北京高等教育精品教材

BEIJING GAODENG JIAOYU JINGPIN JIAOCAI

清华大学研究生精品教材

清华大学名优教材立项资助

新编《信息、控制与系统》系列教材

现代信号处理（第三版）

MODERN SIGNAL PROCESSING (THIRD EDITION)

张贤达 著

Zhang Xianda

清华大学出版社

北京高等教育精品教材
BEIJING GAODENG JIAOYU JINGPIN JIAOCAI

清华大学研究生精品教材
清华大学名优教材立项资助

新编《信息、控制与系统》系列教材

现代信号处理（第三版）

MODERN SIGNAL PROCESSING (THIRD EDITION)

张贤达 著
Zhang Xianda

清华大学出版社
北京

内容简介

本书系统、全面地介绍了现代信号处理的主要理论、具有代表性的方法及一些典型应用。全书共10章，内容包括随机信号、参数估计理论、信号检测、现代谱估计、自适应滤波器、高阶统计分析、线性时频变换、二次型时频分布、盲信号分离、阵列信号处理。全书取材广泛，内容新颖，充分反映了信号处理的新理论、新技术、新方法和新应用，可以帮助读者尽快跟踪信号处理的最新国际发展。与第二版相比，本书增加了信号检测、盲信号分离与阵列信号处理等重要应用，更加注重理论与应用的结合，更加方便读者理解与自学。

本书为清华大学研究生精品教材和北京市高等教育精品教材，最近又获得清华大学名优教材第一批立项资助，是一本与国际前沿科学接轨的研究生教材，可作为电子、通信、自动化、计算机、物理、生物医学和机械工程等各学科有关教师、研究生和科技人员教学、自学、进修用书或参考书。

图书在版编目(CIP)数据

现代信号处理/张贤达著. —3版. —北京：清华大学出版社，2015
新编《信息、控制与系统》系列教材
ISBN 978-7-302-40869-7

Ⅰ. ①现…　Ⅱ. ①张…　Ⅲ. ①信号处理－高等学校－教材　Ⅳ. ①TN911.7

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第164192号

责任编辑：王一玲
封面设计：常雪影
责任校对：白　蕾
责任印制：沈　露

出版发行：清华大学出版社
网　　址：http://www.tup.com.cn，http://www.wqbook.com
地　　址：北京清华大学学研大厦A座　　**邮　　编**：100084
社 总 机：010-62770175　　**邮　　购**：010-62786544
投稿与读者服务：010-62776969，c-service@tup.tsinghua.edu.cn
质 量 反 馈：010-62772015，zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn
课 件 下 载：http://www.tup.com.cn，010-62795954
印 刷 者：清华大学印刷厂
装 订 者：北京市密云县京文制本装订厂
经　　销：全国新华书店
开　　本：185mm×260mm　　**印　张**：31.5　　**字　　数**：764千字
版　　次：2002年10月第1版　2015年12月第3版　　**印　　次**：2015年12月第1次印刷
印　　数：1～2000
定　　价：59.00元

产品编号：056886-01

第三版前言

《现代信号处理》(第 二 版) 于 2002 年出版后，被陆续批准为“清华大学研究生精品教材”和“北京市高等教育精品教材”，并被很多大学用作研究生教材或参考书。众多读者在研究中参考本书，在国内和国际学术期刊上发表研究论文时引用本书：前两版累计已经被 SCI 他引 240 余次，Google 学术搜索他引 1,850 余次。最近，《现代信号处理》又被批准为第一批“清华大学名优教材立项项目”。在该项目支持下，本书对第 二 版进行了较大的删节、修改和增补：

(1) 删除了第 二 版中不太重要的一些理论、方法以及不太普遍的一些应用，以进一步聚焦和突出代表性的理论、方法及应用。

(2) 对保留的原版内容，在理论与方法的介绍方面做了比较多的修改：一些定理、命题和性质的难度大的证明被删除，改为参考有关文献，难度小的证明则改为读者作为练习。

(3) 根据信号处理技术的发展，增补了信号检测、盲信号分离和阵列信号处理三章，从而由第 二 版的 7 章增加为新一版的 10 章。信号检测放在随机信号 (第 1 章) 和参数估计理论 (第 2 章) 之后，是为了让读者学习了有关理论后能够尽快分享信号处理的工程应用。在介绍完本书的基本理论 (参数估计、现代谱估计、自适应滤波器、高阶统计分析、时频分析与二次型时频分布) 后，专门介绍了两个极具代表性的典型应用——盲信号分离与阵列信号处理。本书新增的三章乃作者反复选择与精心编著的结果，相信读者会有比较大的学习兴趣与收获。

从教学和研究的角度出发，本书的各章内容是研究生和科技工作者应该和尽快掌握的理论、方法及应用。以内容的广度和深度而言，本书每一章又都可独立成书。因此，本书选择最基本和最重要的理论、具有广泛代表性的方法与应用进行重点介绍。读者在翻阅目录时会发现，本书虽然重点放在代表性的理论、方法与应用的介绍上，但是却不乏一些新理论、新方法和新应用的及时跟进与补充。

作为清华大学研究生精品教材、北京市高等教育精品教材以及清华大学名优教材立项项目，本书的目标是不辱使命，向广大读者奉献一本合格的名优教材。然而，尽管作者尽力而为，却仍然难免会有不满意甚至失误之处。在此，诚恳希望从事信号处理教学、研究及应用的广大同仁、专家、青年才俊和读者不吝指教和斧正。

张贤达
谨识于 2015 年 6 月

第二版前言

最近十年，信号处理学科经历了巨大的变化，是信息科学中发展最迅速的学科之一。尤其是伴随无线通信的急速发展，信号处理更是获得了极大的推动，诞生了通信信号处理这一新的学科领域。现在，信号处理已在各个科学与技术领域获得了极为广泛的应用。可以这样说，学习现代信号处理的理论、方法与应用已成为通信、电子、自动化、生物医学、机械工程等众多学科或专业的研究生与科技人员的迫切需要。

《现代信号处理》(第一版) 于 1995 年出版以来，已先后印刷了 6 次，共 18000 册。承蒙广大读者厚爱，在多所大学里被用作研究生教材或参考书；至目前，在 SCI 收录的国际杂志上被他人 9 篇论文引用，在中文学术期刊上被他人 400 余篇论文引用。为了适应信号处理的新发展，我们对《现代信号处理》一书进行了重大修改：

(1) 将原书的 12 章压缩为 7 章；

(2) 介绍了一些近几年的信号处理新方法；

(3) 增加了大量的应用举例；

(4) 重新编排了全部习题，扩大了习题的范围，丰富了习题的内容。

全书内容分为基础 (第 1 章、第 2 章)、现代谱估计 (第 3 章)、自适应信号处理 (第 4 章)、高阶统计分析 (第 5 章) 和时频信号分析 (第 6 章、第 7 章) 共 5 部分。前 5 章可在 48 学时内讲授完, 全书则需要 64 学时的教学计划。为了方便读者参考，还配套编写了《现代信号处理习题与解答》一书。

笔者曾在清华大学、西安电子科技大学、空军工程大学、桂林电子工业学院讲授过本书。根据本人的教学体会，读者只要把握好本书基本内容的学习、多做一些习题、完成好书中的 2～3 次计算机仿真实验，就能够比较快地与信号处理的最新国际发展“接轨”，将信号处理的典型方法和新技术在学位论文的研究中加以灵活的应用，收到学以致用的效果。

“现代信号处理”已被列为清华大学研究生精品课计划。本书就是在该计划的资助下完成的。书中反映了作者在清华大学和西安电子科技大学的一系列研究成果。这些研究得到了国家自然科学基金、教育部高等学校博士点专项基金、教育部“长江学者奖励计划”等的资助，也是与很多合作者的联合研究成果。在此，向这些合作研究者表示衷心的感谢。

在本书的改写中，采纳了我的十几位博士、硕士研究生和其他很多听课研究生的意见和建议。这些意见和建议对于改进本书的可读性和易懂性，起到了重要的作用。

感谢博士研究生丁建江、杨恒、高秋彬、吕齐和硕士研究生苏泳涛、彭春翌，他们仔细阅读和校对了书稿，提出了一些很好的改进意见，并帮助制作了书中的一些插图。

虽然作者努力而为，但本书仍然可能存在一些不足之处，甚至某些误笔。在此，诚恳欢迎和盼望各位学术先辈、同仁和读者诸君的批评与指正意见!

张贤达

2002 年 8 月 31 日谨识于清华园

目　录

第1章 随机信号

信号是信息的载体。信号的信息可以是一系统 (如物理系统、人体) 的模型参数、冲激响应和功率谱，也可以是一人工目标 (如飞机、舰船) 的分类特征，还可以是诸如气象、水文的预报、人体心电的异常等等。其数值或观测值为随机变量的信号称为随机信号。所谓随机，是指信号的取值服从某种概率分布规律。这一规律可以是完全已知的、部分已知的或完全未知的。随机信号也称随机过程、随机函数或随机序列。本章将侧重平稳随机信号的两种基本描述：时域和频域特性。这两种描述是互补的，具有同等重要的作用。

1.1 信号分类

在数学上，信号用一组变量值表示。若 $\{s(t)\}$ 是一实或复数序列，则称序列 $\{s(t)\}$ 为信号。当时间 t 定义在连续变量区间，即 $t \in (-\infty, \infty)$ 或 $t \in [0, \infty)$ 时，序列 $\{s(t)\}$ 称为连续时间信号。许多人工信号和自然信号都是连续时间信号，例如雷达、声纳、无线电广播、通信、控制系统和生物医学工程中的信号。在使用计算机进行信号处理时，连续时间的信号需要先转换成离散时间信号。若信号取值的时间 t 为整数，即 $t = 0, \pm 1, \cdots$ 或 $t = 0, 1, \cdots$ 时，则变量序列 $\{s(t)\}$ 称为离散时间信号。注意，离散时间信号与数字信号有所不同，后者是数值被数字化后的离散时间信号。

如果序列 $\{s(t)\}$ 在每个时刻的取值不是随机的，而是服从某种固定函数的关系，则称之为确定性信号。下面是几种常用的确定性信号。

- 阶跃信号

$$U(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \tag{1.1.1}$$

- 符号信号

$$\mathrm{sgn}(t) = \begin{cases} 1, & t \geqslant 0 \\ -1, & t < 0 \end{cases} \tag{1.1.2}$$

- 矩形脉冲信号

$$P_a(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leqslant a \\ 0, & |t| > a \end{cases} \tag{1.1.3}$$

- 正弦波 (或谐波) 信号

$$s(t) = A\cos(\omega_{\mathrm{c}} t + \theta_0) \tag{1.1.4}$$

其中 θ_0 为固定的初始相位。

作为例子，图 1.1.1 分别画出了阶跃信号、符号信号和矩形脉冲信号的波形。

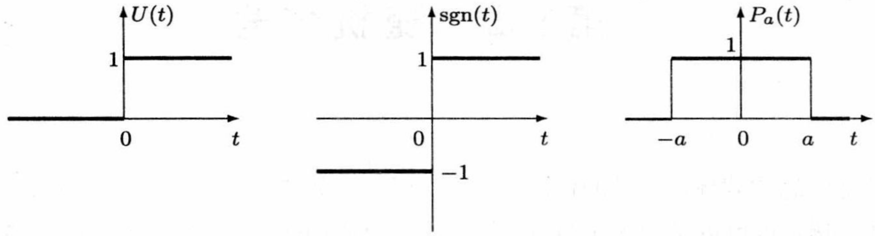

图 1.1.1 阶跃信号、符号信号与矩形脉冲信号

与确定性信号不同，若序列 $\{s(t)\}$ 在每个时刻的取值是随机变量，则称之为随机信号。例如，相位随机变化的正弦波信号

$$s(t) = A\cos(\omega_c t + \theta) \qquad (\text{实谐波信号}) \tag{1.1.5}$$

$$s(t) = A\exp(j\omega_c t + \theta) \qquad (\text{复谐波信号}) \tag{1.1.6}$$

即为随机信号。式中 θ 是在 $[-\pi, \pi]$ 内均匀分布的随机变量，其概率密度函数

$$f(\theta) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & -\pi \leqslant \theta \leqslant \pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \tag{1.1.7}$$

随机信号也称随机过程，具有以下特点：

(1) 随机信号在任何时间的取值都是不能先验确定的随机变量。

(2) 虽然随机信号取值不能先验确定，但这些取值却服从某种统计规律。换言之，随机信号或过程可以用概率分布特性 (简称统计性能) 统计地描述。

令 $x(t)$ 表示一连续时间的复随机过程。对于任何一固定的时刻 t，随机过程 $x(t)$ 定义一随机变量 $X = x(t)$。令 $\mu(t)$ 表示其均值，则

$$\mu(t) = \mathrm{E}\{x(t)\} \stackrel{\text{def}}{=} \int_{-\infty}^{\infty} x f(x,t)\mathrm{d}x \tag{1.1.8}$$

式中 $f(x,t)$ 表示随机变量 $X = x(t)$ 在时间 t 的概率密度函数。复随机信号 $x(t)$ 的自相关函数 $R_x(t_1,t_2)$ 定义为 $x(t)$ 在时刻 t_1 和 t_2 之间的相关，即

$$\begin{aligned} R_x(t_1,t_2) &\stackrel{\text{def}}{=} \mathrm{E}\{x(t_1)x^*(t_2)\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2^* f(x_1,x_2;t_1,t_2)\mathrm{d}x_1\mathrm{d}x_2 \\ &= R_x^*(t_2,t_1) \end{aligned} \tag{1.1.9}$$

式中，上标 $*$ 表示复数的共轭；$f(x_1,x_2;t_1,t_2)$ 表示随机变量 $X_1 = x(t_1)$ 和 $X_2 = x(t_2)$ 的联合概率密度函数。一般情况下，自相关函数与时间变量 t_1 和 t_2 有关。对于任意复数集合 $\alpha_k (k = 1, \cdots, n)$，定义

$$Y = \sum_{k=1}^{n} \alpha_k x(t_k) \tag{1.1.10}$$

显然，Y 是一个随机变量，并且 $\mathrm{E}\{|Y|^2\} \geqslant 0$。因此，有

$$\begin{aligned}\mathrm{E}\{|Y|^2\} &= \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\alpha_i\alpha_k^*\mathrm{E}\{x(t_i)x^*(t_k)\} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{n}\alpha_i\alpha_k^* R_x(t_i,t_k)\\ &= [\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n]\begin{bmatrix} R_x(t_1,t_1) & R_x(t_1,t_2) & \cdots & R_x(t_1,t_n)\\ R_x(t_2,t_1) & R_x(t_2,t_2) & \cdots & R_x(t_2,t_n)\\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots\\ R_x(t_n,t_1) & R_x(t_n,t_2) & \cdots & R_x(t_n,t_n)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha_1^*\\ \alpha_2^*\\ \vdots\\ \alpha_n^*\end{bmatrix}\\ &\geqslant 0\end{aligned}$$

或者

$$\begin{bmatrix} R_x(t_1,t_1) & R_x(t_1,t_2) & \cdots & R_x(t_1,t_n)\\ R_x(t_2,t_1) & R_x(t_2,t_2) & \cdots & R_x(t_2,t_n)\\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots\\ R_x(t_n,t_1) & R_x(t_n,t_2) & \cdots & R_x(t_n,t_n)\end{bmatrix} \succeq 0$$

式中 $\boldsymbol{R}\succeq 0$ 表示矩阵 $\boldsymbol{R}$ 为半正定矩阵 (即所有特征值为非负值)。半正定矩阵也称非负定矩阵。将式 (1.1.9) 代入后，上式简化为

$$\begin{bmatrix} R_x(t_1,t_1) & R_x(t_1,t_2) & \cdots & R_x(t_1,t_n)\\ R_x^*(t_1,t_2) & R_x(t_2,t_2) & \cdots & R_x(t_2,t_n)\\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots\\ R_x^*(t_1,t_n) & R_x^*(t_2,t_n) & \cdots & R_x(t_n,t_n)\end{bmatrix} \succeq 0 \tag{1.1.11}$$

该式左边的矩阵为复共轭对称矩阵，也称 Hermitian 矩阵。

特别地，当 $n=2$ 时，式 (1.1.11) 给出

$$\begin{bmatrix} R_x(t_1,t_1) & R_x(t_1,t_2)\\ R_x^*(t_1,t_2) & R_x(t_2,t_2)\end{bmatrix} \succeq 0$$

或

$$|R_x(t_1,t_2)|^2 \leqslant R_x(t_1,t_1)R_x(t_2,t_2) \tag{1.1.12}$$

这一公式称为 Schwartz 不等式。

均值和自相关函数 $R_x(t_1,t_2)$ 分别是随机信号 $x(t)$ 的一阶矩和二阶矩。类似地，还可以定义随机信号 $\{x(t)\}$ 的 k 阶矩为

$$\mu(t_1,\cdots,t_k) \stackrel{\text{def}}{=} \mathrm{E}\{x(t_1)\cdots x(t_k)\} \tag{1.1.13}$$

根据 k 阶矩是否与时间有关，随机信号又进一步分为平稳和非平稳随机信号两大类。

定义 1.1.1 (n 阶平稳信号)　随机信号 $\{x(t)\}$ 称为 n 阶平稳信号，若对所有整数 $1\leqslant k\leqslant n$ 和所有 $t_1,\cdots,t_k$ 及 τ，其 k 阶矩有界，并且满足

$$\mu(t_1,\cdots,t_k) = \mu(t_1+\tau,\cdots,t_k+\tau) \tag{1.1.14}$$

特别地，当随机信号是 2 阶平稳时，则称之为广义平稳 (wide-sense stationary) 信号。

定义 1.1.2 (广义平稳信号) 复随机信号 $\{x(t)\}$ 称为广义平稳信号，若

(1) 其均值为常数，即 $\mathrm{E}\{x(t)\} = \mu_x$ (常数)；

(2) 其二阶矩有界，即 $\mathrm{E}\{x(t)x^*(t)\} = \mathrm{E}\{|x(t)|^2\} < \infty$；

(3) 其协方差函数与时间无关，即 $C_{xx}(\tau) = \mathrm{E}\{[x(t) - \mu_x][x(t-\tau) - \mu_x]^*\}$。

广义平稳也称协方差平稳或弱平稳。广义平稳信号简称平稳信号。

定义 1.1.3 (严格平稳信号) 随机信号 $\{x(t)\}$ 称为严格平稳信号，若随机变量组 $\{x(t_1+\tau), x(t_2+\tau), \cdots, x(t_k+\tau)\}$ 和 $\{x(t_1), x(t_2), \cdots, x(t_k)\}$ 的联合分布函数对所有 $\tau > 0$ 和 $(t_1, t_2, \cdots, t_k)$ 均相同，其中 $k = 1, 2, \cdots$。

文字叙述为：概率密度分布函数与时间无关的随机信号 $x(t)$ 称为严格平稳信号。

以下是 n 阶平稳、广义平稳、严格平稳和非平稳之间的关系：

(1) 广义平稳是 $n = 2$ 时的 n 阶平稳；

(2) 严格平稳一定是广义平稳，但广义平稳不一定是严格平稳；

(3) 由于不是广义平稳的随机过程不可能是 $n > 2$ 阶平稳的和严格平稳的，所以不具有广义平稳性的随机信号统称非平稳信号。

平稳信号常称时不变信号，意即统计量不随时间变化的信号。类似地，非平稳信号也常称时变信号，因为它至少有某个统计量 (如均值、协方差函数) 是时间的函数。注意，时变与时不变信号不应该理解为信号的取值或波形是否随时间变化。

在无线通信中，发射信号一般是平稳信号，而信道分为高斯信道和 Rayleigh 衰落信道。高斯信道是一种无衰落的信道，且是时不变的即平稳的。因此，经过高斯信道传输后，接收机所接收到的通信信号为平稳信号。与高斯信道不同，Rayleigh 衰落信道是非平稳即时变的信道，故发射的通信信号经过这种信道传输后的接收信号是非平稳的。

随机信号还有一个重要的性质——遍历性 (ergodicity)，其核心问题是，从随机信号的一次观测记录是否可以估计其统计量 (如相关函数、功率谱等)。遍历性的详细讨论需要比较深的概率论知识，这里只介绍最常用的一种遍历性形式，它就是均方遍历性。

令 $\{x(t)\}$ 是一个平稳信号，它的 n 阶及较低阶的所有矩都是与时间无关的。称该信号是 n 阶矩均方遍历的，若对于所有 $k = 1, \cdots, n$ 和所有整数 $t_1, \cdots, t_k$，恒有均方收敛的公式

$$\lim_{N\to\infty} \mathrm{E}\left\{\left|\frac{1}{2N+1}\sum_{t=-N}^{N} x(t+t_1)x(t+t_2)\cdots x(t+t_k) - \mu(t_1, \cdots, t_k)\right|^2\right\} = 0 \tag{1.1.15}$$

这就是术语“均方遍历性”的来由。

当一个信号是 n 阶矩均方遍历的平稳过程时，它的 n 阶及所有低阶的统计平均都可以用各自的时间平均来代替。换句话说，这些统计量均可以根据该信号的一次观测数据进行估计。在本书中，假定所讨论的信号皆是均方遍历的。

如果均方遍历的平稳信号 $x(t)$ 的 N 个观测样本 $x(1), \cdots, x(N)$ 为已知，则信号的均值 μ_x 可由时间平均估计为

$$\mu_x = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x(n) \tag{1.1.16}$$