

ZEN YANG XUE CONG SHU



《怎样学》丛书

第二版

初中数学

马元鹿 主编

怎样学

与你探讨学习方法
为你指点学习捷径
助你进入重点中学

上海科学技术文献出版社

初中数学怎样学

(第2版)

主编 马元鹿
编写 马元鹿 吕秀玲
吴欣 汤业荣

上海科学技术文献出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

初中数学怎样学/马元鹿主编. —2 版. —上海: 上海科学技术文献出版社, 2003. 7

ISBN 7-5439-2146-4

I. 初 ... II. 马... III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 027258 号

责任编辑: 忻静芬

封面设计: 何永平

初中数学怎样学

(第 2 版)

主编 马元鹿

*

上海科学技术文献出版社出版发行

(上海市武康路 2 号 邮政编码 200031)

全国新华书店经销

常熟市华顺印刷有限公司印刷

*

开本 850 × 1168 1/32 印张 18 字数 499 000

2003 年 7 月第 2 版 2004 年 7 月第 4 次印刷

印数: 18 001 - 24 000

ISBN 7 - 5439 - 2146 - 4/O · 140

定价: 19.00 元

丛 书 前 言

第 2 版

三年前,这套面向初中学生的《怎样学》丛书出版。不久,它就引起教育界的关注,也受到初中学生的欢迎,短短三年中,已多次印刷。

这是因为,丛书以崭新的面貌一扫那种以习题为主的辅导类读物的老面孔,而是放下架子与学生面对面地研讨学习的方法,探寻知识的规律。初中生朋友在这套丛书中得到的不仅仅是知识,更是高于知识的“方法”和“规律”。古人云:授人以鱼,只供一饭之需;授人以渔,则一生受用无穷。这正是丛书的宗旨。

人类的教育、学习从本质上讲是学会生存,即学会与大自然和谐共存,学会在社会中健康生活。初中阶段是从少年向青年的转型期,在学习上也面临着一个很大转变,那就是从以前的注重知识本身转到注重学习知识的方法、探寻知识的规律。摆在每个初中学生面前的,已不仅仅是“学什么”,而是“怎样学”的问题。

爱因斯坦说过这样的话:“走出校门后,把学校里学的知识全部忘记,剩下的就是教育。”爱因斯坦显然不是在否定学校教育,他还有更深一层的意思:对学生而言,有比知识更重要的东西要学。如学习前人获得知识的思想、方法和手段;学会学习、学会应用、学会创新。对一个真正有所作为的人来说,后者才是受用终生的。

这就是我们出版这套丛书的初衷。丛书出版以来,素质教育在不断深化,教学大纲、教材、教法也在变化。趁这次修订再版,作者对丛书作了一次全面的审视,修正了部分内容,充实了不少内容。力求从一个更高的层次,把初中阶段的知识结构和技能结构呈现在同学们面前。

丛书修订后继续保持初版的风格：以学习过程中思维的逻辑流向为线索，归纳出学习、思考、理解的规律性，让同学们更容易理解初中各学科知识框架的内在构成规律及系统性，让同学们在学习丛书过程中学到各学科发展的科学思想和方法，培养严谨而又不刻板的学习思想和方法，从而发展同学们的思考能力和想象空间。

丛书修订后还力求更加贴近学生的学习实际，既依据现行的教材与大纲，又追踪最新的教学改革思路；既加强学生的综合素质，又使学生能从容面对未来的中考。两者结合，具有很强的实践性和可操作性。

参加修订的都是原作者。这些来自上海外国语大学附中、浙江大学附中、南京金陵中学等名校的特级教师、高级教师和专门从事教学研究的资深教研员，长年辛勤耕耘在教学第一线，成就颇多，著作颇丰。他们用现身说法的形式，把最新的教学经验和体会慷慨地奉献给读者，以使同学们能紧跟教学改革最新形势，进入一个最佳的学习状态和积极的学习氛围，获得事半功倍的学习效果。这也是丛书的精华和特色之一。

从“学什么”到“怎样学”的转变，是一个艰难的过程，出版这套丛书仅是抛砖引玉或探路，是想使莘莘学子爱学习，学会学习，走向学习的成功。

上海科学技术文献出版社

2003年6月

前 言

第 2 版

问题是数学的核心。

“数学教学中发展思维能力是培养能力的核心”。而数学思维能力是要通过各种训练才能逐步形成的。学习数学,练习决不可少。往往一些较好的数学练习题常常蕴含着丰富的数学思想和数学方法,解题的过程又常常需要沟通各章节及各学科之间的内在联系,通过对习题的运算、推理论证,对于开发同学的智力,培养数学素养无疑是十分重要的。

《初中数学怎样学》自出版以来,深受同学们的喜爱,一而再、再而三的加印仍不能满足广大读者的需求。这次修订再版,全书的内容以教育部最新制订的“全日制义务教育数学课程标准”为依据,与第三学段(7~9 年级)数学教科书同步,分别以“数与代数”,“空间与图形”,“统计与概率”和“实践与综合应用(课题学习)”四个领域为主线,精选习题,采用问题—分析—解题—说明(应用与拓展)的模式展开,让同学们在学习解题的过程中更好地理解数学知识的意义,掌握必要的基础知识与基本技能,发展应用数学的意识与能力,增强学好数学的愿望与信心。

在中学里,课后作业常从模仿开始,显然,一味模仿是不够的,主要还在于灵活应用学过的基本知识和基本方法,要培养自己的独立解题能力,学会反思。我们希望同学们在阅读本书时,多想一些问题,反思每一道例题中涉及到哪些知识,不同的知识又是如何通过解题沟通起来的,打破数学各章节乃至学科之间的框架,全靠自己解题后的反思。再想一想,你会不会解同样的问题?能不能另辟解法?不会,没关系,在阅读理解后,试着修改其中的某些步

骤,哪怕是一步也好。对我们而言,创新是在点点滴滴中培养起来的,一点点与众不同就是创新。希望同学们从这些已经解决了的例题中,找出自己对处理将来问题可能有用的东西,并且把它们变为自己的知识财富,不断积累、不断创新,触类旁通,举一反三。

由于编者水平有限,谬误之处,敬请指正。

编 者

2003 年 5 月

目 录

第一章 数与代数..... 1

一、了解实数的有关概念 1

二、掌握实数的大小比较 6

三、掌握实数的运算 9

四、了解代数式的概念,掌握列代数式求值的计算方法 13

五、掌握整式的综合运算 18

六、熟练掌握乘法公式及其应用 22

习题一 26

七、熟练掌握多项式的因式分解 30

习题二 37

八、了解分式的意义 38

九、熟练掌握分式的运算 41

习题三 48

十、了解平方根、算术平方根的概念 50

十一、熟练掌握 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$;

$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a \geq 0 \text{ 时} \\ -a, & \text{当 } a < 0 \text{ 时} \end{cases}$ 53

十二、掌握最简二次根式和同类二次根式 57

十三、熟练掌握二次根式的运算 60

习题四 62

十四、掌握一元一次方程的解法 65

十五、掌握一元二次方程的解法 70

十六、了解一元二次方程根的判别式 73

十七、了解一元二次方程根与系数的关系	75
十八、掌握可化为一元一次方程、一元二次方程的分式 方程的解法	80
习题五	83
十九、掌握二元一次方程组的解法	86
习题六	89
二十、了解日历中的方程	91
二十一、运用方程(组)解应用题	94
习题七	102
二十二、掌握一元一次不等式的解法	103
二十三、掌握一元一次不等式组的解法	105
习题八	109
二十四、理解平面直角坐标系的有关概念	112
二十五、掌握函数自变量的取值范围及函数值的意义	115
二十六、了解一次函数与正比例函数的意义	118
二十七、掌握正比例函数、一次函数的图象及其性质	123
习题九	129
二十八、了解反比例函数和二次函数的意义	132
二十九、掌握反比例函数和二次函数的图象及其性质	137
三十、理解含绝对值函数的意义	143
三十一、掌握一元二次函数解析式的确定	147
三十二、掌握二次函数、一元二次方程、一元二次不等式 之间的联系	153
习题十	161
三十三、掌握应用函数的性质及其图象确定参变数 m 的值	164
三十四、掌握应用数形结合的思想方法解决有关函数问题	170
三十五、应用函数的性质解应用题	178
三十六、应用函数的性质解有关探索性问题	184

三十七、应用函数的概念解运动型问题	195
三十八、学会正确分类	205
习题十一	208
第二章 空间与图形	213
一、掌握立方体的展开与折叠	213
二、了解用一个平面去截几何体	216
三、学会从不同方向看物体	219
四、理解角的概念,掌握角的表示方法	222
五、掌握角的大小比较,理解两个角的和差、一个角的 n 倍及 $\frac{1}{n}$ 的意义	225
六、掌握度、分、秒的换算,并熟练进行有关计算	229
七、理解互为余角、互为补角的概念	231
习题一	235
八、掌握垂线、垂线段的概念及画法	240
九、能识别两条直线被第三条直线所截图形中的同位角、 内错角、同旁内角	243
十、掌握两条直线平行的判定方法	247
十一、会区分命题的题设和结论,会把命题改写成 “如果……,那么……”的形式	250
十二、掌握证明的步骤及综合法证明的格式	252
习题二	256
十三、理解三角形的有关概念,画三角形的角平分线、 中线和高	264
十四、掌握三角形三边关系,并能判断三条线段能否 构成三角形	266
十五、熟练掌握三角形内角和定理及其推论	268
习题三	270
十六、运用三角形全等的判定公理及其推论进行推理	

和计算	274
十七、了解逆命题、逆定理的概念,写出一个命题的 逆命题	278
习题四	279
十八、熟练运用等腰三角形的性质定理、判定定理及 推论进行论证和计算	283
十九、熟练运用勾股定理及其逆定理进行论证和计算	288
习题五	291
二十、理解多边形及有关概念	294
二十一、理解平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念	300
二十二、综合运用平行四边形、矩形、菱形、正方形的性质 定理和判定定理进行论证和计算	308
习题六	313
二十三、理解梯形、等腰梯形、直角梯形的概念	316
二十四、综合运用等腰梯形的性质、判定定理进行论证 和计算	324
二十五、掌握所给条件画出梯形的方法	327
二十六、掌握平行线等分线段定理及其应用	330
二十七、综合运用三角形、梯形中位线定理进行论证 和计算	333
二十八、掌握应用割补法计算四边形和多边形的面积	340
习题七	344
二十九、了解黄金分割的有关概念,掌握比例的性质 及其运用	347
三十、掌握运用平行线分线段成比例定理及其推论进行 计算、证明和作图	352
习题八	359
三十一、理解相似三角形、相似多边形的有关概念	362
三十二、综合运用相似三角形的判定定理进行论证	366
三十三、综合运用相似三角形的性质进行论证和计算	371

三十四、理解相似形的概念,掌握相似三角形的作图方法	378
习题九	380
三十五、了解相似多边形的性质,掌握计算方法	384
三十六、了解锐角三角函数的有关概念	386
三十七、掌握特殊角的三角函数值	392
三十八、综合运用解直角三角形的方法解应用题	398
习题十	405
三十九、掌握点与圆的位置关系	407
四十、垂径定理与圆的对称性	409
四十一、综合运用圆周角定理及推论进行论证和计算	412
四十二、过不在同一直线上三点圆的作法与 三角形的外心	419
四十三、了解轨迹和基本轨迹,掌握轨迹作图方法	420
习题十一	422
四十四、掌握直线与圆的位置关系	425
四十五、综合运用切线的判定定理、性质定理及其推论 进行论证和计算	428
四十六、综合运用切线长定理、弦切角定理及其推论 进行论证和计算	434
四十七、综合运用圆内成比例线段进行论证和计算	439
习题十二	445
四十八、掌握三角形内心的概念及三角形内切圆的作法	449
四十九、掌握两圆的位置关系	452
五十、综合运用两圆的连心线的性质定理进行论证 和计算	454
五十一、理解两圆的公切线及有关概念	456
习题十三	460

五十二、理解正多边形有关概念,掌握正多边形的 有关计算	463
五十三、掌握圆的周长、弧长及简单组合图形的周长 计算方法	466
五十四、掌握圆、扇形及简单组合图形的面积 计算方法	469
五十五、掌握圆柱、圆锥和其他旋转体的面积 计算方法	471
习题十四	473
第三章 统计与概率	476
一、会用扇形统计图表示数据	476
二、了解概率的意义	479
三、了解统计的基本知识	481
习题	485
第四章 实践与综合应用(课题学习)	489
一、综合法与分析法	489
二、反证法	491
三、构造法	498
四、一拆二、二并一	506
五、数学综合题的解法	511
六、面积法	522
七、观察、归纳、猜想、证明	529
习题	535
参考答案	540

第一章 数与代数

一、了解实数的有关概念

例 1 把下列各数填在相应的集合符号内：

5, -2, -0.32, $\frac{1}{3}$, $-\sqrt{2}$, 0, 0.010 010 001..., $\sqrt[3]{-1}$, π , $4.\dot{2}$.

属于正数集合的数有_____.

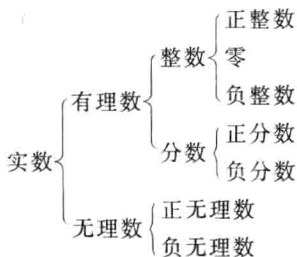
属于负数集合的数有_____.

属于整数集合的数有_____.

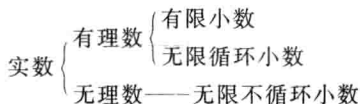
属于有理数集合的数有_____.

属于无理数集合的数有_____.

分析



又



解 属于正数集合的数有 $\left\{5, \frac{1}{3}, 0.010\ 010\ 001\cdots, \pi, 4.\dot{2}\cdots\right\}$

属于负数集合的数有 $\{-2, -0.32, -\sqrt{2}, \sqrt[3]{-1}, \cdots\}$

属于整数集合的数有 $\{5, -2, 0, \sqrt[3]{-1}, \cdots\}$

属于有理数集合的数有

$$\left\{5, -2, -0.32, \frac{1}{3}, 0, \sqrt[3]{-1}, 4.\dot{2}, \dots\right\}$$

属于无理数集合的数有 $\{0.010\ 010\ 001\dots, -\sqrt{2}, \pi, \dots\}$

说明 (1) 集合的表示有两种：一种是用椭圆圈将数圈在里面；另一种就是像上面所用的大括号将数括起来，由于数集里的数很多，题中所选的数填在数集里只能是一部分，故在最后加省略号；

(2) 零是一个很重要的数，它不是正数，也不是负数，它是整数，偶数，有理数，实数。

(3) $\pi, -\sqrt{2}$ 都是无限不循环小数，所以是无理数，而 $\sqrt[3]{-1} = -1$ ，是一个负整数。

例 2 在数轴上表示下列实数，并把它们按从小到大的顺序用不等号连结起来。

$$\frac{2}{3}, -5, \sqrt{9}, 0, (-1)^0, 1.414\ 2\dots$$

分析 如图 1-1-1 所示规定了原点、正方向和单位长度的直线叫做数轴。原点、正方向、单位长度这三个要素，缺一不可。数轴上的每一个点都表示唯一的一个实数；反之每一个实数都能在数轴上找到对应它的唯一的点。数轴上的点与实数之间是一一对应关系。数轴的建立为“数”与“形”的沟通提供了工具。

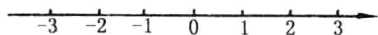


图 1-1-1

解 $-5 < 0 < \frac{2}{3} < (-1)^0 < 1.414\ 2\dots < \sqrt{9}$

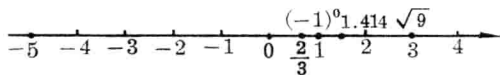


图 1-1-2

说明 (1) 要比较实数的大小，只要先把这些数用数轴上的点来表示，再看这些点哪个在左，哪个在右。右边点所表示的数比左边的点表示的数大；

(2) 对于循环小数或不循环小数在数轴上一般取近似值；

(3) 对于 $\sqrt{2}$ 这种无理数可用作图的方法在数轴上找出表示它们的点;

(4) 因为 $a^0 = 1$ 其中 $a \neq 0$, 所以 $(-1)^0 = 1$.

例 3 在数轴上点 A 所对应的数是 -3, 那么与点 A 距离等于 4 个单位长度的点所表示的数是什么?

分析

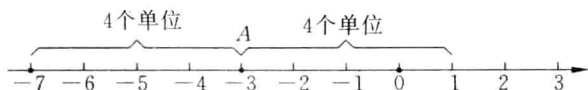


图 1-1-3

解 与点 A 距离等于 4 个单位的数是 -7 和 1, 如图 1-1-3 所示.

例 4 数轴上表示 a 、 b 两数的点如图 1-1-4 所示, 则 $\frac{a+3b}{2a-b}$ 的值().

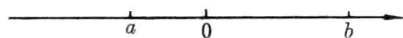


图 1-1-4

(A) 必为正数

(B) 必为负数

(C) 必为零

(D) 符号不能确定

分析 从图 1-1-4 可知 b 为正数, a 为负数, 且 b 到原点的距离大于 a 到原点的距离, 故 $a+3b$ 为正, $2a-b$ 为负, 所以 $\frac{a+3b}{2a-b} < 0$ (必为负), 故选(B).

解 选(B).

例 5 判断题*:

- (1) 其绝对值等于它本身的数只有零. (X)
- (2) 两个数的绝对值相等, 则这两个数一定相等. (X)
- (3) 其倒数等于它本身的数只有 1. (X)
- (4) 其相反数等于它本身的数只有零. (X)
- (5) 负数的倒数的相反数都比它本身大. (X)

* 正确的在题后括号内打“√”, 错误的在括号内打“×”, 下同.

分析 一个数的绝对值就是数轴上表示这个数的点到原点的距离. 用 $|a|$ 表示数 a 的绝对值. 零到原点的距离是零, 数 1 到原点的距离是 1, 也是它本身, 所以其绝对值等于它本身的数只有零是错误的, 故(1)×. 由于 2 与 -2 到原点的距离都是 2, 但 $2 \neq -2$, 所以(2)×. 由于 -1 的倒数仍然是 -1, 所以(3)×. 绝对值相同而符号相反的两个数称为互为相反数, 如 2 与 -2 互为相反数, 由于零没有正、负, 所以规定了零的相反数是零, 所以(4)√. 负数的倒数仍然是一个负数, 而负数的相反数必是正数, 故(5)√.

解 (1) ×; (2) ×; (3) ×; (4) √; (5) √.

例 6 若 $|a| = 2$, $|b| = 3$, 求 $|a + b|$ 的值.

分析 根据绝对值的意义, $|\pm 2| = 2$, 所以 $a = \pm 2$, $|\pm 3| = 3$, $b = \pm 3$, 要求 $|a + b|$ 就必须分四种情况加以研究.

解 $\because |a| = 2, \therefore a = \pm 2, |b| = 3, \therefore b = \pm 3$.

当 $a = 2, b = 3$ 时, $|a + b| = |2 + 3| = |5| = 5$.

当 $a = -2, b = 3$ 时, $|a + b| = |-2 + 3| = |1| = 1$.

当 $a = 2, b = -3$ 时, $|a + b| = |2 - 3| = |-1| = 1$.

当 $a = -2, b = -3$ 时, $|a + b| = |-2 - 3| = |-5| = 5$.

$\therefore |a + b|$ 的值为 1 或 5.

例 7 若 x, y 互为相反数, z 的绝对值为 2, 化简 $x + |y| - (1 - z)^2$.

分析 因为条件中没有指出数 x, y 是正还是负, 所以先假设 $x \geq 0$ (即非负数), 则 $y \leq 0$ (即非正数), 然后再讨论当 $x < 0, y > 0$ 时的情况.

解 $\because |z| = 2 \therefore z = \pm 2$.

(1) 当 $z = 2$ 时, 原式 $= x + |y| - (1 - 2)^2 = x + |y| - 1$.

当 $x \geq 0, y \leq 0$ 时, 原式 $= x - y - 1 = 2x - 1$;

当 $x < 0, y > 0$ 时, 原式 $= x + y - 1 = -1$.

(2) 当 $z = -2$ 时, 原式 $= x + |y| - (1 + 2)^2 = x + |y| - 9$.

当 $x \geq 0, y \leq 0$ 时, 原式 $= x - y - 9 = 2x - 9$;

当 $x < 0, y > 0$ 时, 原式 $= x + y - 9 = -9$.