学习方法指导与标准化命题丛书

初中数学

顾问 崔孟明 主编 宋志唐 李瀚梁 张洪彦 王治杰

黑龙江科学技术出版社

学习方法指导与标准化命题丛书

初　中　数　学

顾　问　崔孟明

主　编　宋志唐　李渤梁

张洪彦　王治杰

黑龙江科学技术出版社

顾问 崔孟明

主编 宋志唐 李勃梁

张洪彦 王治杰

编者 胡祖德 张振武 刘志唐

梁子木 乔 森 吴 复

宗 林

责任编辑：周滨元

封面设计：张可欣

学习方法指导与标准化命题丛书

初中数学

主编 宋志唐 李勃梁

张洪彦 王治杰

黑龙江科学技术出版社出版

(哈尔滨市南岗区建设街35号)

北京新华印刷厂印刷

新华书店北京科技发行所发行

787×1092毫米 32开本 9.25印张 190千字

1989年9月第1版·1989年9月第1次印刷

印数：1—15000册 定价：3.75元

ISBN 7-5388-0612-1/G·134

前　言

向读者奉献一套《学习方法指导与标准化命题》丛书。

学习方法，是广大教育工作者热心研究的问题，好的学习方法可以引导学生遵照科学的认识规律，去学习知识，并通过学习知识，发展思维，提高技能。

学生在校学习，对不同学科有不同的学习方法，但又有其共同的规律。掌握基础知识，培养能力，适当练习，及时小结，自我检测等环节，既是掌握知识的过程，又是学好知识的一种方法。

近年我国推行标准化命题，逐步被广大读者所认识。各种客观性题，是巩固知识，提高能力，评价学习效果的有利途径，掌握学习方法时，辅之以标准化命题练习，可以减轻学习负担，全面、高效地掌握所学知识。

基于上述认识，我们组织了有多年教学经验、热心于教育理论研究的部分教师，根据新编教学大纲和教材，编写了这套丛书，目的在于帮助广大读者，有效地掌握知识，发展思维，提高能力。

这套丛书，初中部分有政治、语文、数学、物理、化学、英语等六科。是多年指导学生学习的经验总结，又是教育理论运用的尝试。因而各科在编写的手法上虽有不一，但都遵循着基础知识、能力培养、基础练习、阶段小结、自我检测这一顺序编写的。

基础知识是发展思维提高能力的基础，只有掌握基础的东西，才有广泛的适应性，才能进行广泛的应用。编者在这里指出了各学科应掌握的基础知识内容，以示读者认真领

会，切不可舍本求末。

培养能力的核心，是发展思维能力，只有通过学生自己的积极思考，学生才能获得真正有用的知识，获得长久受益的能力，这是学生自己的财富。编者在这里给出示范，指导方法，举一反三，以求融汇贯通。

练习是巩固知识，发展思维，提高能力的手段。编者在这里精心设计编制启迪思维的各种题型，从不同角度考查重点知识，引人深思。特别是对标准化命题的设计，更有利于培养思维能力和思维速度，提高分析判断能力。

人们对事物的认识需要反复再现，但每次再现应该是更高层次上的认识，是规律性的小结。编者通过小结，引导读者依据自己的学习体会，由浅入深，由分散到系统的掌握知识，以促进分析归纳能力的提高。

检测是学习过程中不可缺少的环节。自我检测启发读者自觉主动地找到学习中的不足，以查缺补漏，提高学习效果。编者给出的自我检测的内容，既有覆盖面，又突出重点，既照顾到基础知识掌握的程度，又注意到培养分析综合能力的训练，尤其设计了标准化题型，以考查对重点概念理解的水平。

一套课外读物，需要经过广大读者的鉴定，不断总结优劣，及时修订使其完善。在此恳请读者批评指正。

本书蒙民盟成都市委员会的支持，在北京景山学校校长崔孟明同志的指导下，由宋志唐、李渤梁、张洪彦、王治杰同志主编。在编写过程中，还得到有关各位专家学者的支持，在此一并表示谢意。

编　写　组

目　录

数　与　式

【基础知识】

初中部分数学讲述了实数，实数包括两大类的数，即有理数和无理数。

- 实数
  - 有理数
    - 整数
      - 正整数
      - 零
      - 负整数
    - 分数
      - 正分数
      - 负分数
    - —有限小数或无限循环小数
  - 凡有理数都可以表示为形如$\frac{m}{n}$的数（m、n 为互质的整数，$n\neq0$）
  - 无理数
    - 正无理数
    - 负无理数
    - —无限不循环小数

初中学过的代数式有

- 代数式
  - 有理式
    - 整式
      - 单项式——项
      - 多项式——项数、次数
    - 分式
  - 无理式
  - （另有指数式和对数式）

一、概念的理解与区分

(一)　注意理解下述几个重要概念

1. 相反数　实数 a 与$-a$则互为相反数。

2. 倒　数　实数 a 与$\frac{1}{a}$$(a\neq0)$则互为倒数。

3. 绝对值　实数 a，$|a|=\begin{cases} a(a\geqslant 0) \\ -a(a<0) \end{cases}$。

(二) 注意区分下述概念

1. 整式乘法与因式分解

$$\text{因式分解}\longleftarrow$$

$$(x+a)(x-b)=x^2+(a-b)x-ab$$

$$\longrightarrow\text{乘法运算}$$

2. 平方根与算术平方根

非负数的平方根表示为 $\pm\sqrt{a}$。

而非负数的算术平方根则为$\sqrt{a}$。

3. 指数与对数

指数式　$a^b=N(a>0,\ a\neq 1,\ b$ 为实数 $)$

对数式　$\log_a N=b(a>0,\ a\neq 1,\ N>0)$

二、基本运算法则

	加　减	乘　除	乘　方
有理数	代数和	除转化为乘 同号相乘得正 异号相乘得负 零与任何数相乘均得零	转化为乘法
整式	合并同类项	同底数幂的运算法则 $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ $a^m\div a^n=a^{m-n}$ 乘法公式 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ $(a\pm b)^2=a\pm 2ab+b^2$ $(a\pm b)(a^2\pm ab+b^2)=a^3\pm b^3$	$(a^m)^n=a^{mn}$ $(ab)^n=a^nb^n$

分式	$\frac{b}{a}\pm\frac{d}{c}$ $=\frac{bc\pm ad}{ac}$	除转化为乘 $\frac{b}{a}\cdot\frac{d}{c}=\frac{bd}{ac}$	$(\frac{b}{a})^n=\frac{b^n}{a^n}$
根式	合并同类根式	• $\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ $(a\geqslant 0,\ b\geqslant 0)$ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$ $(a\geqslant 0,\ b>0)$	$(\sqrt{a})^2=a$ $(a\geqslant 0)$ $\sqrt{a^2}=a$ $(a\geqslant 0)$

	指　　数	对　　数
定义与性质	$a^0=1$ $(a\neq 0)$ $a^{-m}=\frac{1}{a^a}$ $(a\neq 0$，m为自然数$)$ $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$ $(a>0$，$n>1$，m、n为自然数$)$ $a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$ $(a>0$，$n>1$，m、n为自然数$)$	零和负数没有对数 $\log_a a=1$ $(a>0$，$a\neq 1)$ $\log_a 1=0$ $(a>0$，$a\neq 1)$ $a^{\log_a N}=N$ $(a>0$，$a\neq 1$，$N>0)$
运算公式	$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ $(a^m)^n=a^{mn}$ $(ab)^n=a^nb^n$ $(a>0$，$b>0$，m、n 为有理数$)$	$\log_a M\cdot N=\log_a M+\log_a N$ $\log_a\frac{M}{n}=\log_a M-\log_a N$ $\log_a M^n=n\log_a M$ $\log_a\sqrt[n]{m}=\frac{1}{n}\log_a M$

三、特殊变形

(一) 因式分解的方法

1. 提取公因式法

$am+bm-cm=m(a+b-c)$

2. 公式法

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$

$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$

3. 十字相乘法

$ax^2+bx+c=(px+k)(qx+h)$

$(pq=a,\ kh=c,\ ph+qK=b)$

4. 分组分解法，分组后提取公因式或分组后用公式。

5. 求根公式法

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$

(x_1、x_2 为 $ax^2+bx+c=0$ 的两根)

(二) 常用对数的性质

1. $\lg 10^n=n$ (n 是整数)。

2. 真数较大时，它的常用对数也较大。

3. 10 的整数次幂以外的正数的对数都是小数。

4. 所有正数的常用对数等于

整数+正纯小数（或零）。

(首数)　(尾数)

5. 仅小数点位置不同的数，它们的常用对数的尾数相同。

6. 当真数大于或等于 1 时，它的常用对数的首数等于真数的整数部分的位数减去 1。

当真数为小于1的正数时，它的常用对数的首数是一个负数，其绝对值等于真数第一个不是零的数字前面零的个数(包括个位上的零)。

四、基本技能要求

正确理解数与式的基本概念，并能熟练的应用数与式的基本概念和基本运算法则，进行数与式的恒等变形。

【能力培养】

例1　选择填空

1. 数轴上所有的点表示的是（　　）。

(A) 全体有理数　　(B) 全体正数和负数

(C) 全体实数　　(D) 全体无理数

2. a、b 为实数，如果 $|a| = -|b|$，那么 a 与 b 的关系是（　　）。

(A) a 与 b 相等　　(B) a 与 b 互为相反数

(C) a 与 b 互为倒数

(D) a 与 b 的关系不能确定

3. 分式 $\dfrac{(x+2)(x+3)}{(x+1)(x+2)}$ 的值等于零的条件是（　　）。

(A) $x=-2$　　(B) $x=-3$

(C) $x=-1$ 或 $x=-2$　　(D) $x=-2$ 或$x=-3$

4. 化简$\sqrt{(1-x)^2}$ 的结果是（　　）。

(A) $x+1$　　(B) $x-1$

(C) $1-x$　　(D) 不能确定

5. 下列式子中，有意义的是（　　）。

(A) 0^0　　(B) 0^{-1}

(*C*) $0^{0.3}$　　(*D*) $0^{-\frac{2}{3}}$

分析:

1. 初中一年级学习的是有理数，在有理数的范围内研究代数式的值；初中二年级学习了无理数，把数的概念扩充到实数，则在实数范围内研究代数式中字母取值范围。数轴上的点与全体实数一一对应，故数轴称作实数轴。应选择（*C*）。

有理数和无理数统称作实数，因为任何一个有理数都可以表示为$\frac{m}{n}$(m、n 为互质的整数，$n \neq 0$)，比较容易理解。无理数是无限不循环小数，常与形如$\sqrt{2}$ 的数混淆不清。

(1) $\sqrt{2}$ 是无理数，但无理数不是$\sqrt{2}$，无理数的定义是无限不循环小数，也不是任意一个带有根号的数就是无理数，如$\sqrt{9}=3$，虽然带根号，但它不是无理数。

(2) 下列一些数里，哪些是有理数？哪些是无理数？

π，-3.14，$-\sqrt{3}$，1.732，0，0.3，18，$\frac{21}{31}$，$\sqrt{7}$，$-\sqrt{16}$，0.3131131113……。

通过这个题的练习可以澄清有理数和无理数的概念。

数轴上的点与全体实数一一对应的意义是每一个实数都可以用数轴上唯一的一个点来表示；反过来，数轴上的每一个点都表示唯一的一个实数。

如果 a 为实数，$a>0$ 为正实数，表示在数轴上原点的右半部；$a<0$ 为负实数，表示在数轴上原点的左半部；0 表示在原点，它是正实数与负实数的分界点。

2. 绝对值的概念是数学中一个十分重要的概念，“在

数轴上表示一个数的点到原点的距离叫做这个数的绝对值”。如果 a 是实数，

则 $|a| = \begin{cases} a & (a \geqslant 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

因而可以说，一个数的绝对值是一个非负数（正数或零）。如果 a、b 是实数，$|a|$ 是一个非负数，$|b|$ 也是一个非负数，那么 $|a| = -|b|$ 是不可能的，这里只有一种可能即当 $a = b = 0$ 时，因为 0 没有正负之分，所以 0 与 -0 均为 0。故本例应选择（D）。

这里要注意，在讨论有关绝对值的问题时，不要丢掉零的情况，如：

如果 $|a| = -a$，那么 a 的取值范围是什么？

应答 $a \leqslant 0$，而不能只答 $a < 0$。

3. 学习分式时，一要注意分母中字母取值所要限制的条件“不使分母的值为零，因为零不能作分母”；二要理解分式的基本性质。

（1）在讨论一个分式有无意义时，则要看分式的分母是不是零。如：

分式 $\dfrac{1-2x}{3x-1}$ 有意义的条件是什么？

应答：$x \neq \dfrac{1}{3}$，因为当 $x = \dfrac{1}{3}$ 时，$3x - 1 = 0$，即分式的分母为零而失去意义（此时与分子的值无关）。

（2）在讨论分式的值为零时，一要分子为零，二要分母不为零，即在分式有意义的条件下，才能讨论分式的值是不是零，何时为零。

所以分式$\frac{(x+2)(x+3)}{(x+1)(x+2)}$当$x=-1$，$x=-2$时分母为零，故$x\neq-1$，$x\neq-2$，又当$x=-2$，$x=-3$时，分子为零，故只有$x=-3$才能使该分式的值为零。故应选择（$B$）

4. 化简$\sqrt{(1-x)^2}$时要注意：

（1）$\sqrt{(1-x)^2}$表示$(1-x)^2$的算术平方根，这里$(1-x)^2\geqslant 0$，$(1-x)$为任意实数；

（2）一个非负数的算术平方根是一个非负数，负数没有平方根；

（3）根式的性质，$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a\geqslant 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

所以当$1-x\geqslant 0$时，$\sqrt{(1-x)^2}=1-x$；当$1-x<0$时，$\sqrt{(1-x)^2}=-(1-x)=x-1$。

因而本例的选择（A）肯定不正确，那么既然$\sqrt{(1-x)^2}$化简的结果有两种情况，若同时选择（B）和（C）是否就正确呢？不行，因为它是有条件的两种情况，而不是两解，所以本例应选择（D）。

5. 指数扩充到任意有理数之后，使指数式的底数中字母取值范围的限制条件增加了。

选择答案：

（A）0^0的意义是$a^m\div a^n=a^{m-n}$，当$m=n$时，有a^0（m、n为正整数），又当$a=0$时，$0^m\div 0^n$没有意义，因为$0^n=0$，零不能作除数，故0^0没有意义。

当$a\neq 0$时，$a^0=1$。

（B）依负指数的规定 $0^{-1}=\frac{1}{0}$，但它没有意义，所以（B）不正确。

（D）依负分指数的规定 $0^{-\frac{2}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{0^{-2}}}=\frac{1}{0}$，同样没有意义，故（$D$）不正确。

（C）$0^{0.3}$，依分指数的意义，$0^{0.3}=0^{\frac{3}{10}}=\sqrt[10]{0^3}=0$。所以（$C$）正确，故应选择（$C$）。

例 2　计算

$$-(\frac{4}{9})^{\frac{1}{2}}\div(-\sqrt{2})^2-(-3.14)^0+0.125\times(\frac{1}{8})^{-1}$$

分析：本例考查指数式的意义和有理数运算的基本技能，对一般同学来说都应准确、迅速、合理地完成。

$$(\frac{4}{9})^{\frac{1}{2}}=\left[(\frac{2}{3})^2\right]^{\frac{1}{2}}=\frac{2}{3}$$

$$(-\sqrt{2})^2=(-1)^2(\sqrt{2})^2=2$$

$$(-3.14)^0=1$$

注意：$a^0=1$ 对 $a\neq 0$ 的一切实数都成立。

$$(\frac{1}{8})^{-1}=(8^{-1})^{-1}=8$$

$$0.125\times 8=\frac{1}{8}\times 8=1$$

解：原式 $=-\frac{2}{3}\div 2-1+1$

$$=-\frac{1}{3}$$

说明：在进行实数运算时，要注意运算顺序，运算法

则和运算符号。

例3 已知：$A=x^2+x-6$，$B=x^2+2x+3$，$C=x^2+x+5$

求：$A\div(B-C)$

分析：本例考查整式运算的基本技能。

(1) $B-C$ 是两个多项式相减，即合并同类项。

$$B-C=(x^2+2x+3)-(x^2+x+5)$$

$=x^2+2x+3-x^2-x-5$

$=x-2$

这里注意，$C=(x^2+x+5)$ 是一整体，必须带有括号参加运算，但这个括号是原题意义中存在的，而不是“后加的”。

(2) $A\div(B-C)$ 即多项式除以多项式有两种方法：

① 用竖式

$A\div(B-C)$

$=(x^2+x-6)\div(x-2)$

$$
\begin{array}{r|l}
 & x+3 \\
\cline{2-2}
x-2 & x^2+x-6 \\
 & \underline{x^2-2x} \\
 & 3x-6 \\
 & \underline{3x-6} \\
 & 0
\end{array}
$$

原式 $=x+3$

② 分解因式法

$(x^2+x-6)\div(x-2)$

$=(x+3)(x-2)\div(x-2)$

$=x+3$