

高中数学 教学研究论文选

● 戴丽萍 著

华东理工大学出版社

高中数学教学研究论文选

戴丽萍 著

华东理工大学出版社

(沪)新登字 208 号

高中数学教学研究论文选

戴丽萍 著

华东理工大学出版社出版发行

上海市梅陇路 130 号

邮政编码 200237 电话 64104306

新华书店上海发行所发行经销

上海展望印刷厂印刷

开本 $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ 印张 9.875 字数 263 千字

1997 年 7 月第 1 版 1997 年 7 月第 1 次印刷

印数 1—2250 册

ISBN 7-5628-0781-7/G·149 定价 16.00 元

内 容 提 要

本书分两部分,第一部分为教法研究,第二部分为学法指导。本书所收集论文以高中数学教材中常见问题为线索,对高中数学的难点、重点知识的教法、学法进行论述。其内容覆盖了高中数学的各个知识点,灵活运用各种数学思想方法,以不同的方式,从不同的角度,阐述了中学数学中常见的解题思想和方法。

本书可供教师在教学研究中作参考,也可作为高中各年级学生的数学辅导读物,尤其是高三学生在复习阶段不可缺少的复习资料。

谨以本书向金山中学建校 70 周年献礼

前言

常言道“数学是科学的皇后”，这一方面是强调数学在科学殿堂中的重要地位，另一方面也揭示出学好数学是开发聪明才智不可缺少的重要途径。对高中学生来讲，数学习题浩如沧海，千变万化，使他们眼界大开。这些大难度的演算，重要的数学思想方法，都是学生获得聪明才智的重要阶梯。但是要攀登这个阶梯，单凭学生在“题海”里乱碰瞎撞是难以奏效的。目前在中学数学教学及高考总复习时，普遍存在师生共漫“题海”现象。尽管这种“滴水不漏”法增加了题目的覆盖面，但学生在这种“地毯式”的轰炸下，常常疲于奔命，有“举一”之功，而无“反三”之力。

近三十年的数学教学生涯，使我深深体会到发展学生的智力是一项比传授知识更重要的任务。为此，近十年来，我对高中数学的重点、难点的教学与学法作了深层次的研究。把散见于茫茫题海中的数学思想，数学方法整理出来，提供学生学习，从而使学生从数学思想方法的高度掌握知识，运用知识。近十年来，我撰写了一百余篇文章，发表于上海、北京等三十多家数学教学刊物。其中《学习二次函数最值的三个层次》、《解析几何解题策略探索》等八篇文章，由中国人民大学书报资料中心《中学数学教学》全文转载。这些文章的发表，产生了很大的社会效益，我经常收到数学界同行的来信，他们把我的数学论文全文印发给学生，作为高三数学复习专题讲座资料。

限于篇幅，《高中数学教学研究论文选》仅收集文章六十余篇。

本书适用于高中各年级的数学学习和教学，愿其能成为学习高中数学、进行高中数学教学的良师益友。

本书在出版过程中，得到了金山县中学、金山县教育局的支持与天津特级教师杨世明的帮助。在此表示感谢。

序

有益的探索 珍贵的奉献

1986年,中美两国大学校长在探讨教学与科研的关系时,一致认为,好的教师应当既搞教学又搞科研,而学术水平要由科研成果来体现。1987年,知名数学家徐利治教授在给全国首届波利亚数学教育思想研讨会的信中提出:要培养和造就波利亚型的数学教师,他们既能搞科研,又是教学的好手。

这都是富于远见的正确主张,也是具有针对性的见解。

君不见我们的数学教师,大多俯首甘为孺子牛,为了后代,自比红烛,照亮别人,耗尽自己;然而,事情往往有两面:他们在促使学生拼命,自己也拼命,在消耗自己的同时,也占用了学生过多的时间和精力。所以我们在赞扬这种“红烛精神”的同时,也往往不能不为他们的教学不得法、效率低下而叹惜!

我们善良的家长在望子成龙,我们的教育机关为培养人才而尽心竭力,我们的教师在拼命,我们的学生“赌”上了青春!

然而结果总是不甚理想。在“高分高率”的背后,往往留下一串串的缺憾,诸如近视率上升,体质每况愈下,道德观念淡薄,思维能力欠佳等等。特别是越来越重的负担令当地的师生难以为继,让旁观者望而生畏!

“内容过多过深”,于是删减教材,降低要求,为三年课,两年完,一年搞训练的“题海战术”留下了可乘之机,“洞”越挖越深,重负愈演愈烈!人们忘记了辩证法,不解此乃“教材面过窄”所种下的祸根,反而去企求什么“大众数学”,岂不知“人人都能学懂的数学”,实际上等于没有数学!

有识之士早已清醒地认识到,正是无原则的删减内容,违心的降低要求,形成了教学与升学考试的过大的差距,这才是“重负”的真正根源。而过少的内容,过低的要求,既无法使学生掌握现代人

必须的足够的数学知识、工具,也无法成为全面提高素质的有效载体!

这样说来,轻负担、高质量,真正承担起素质教育任务的有效的办法,从数学教学本身来看,就只有“提高教师”这一条路。而提高教师的最佳途径,莫过于大力开展数学教学研究。

作为一名中学数学教师,有时间、有条件进行研究吗?研究从哪里入手?

戴丽萍老师的有益探索,肯定地回答了这个问题。我们面前的80多篇文章,就生动、具体地记录了她步入科研领域,边教学、边研究,互促互补、相得益彰的历程,既是她成长为一名高水平的中学数学教师的奋斗史,也是对数学教育研究的珍贵奉献。

“论文选”告诉我们,中学数学教师同时搞教研,不仅是可能的,而且是必由之路。她的经验是:研究的基础,是首先当一名合格的教师,做好了教学工作,然后才能抽出时间和精力,才能发现和选出研究课题,才能提出见解,拿出解决办法,写出有价值的文章;其次是“明确目的,执著追求”,目的是提高自己的教学效率,参与教学改革,同时把自己的经验和成果奉献给同行。这样坚持做下去,由于源头活水不断地充实、丰富着自己,更新观念,提高水平,教学效率就会不断提高,从而可腾出更多的时间搞研究,“磨刀不误砍柴工”,研究的成果进一步改进自己的教学,……,于是逐渐形成良性循环,走出“拼时间,打消耗”的恶性教学怪圈,成为“不断充实自己,奉献越来越大”的“电光型”教师。

“论文选”告诉我们,她从教学中大量亟待解决的“常规问题”出发,进行研究,逐点吃透教材,逐个摸清学生的思维规律,拿出可行办法,付诸实现,立竿见影,然后向纵深开拓,这样做是大有可为的。同时学习和研究结合,理论和实践对照,一旦解决了面临的问题,则一方面是教学经验的升华,另一方面则是对理论的检验和充实;面对蜂拥而至的各种教学理论、信息、方法,做到既不闭关自守,又不统盘吸纳,是极为难能可贵的。

戴丽萍的教研之路,起点并不高;开始的论文,颇似经验总结,

但由于不断开拓进取,几乎是一步一个台阶地迅速向“科学研究”方向迈进,把“方法”和“数学”相结合,一开始就避免了“方法的说教”+“数学的例子”的两层皮式的习气的困扰,使得她的研究成果,理论意义与实践价值并存,在教法与数学研究方面的成果同在。“论文选”以朴实无华的文字写就,其蕴蓄的成果,是丰富的,论文以教学中常见问题为线索,其研究几乎遍及了高中数学的每个角落,问题愈多之处,所涉愈频,问题愈艰难之处,所涉愈深,既大刀阔斧又深入细致,看来平淡无奇,读之发人深省。

“论文选”行文流畅,论述详略有致,推理严谨而有启发性,“硬”数学内容和“软”思想方法并重,可谓同仁之益友,学生之良师。我们深深地感到,她的研究正在向数学教学、数学方法论和初等数学的纵深进军。而她的路,是几乎每位数学教师都可走通的,只须力有余,心亦足。

扬之

1997. 2. 于宝坻陋室

目 录

第一篇 教法研究

潜心教研,提高教学质量	(1)
高三数学总复习的实践与思考	(8)
在复数教学中培养学生发散思维	(12)
解题教学中培养学生创造性思维	(16)
加强基础,培养能力	
——评阅 1995 年上海高考数学 24 题的启示	(21)
提高课堂效益,减轻学生负担	(27)
把数学思想方法的训练贯穿于教学始终	(33)
搞活课堂教学 教会学生学习	(39)
数学复习如何跳出“题海”	(43)
加强逆向思维训练 提高应试能力	(48)
挖掘例题潜能一例	(55)

第二篇 学法指导

代数

有关函数知识的高考试题综述	(59)
学习集合知识应注意的几个问题	(66)
函数解析式的求法	(69)
求函数值域的常用方法	(74)
巧用函数奇偶性解题	(79)
辨别函数奇偶性的特殊方法	(81)
用变换法巧作函数图象	(83)
幂函数图象的辨认	(87)
求二次函数解析式的方法	(91)
学习二次函数最值的三个层次	(95)
有关数列极限的高考试题综述	(101)
有关二项式定理的高考试题综述	(106)

一道组合习题与一串数列求和题	(110)
放缩法证明不等式的技巧	(112)
应用均值不等式求最值三要素	(116)
最值问题的错解辨析	(119)
一个不等式的推广	(123)
巧用参数证明一类不等式	(125)
基本不等式的一种推广	(127)
解复数高考题的常用技巧	(131)
复数复习中应注意转化能力的培养	(137)
高考试题中的复数问题	(141)
复数与轨迹	(149)
几何方法巧解复数题	(153)
谈复数方法解题	(158)
一个复数命题的推广及其应用	(162)
一道高考题的复数解法	(167)
四点共圆的一个复数形式的条件	(168)
巧求一类复数模的最值	(169)
$z \cdot \bar{z} = z ^2 = \bar{z} ^2$ 的应用	(171)
数形结合巧解高考试题	(176)
三角	
有关三角函数的高考试题综述	(182)
运用正余弦函数有界性解题例说	(190)
单位圆的应用	(195)
巧用三角代换法解代数问题	(202)
巧用三角函数线解题	(206)
三角数列求和方法	(210)
公式 $\operatorname{tg} A + \operatorname{tg} B + \operatorname{tg} C = \operatorname{tg} A \cdot \operatorname{tg} B \cdot \operatorname{tg} C$ 的推广 及应用	(213)
一道课本例题的运用	(219)
解析几何	

解析几何解题策略探索·····	(222)
解析几何中求最值的几种方法·····	(232)
巧求二次曲线弦的中点轨迹方程·····	(237)
圆锥曲线弦长的几种求法·····	(242)
三角形重心坐标引起的结论	
——兼证三角形与正多边形的几个性质·····	(247)
一道课本习题的推广及应用·····	(252)
解析几何中的四点共圆问题·····	(254)
解析几何中求三角形面积的一种简捷方法·····	(259)
求圆锥曲线最值问题的几个结论·····	(262)
求中点弦方程的一种简捷方法·····	(265)
消去参数的常用方法·····	(267)
一道习题八变八引伸·····	(270)
立体几何	
异面直线距离的求法·····	(274)
求二面角的平面角的六种方法·····	(278)
谈添辅助线的技巧·····	(283)
立体图形表面上两点间的最短距离·····	(293)
锥顶射影的特殊位置·····	(296)
“异面直线上的两点间距离公式”教学探微·····	(299)

第一篇 教学研究

潜心教研,提高教学质量

邓小平同志早就提出“科学技术是第一生产力”。教学也是一门科学。近年来我校领导提出教学向科研要质量,以一流的学术水平支持一流的教学水平,千方百计鼓励教师搞教学科研。为了提高教学质量,我近年来潜心钻研中学数学教材,研究教法,撰写论文。至今已在 30 多家省级以上刊物发表了 80 多篇论文,其中五篇论文被中国人民大学书报资料中心《中学数学教学》收集刊出。参编四本教学参考书,两次应邀出席全国初等数学学术交流大会,两次参加“希望杯”全国数学竞赛的命题工作,并被六家杂志社聘为特约通讯员,名字和学术业绩被收入《中国数学教学人名辞典》。本文谈谈自己撰写数学教学论文的体会。

一、明确目的,执著追求

搞数学教学研究一是为了提高教学效果,二是为了把自己工作的点滴体会奉献给同行,以期能抛砖引玉,为振兴祖国教育事业添砖加瓦。有此经历的人,都知道它的艰苦。要想搞好数学科研,必须要有坚定信念和坚强毅力,没有执著的追求和奉献精神,不可能在业余时间坚持这一工作。

中学数学特级教师马明说:“多年来,我们没有真正地把数学教学作为一门科学来研究。为了逐步提高教学质量并尽可能地少走弯路,今后一定要把数学教学研究工作推进到科研领域中去,不能满足于一般的教学经验描述。”我们中学数学教师每天都在进行教学实践,具有丰富的数学教学经验,最了解数学教学中存在的矛盾和问题,但是“没有个人的思考,没有对自己经验的总结,没有对自己经验寻根究底的精神,提高教学水平就是不可思议的”(赞

可夫语)。丰富的教学实践为开展教学科研提供了契机,我们能从丰富多采的教学实践中寻找和发现大量的、有待解决的问题,从中提炼出研究课题,运用科学的理论,探索解决问题的方法和途径,从而提高教学效果。

例如对于幂函数图象判定,由于幂函数图象情况复杂,学生很容易搞错,是高一代数的难点和重点。为此我在教学中编了以下顺口溜:“正抛负双,大上小右,奇偶性决定象限;偶一二,奇一三;非奇非偶则第一。”以利学生辨认幂函数图象,收到很好的效果。在93届高一上学期期中考试,一道幂函数图象判别选择题,全班52人,有51人答对,得分率为98%。

我在教学中发现复数这一章,由于内容抽象,涉及的知识面广,学生学起来特别困难。我分析了这一章的重点,难点,先后撰写了《复数教与学中应注意复数语言转化能力的培养》,《在复数教学中培养学生发散思维》,《几何方法巧解复数题》,《巧求一类复数模的最值》,《一个复数命题的推广及应用》,《公式 $z\bar{z}=|z|^2=|\bar{z}|^2$ 的应用》,《复平面四点共圆的充要条件》,《谈复数方法解题》,《93上海一道高考题(26)题的复数解法》。这些文章全部公开发表,而我在这些文章的撰写过程中收集了大量资料,在课堂教学中就得心应手,提高了教学效果。93届高三毕业班在上海市调研测试中,一道复数中档题我所任班级学生得分率为98%。

由于“最值”问题题型广泛,思路灵活,涉及的知识面较广,因此近年来已成为高(会)考命题中经久不衰的“热点”。我利用暑假时间收集了大量资料,撰写了《解析几何中求最值的几种方法》,归纳总结了解析几何中求最值的八种方法:配方法,判别式法,平均不等式法,三角函数法,平面几何法,切线法,利用圆锥曲线定义法,极坐标法。另又撰写了《求三角函数最值的几种方法》,《求初等函数最值的几种方法》,《最值问题错解辨析》等。考虑到求最值问题很多可化为求二次函数最值,我又撰写了《学习二次函数最值的三个层次》(该文刊于湖北大学《中学数学》1994年第5期,后又被收集于中国人民大学《中学数学教学》1994年第7期)。这些资料又

为高三总复习搞专题讲座提供了丰富内容。1993 年上海会考, 高考压轴题都是求最值问题, 我们学生临场发挥都较好。以上举例说明科研水平的提高直接支持了教学水平的提高。

二、虚心学习, 不断丰富

1986 年, 中美两国大学校长在探讨关于教学与科研的关系时, 基本一致的观点是: 一个好的教师应当既搞教学又搞科研, 而他的学术水平应由科研水平来衡量。一个有水平的教师必须具备开展教学研究的能力, 搞教学科研, 撰写论文是一种高层次的复杂劳动。作为一个教师一旦有撰写论文的动机, 就会促使自己在教学中去发现、观察、搜集同事和学生中的新东西, 注意学习新的理论和方法, 从而使自己业务越熟悉, 所花的备课时间就越少, 就可腾出时间来思考更深层次的问题, 这样就进入了良性循环, 使教学与教研水平达到新的更高的层次。

知识靠读书, 读哪些书? 一般为波利亚的《怎样解题》, 《数学解题辞典》, 《教育学》, 《心理学》等, 其次是数学专业报刊, 因为许多报刊都注意信息传递, 理论阐述, 教法介绍, 资料发布, 这就成为教师不断获取新鲜资料的主要渠道。

现在全国有初等数学杂志几十种, 而各种杂志又各有其自己的风格。对这些杂志中有兴趣, 有新意的文章要追根溯源。要将好的文章、好的题目摘抄下来。摘抄可录全文, 可取部分, 并注明出处。这些文章往往为我们提供了备课资料, 使教学路子越来越宽, 使专题讲座生动活泼, 日积月累, 便形成了独特的教学辅助材料。资料的积累为的是使用, 使用能使原有资料产生新的资料, 使它在教学和研究中发挥效能。而资料在使用过程中经过消化、吸收、修改、整理, 必然有所更新。如有了新东西就可把这些经过实践检验的资料整理成文。

数学杂志还有一个特点是信息传递快。如 1993 年我任高三毕业班时, 阅读了华东师范大学《数学教学》刊登的上海考试中心写的《1992 年上海市高考数学命题意图》一文。对高考数学命题原

则,试卷特点做到心中有数。我根据紧扣考纲,加强基础,突出重点,注重能力的命题原则制订复习计划,使我校高考取得比较好的成绩。后来我又总结了这一届高三数学总复习的经验,撰写了《高三数学总复习的实践与思考》一文,刊于湖北大学《中学数学》1994年第4期。

除了学习书籍杂志外,向周围的同事学习也是很重要的。读新杂志能获取很多有用的信息,和别人交谈,互相提问题,也能获得信息。有机会参加一些学术活动当然是更好的交流。只有交流才能不断用新思想、新信息充实自己的头脑,才能跟上形势,才能使自己的思想、知识不老化。我曾两次参加全国数学学术交流大会,通过大会不仅提高了我的学术水平,而且看到老一辈的数学家、大学教授,他们为数学教学事业的奉献精神,青年一代数学爱好者的探索精神,这些都给我留下深刻的印象。

三、研究的几条思路

随着数学教学事业的发展,必然存在已有的教科书、教学参考书、现在的数学教学理论中找不到答案的问题。我们在教学实践中,遇到的疑难和困惑,不少都可作为我们研究的课题。只要我们做有心人,就会发现在数学教学中没有解决的问题,不计其数,还有不少研究领域尚待开发。以下试着提出数学研究的几条思路。

1. 教学方法的研究

作为一个数学教师,要想在数学教学实践中取得预期的效果,就不能仅仅依靠本人所具有的数学知识,只凭良好的愿望和固定不变的措施去做,不能“只干不研”,就需要我们努力研究教育心理学,大胆地改革创新。采用新的思维方式和教学方法,充分运用教育学、心理学原理,提高教学艺术,调动学生的非智力因素,提高教学效果。

2. 引伸与推广

对数学命题进行引伸与推广,这是一项很有意义的工作,有很多数学竞赛的“影子”就在书上,就是通过引伸,推广获得的,中学

数学课本中不少习题具有深广的背景,给我们提供了引伸、推广的大量素材。

3. 定理型题目的研究

习题是数学的心脏,课本习题是数学教材的有机组成部分。对这些习题的研讨不仅是钻研教材的需要,同时也是教师提高自身素质和教学水平的需要。现行数学课本中提供了不少有深刻背景的习题,有些习题本身就是重要定理,它们虽未能跻身于课本的公式、定理之列,却在解题中能起到化难为易,化繁为简的作用,这些习题的应用是习题教学不可缺少的部分。

4. 数学思想、方法的归纳整理

课本习题是以对数学知识的认识发展为线索安排的,其缺陷在于无法把数学思想、数学方法系统化。但编者已经把它们作为一条暗线精心编织到各章节习题中。这些作为开启数学宝库的钥匙,学生常常视而不见,或是用过之后就随手丢弃了。作为数学教师,一个很重要的任务就是要把散见于习题中的数学思想、数学方法整理出来,提供给学生学习。因此对课本难点、重点知识、解题思想方法的研究是数学教学科研的重要组成部分。

5. 对数学公式的研究

现行教材中介绍了不少重要的公式,但对其应用却讲得很少。对这些公式的研究不但可帮助学生学活课本知识,也为解题提供了很好的途径。

四、写作技巧

当文章的题目选定了,材料丰富了,思考成熟了,就可选择一个完整的时间(一般是寒暑假或节假日)进行写作。写作时应避免干扰,集中心思全力以赴,中途最好不要停顿,短文力争一气呵成,长文也要争取在一两天内拟出初稿,以保证思路的连贯性。写作中注意以下几点。

1. 命题

文章的题目是文章的眼睛,它是文章内容的高度凝结与体现,