堆栈、队列、树、图等基础数据结构的相关知识。为了便于读者的理解,本书对数据结构众多知识点进行了详细的解释和分析,随书还配有难易适中的练习题。本书中的多数题目未配置相应测试数据,读者编写的代码正确与否,需要去相关的在线评测网站提交代码进行测试。这样做是培养读者善于应用无限网络资源的能力,使读者能逐渐脱离书本的束缚,最终达到独立、自主学习的目的。

全套书中以调侃化的形式出现的公司和人名等,均为故事情节而服务,与现实无更多关联。

适合阅读本书的读者

本套书可作为全国青少年信息学奥林匹克联赛(NOIP)系列的复赛教材及 ACM 国际大学生程序设计竞赛(ACM/ICPC)的参考和学习用书,还可作为计算机系学生、IT 工程师、科研人员、算法爱好者的参考和学习用书。

致谢

感谢原乌鲁木齐高级中学(前身为乌鲁木齐市第六中学)的李念、刘悠然、朱生龙、陆智、李智杰、刘毅东、吕亚伟、徐兆鹏、戴文轩、杜同心、胡亚欣、徐菲鹏、戴维、张欢、郑斐、彭胡杰、肖阳等同学;感谢浙江省瑞安中学钱瑞源、潘伟达、张元煌、周望威、林展、杨丰、张颖洁、卢众意、沈小洲、肖煜伟、郑立言、金泽豪、章奎亮、蔡子豪、陈云帆、方佳豪、陈士俊、李心怡、孙一言、蔡凡、黄海同、王络、肖瑞宇、潘洲阳、陈可、张夏悦、陈振哲、林江浩、魏书扬等同学,他们在我的指导下,用简洁易懂的程序代码实现了本书的部分算法。

感谢全国各省市中学、大学的信息学奥赛导师们,他们给本套书提了许多真诚而有益的建议,并对本人在写书过程中遇到的一些困惑和问题给予了热心的解答。

感谢浙江省瑞安中学为本人搭建的学习、研究、竞赛的平台以及对本人工作的大力支持。

本套书在完成过程中,使用了 NOIP 的部分原题、在线评测网站的部分题目,并参考和收集了其他创作者发表在互联网、杂志等媒体上的相关资料,无法一一列举,在此一并表示衷心感谢。

最后,感谢我的女儿,你是我完成这套书的动力,因为这套书专为你而写。

最后要说的话

本套书花费了本人巨大的精力和时间,这些年来的多数闲暇时间,都用在了这套书的编写和反复校验上。但尽管如此,由于时间和水平所限,书中难免存在不妥和错误之处,欢迎同仁或读者赐正,如果在阅读中发现任何问题,请发送电子邮件到 hiapollo@sohu.com 告诉本人,更希望读者对本书提出建设性意见,以便修订再版时改进。

针对本套书的题库网站正在不断完善中,网址为: www.razxhoi.com。

张新华

2014年8月于浙江瑞安

第一章 分治算法.....	1
折半查找法.....	1
递归二分算法★.....	2
非递归二分法★.....	3
拓展与练习.....	4
魔法石的诱惑.....	5
分治算法★.....	5
数学方法★.....	7
拓展与练习.....	8
逃亡.....	8
分治算法★.....	9
数学方法 1★★.....	10
数学方法 2★★.....	11
拓展与练习.....	12
快速幂运算.....	13
基本快速幂算法★.....	13
位优化快速幂算法★.....	14
拓展与练习.....	16
运动会.....	16
循环比赛★.....	16
残缺棋盘★.....	19
解一元三次方程.....	22
枚举法★.....	23
二分法★.....	23
拓展与练习.....	25
数的查找.....	25
第 k 小数 1★.....	25
第 k 小数 2★.....	30

第 k 小数 3★	32
拓展与练习	37
剔除多余括号	37
二分法★★	38
非二分法★	41
聪明的质检员	44
二分法+前序和★★	45
拓展与练习	47
最接近点对问题	48
一维算法★★	48
二维算法★★	51
拓展与练习	54
第二章 递归算法	55
棋子移动	55
递归算法★	56
拓展与练习	57
地盘划分	57
朴素递归算法★	58
优化递归算法★	59
拆分自然数	60
递归算法★	61
回溯算法★	61
分形图	63
分形图 1★★	63
分形图 2★★	66
拓展与练习	70
N 皇后问题	71
递归算法 1★	72
递归算法 2★	76
递归算法 3★★	77
递归算法 4★	79
回溯算法★	81
位运算法★★★	82
拓展与练习	84
求子集	85
递归算法★	86
位运算法★	87
数字三角形	88

递归算法★	88
记忆化搜索优化算法★	89
深度优先搜索算法★	90
位运算法★	91
回溯算法★	92
动态规划算法★	94
滚动数组优化算法★	95
非完美算法★	96
拓展与练习	97
油桶问题	97
穷举法★	97
递归算法★	98
动态规划算法 1★	99
动态规划算法 2★	100
拓展与练习	102
传球游戏	102
递归搜索法★	103
穷举法★	104
递推算法★	105
第三章 排列组合问题	107
全排列问题	107
非字典序递归算法★	108
深搜字典序★	109
位运算法★★	111
STL 模板法★	113
火星人问题★	114
拓展与练习	118
组合问题	118
组合公式法★	119
递推法★	120
递归算法★	121
位运算法★★	122
Jam 的计数法★	124
拓展与练习	125
乘法游戏	126
全排列法★★	126
区间动态规划法★★	128
邮票面值问题	129

排列组合法★★	130
DFS+动规★★	132
第四章 高精度算法	135
被限制的加法★	135
简单高精度加法★	137
简单高精度减法★	141
简单高精度乘法★★	143
高精度幂	144
普通快速幂算法★★	145
指针交换地址优化算法★★	147
高精度分数	149
朴素算法★	150
优化算法★★	151
高精度阶乘	153
非递归式算法★★	154
朴素高精度算法★	156
优化算法 1★	156
优化算法 2★	158
优化算法 3★★	158
高精度数除以低精度数 1★	159
高精度数除以低精度数 2★	160
普通高精度数除以高精度数	163
普通算法★★★	163
改进算法★★★	167
万进制高精度加法★	175
万进制高精度减法★	178
万进制高精度乘法★★	180
万进制高精度除法★★★	182
组合数的高精度算法	187
算法 1★	187
算法 2★	188
算法 3★★	190
算法 4★★★	193
第五章 排序算法	194
一次查找两元素★	194
常用排序法	195
直接插入排序法★	196

选择排序法★	197
朴素快速排序法★	198
随机化快速排序法★	200
简单计数排序法★	202
稳定计数排序法★	203
基数排序法★	204
希尔排序法★	208
归并排序法★	210
各种排序算法的比较	211
紧急集合★	212
求逆序对数	215
归并排序求逆序对数★	215
树状数组求逆序对数★★★	217
拓展与练习	220
第六章 穷举算法	222
火柴棒等式	222
穷举法★	223
拓展与练习	224
加急密文★	225
翻转棋盘	228
枚举+DFS★	229
枚举+BFS+位运算★★	231
拓展与练习	232
排队	233
穷举法★	234
动态规划法★★	234
选择客栈	235
朴素算法★	236
优化算法 1★	237
优化算法 2★	238
时钟问题	239
普通枚举法★	240
优化枚举法★★	241
位运算法★★	243
拓展与练习	245
快算 24 点	245
回溯算法★★	245

全排列十枚举算法★★	247
检测方法	251
推理练习	254
侦探推理★★★	254
拓展与练习	260
第七章 贪心算法	262
删数问题★	262
数列极差问题★	264
不相交区间问题	266
电视节目安排★	266
拓展与练习	268
区间选点问题	268
监测点★	268
雷达问题★★	270
广告问题★★	273
区间覆盖问题	276
时空定位 1★	276
时空定位 2★	277
平均分配问题	280
均分纸牌★★	280
作业调度问题	282
流水作业调度问题★	282
赶作业★	285
钓鱼★★	287
田忌赛马★★	290
普通贪心法	291
动态规划法	293
贪心+动规法	295
拓展与练习	297
第八章 递推算法	298
过河卒★	298
数的计数	300
递推算法★	300
递归算法★	301
动态规划算法★	302

储油点★	303
挖地雷★	304
偶数 3 的个数★	306
布阵	308
方法一★	308
方法二★	310
方法三★	310
方法四★	311
极值问题★★	312
区域划分问题★	313
军事情报★	314
密文传送★★	316
汉诺塔问题	318
标准汉诺塔问题★	318
双塔问题★	319
四塔问题★★	321
M 塔问题★★	323
妖兽特攻队★★	323
平面分割问题	325
凸多边形的三角形剖分★★	325
拓展与练习	328
实数数列	328
算法 1★★★	328
算法 2★★★	331
第九章 搜索算法	333
四色地图★	333
迷宫问题	336
宽度优先搜索★	337
宽度优先搜索 STL 版★	340
深度优先搜索★	342
深度优先搜索递归法★	344
骑士遍历问题	346
骑士遍历初级版★	346
骑士遍历普通版★	350
骑士遍历优化版★★★	352
拓展与练习	357

八数码问题.....	358
康托展开★.....	358
康托展开逆运算★.....	360
哈希函数★.....	362
宽搜算法★.....	363
双向宽度优先搜索★★.....	365
双向宽度搜索+康托展开★★.....	370
A* 算法★★★.....	373
IDA* 算法★★.....	378
拓展与练习.....	382
魔板问题.....	383
宽搜算法★★.....	384
虫食算★★.....	387
数独游戏★★.....	392
拓展与练习.....	397
第十章 模拟算法.....	399
猫和老鼠★.....	399
奶牛的命运★★.....	402
世纪梭哈★★.....	405
小球钟★★.....	411
第十一章 动态规划.....	415
最长不下降子序列.....	415
机器人军团★.....	415
抄近路★.....	421
魔法石矿★.....	422
拦截导弹★★.....	426
楼兰宝藏★★.....	427
和谐俱乐部★★.....	430
滑雪★★.....	436
拓展与练习.....	438
简单背包问题.....	439
枚举算法★.....	440
递归算法★.....	441
0/1 背包问题.....	442
动态规划算法★.....	442

拓展与练习	444
货币问题	446
货币系统问题★	446
拓展与练习	448
数字分组问题	449
数字分组 1★	449
数字分组 2★	451
完全背包问题	452
完全背包问题★	452
完全背包算法的优化★	453
0/1 背包算法的优化★	454
拓展与练习	455
多重背包问题	456
多重背包★	456
太空梯★	459
拓展与练习	460
混合背包问题	461
忙碌★★	461
拓展与练习	464
理想收入问题	464
朴素动态规划★	465
优化算法 1★	466
优化算法 2★	467
优化算法 3★	468
优化算法 4★	469
优化算法 5★	470
优化算法 6★	471
优化算法 7★	473
优化算法 8★	474
贪心算法★	475
数的划分	476
枚举算法★	476
递归算法★	478
动规算法 1★	478
动规算法 2★	479
动规算法 3★	480
楼梯问题	481

动规算法 1★	482
动规算法 2★	483
动规算法 3★	483
动规算法 4★	484
动规算法 5★	484
动规算法 6★	485
母函数算法★★	486
拓展与练习	487
合并问题	488
合并魔法石 1★	488
合并魔法石 2★★	491
多边形魔法阵★★	498
能量项链★★	502
路径问题	504
最短路径★	504
最小交通费用问题★	507
放置问题	510
书架问题 1★	510
书架问题 2★	512
安排车厢★	514
唱片录制★	516
双色马★	521
拓展与练习	523
数字游戏	524
乘积最大★	524
添加号问题★	527
加减人生★	530
模拟人生★	533
矩阵连乘★	535
拓展与练习	537
相遇问题	537
动规算法 1★	538
递归算法★	541
宽度搜索算法★	544
动规优化 1★	545
动规优化 2★	547
动规优化 3★	549