

目 录

1 绪论	1
1.1 研究背景和意义	1
1.2 国内外研究现状综述	3
1.2.1 基本图方法研究现状	3
1.2.2 三相交通流理论研究现状	15
1.2.3 现状研究存在的问题	27
1.3 本书的主要内容	32
2 密度差格子流体力学模型研究	34
2.1 格子流体力学模型简介	34
2.2 密度差格子流体力学模型构建	36
2.3 线性稳定性分析	37
2.4 非线性稳定性分析	38
2.4.1 Burgers 方程推导	38
2.4.2 KdV 方程推导	39
2.4.3 mKdV 方程推导	41
2.5 非线性密度波模拟	44
2.6 匝道系统建模与模拟	46

2.6.1	匝道系统模型构建	47
2.6.2	匝道系统的数值模拟	48
3	刹车灯元胞自动机模型研究	51
3.1	即有刹车灯元胞自动机模型概述	51
3.1.1	BL 模型及分析	51
3.1.2	MCD 模型规则及分析	54
3.1.3	BLDAD 模型规则及分析	58
3.1.4	即有刹车灯元胞自动机模型的应用	60
3.2	改进的刹车灯元胞自动机模型构建与分析	60
3.2.1	期望时间间距刹车灯模型构建与分析	61
3.2.2	提前慢化刹车灯模型构建与分析	68
4	平均车辆间距元胞自动机模型研究	76
4.1	基本模型构建与分析	76
4.1.1	模型构建	76
4.1.2	模拟结果分析	79
4.2	通行能力陡降现象的产生机理分析	88
4.3	拓展模型构建与分析	91
4.3.1	模型构建	91
4.3.2	宽运动堵塞的出流状态分析	92
5	参数校验研究	95
5.1	参数标定方法研究	95
5.2	模型参数校验	97
5.2.1	实测数据处理	97

5.2.2	模型标定	100
5.2.3	模型验证	110
6	结论与展望	112
6.1	工作总结	112
6.2	研究展望	115
	参考文献	117

绪 论

1.1 研究背景和意义

传统的交通治堵方法主要是增加交通基础设施。该方法在一定程度上能够缓解拥堵,然而却治标不治本,原因有三:一是道路基础设施的建设速度远远赶不上车辆数目的增长速度;二是存在土地资源、环境控制等方面的限制;三是交通设施的设计不够科学或交通管制方案不够合理及存在驾驶行为复杂性等因素,使增加交通基础设施难以达到预期效果。例如北京南三环路原玉泉营环岛面积缩小一周,岛内车道由 3 条增加到 5 条后,环岛通行能力却由 3 000 veh/h 降为 2 000 veh/h^[1];丽泽桥立交桥建成后,桥下多方向的车流在非常近的距离内存在多次冲突,形成了比建成之前更为复杂的交通困境^[2]。

不清楚新建项目对当地交通流的影响,缺乏对交通流演化机理的准确深入认识是此类项目失败的根源之一。交通流理论旨在应用现代科学知识正确地描述交通流性态,通过建立适当的数学模型,并经过参数辨识和计算机数值模拟,揭示

各种交通现象的特点及本质,研制出合适的程序和软件包,最后达到对交通系统实行实时控制的目的,为交通优化提供可靠的理论根据^[3]。只有深入研究交通流理论,才能在充分利用现有交通资源的基础上,制定正确合理的交通规划方案和控制管理策略,从根本上解决城市交通问题。

交通流理论已成功运用于很多工程项目。20世纪60年代,纽约市政府原拟修建通往新泽西的新隧道,交通科学家们利用交通流动力学知识,经过合理地建模和分析,调整了原有隧道的交通控制和管理系统,使通行能力提高了20%,从而取消了修建新隧道的计划^[4]。1994年,以美国Los Alamos国家实验室为依托,由以Nagel为首的十余位物理学家、数学家和交通工程师共同承担,以改进的NaSch元胞自动机模型为工具,研制出了TRANSIMS交通分析程序包,并成功应用于德达拉斯市和波特兰市的交通分析和规划^[5]。2000年,德国科学家Dirk Helbing等人利用流体力学模型,研制出了MASTER程序包,并应用于德国通往荷兰的一条高速公路上^[6]。2001年,德国科学家Boris Kerner等人利用三相交通流理论,研制出了ASDA/FOTO程序包,对德国1200 km的高速公路网络进行实时交通管控^[7]。2003年,以瑞士Senozon公司为依托,由Nagel和W. Axhausen等人发起,研制出MATSIM多智能体运输仿真开源工具包,并成功应用于瑞士、德国柏林和日本京都等地区的交通流实时仿真及交通规划等项目^[8]。

现阶段的交通流理论包括基本图方法和三相交通流理论两大体系,然而这两个体系都存在诸多争议问题。三相交通流理论认为实际交通的相变过程与基本图方法模型的模拟结果相违背,建立在基本图方法框架下的交通工程措施和管理系统不能最优化交通运行状况。三相交通流理论也受到了诸多批评,例如同步流定义不明确,模型过于复杂,参数过多。基本图方法的支持者认为简单的两相模型,例如IDM模型,也可以模拟出大量三相交通流理论的实测现象^[9]。两种理论的支持者各持己见,矛盾很难解决。Dirk Helbing等人指出交通流理论研究已经处于必须确定哪类模型最优的阶段^[10]。

另外,交通流理论研究对于促进其他学科的发展 also 具有重要意义。交通系统是一种典型的自驱远离平衡态系统,采用非平衡统计力学等方法对于揭示交通现象的一般规律十分有效,与此同时交通流理论研究也拓展了物理理论的验证范畴。研究交通流演变机理对医学发展也有益处,这是因为生物细胞的内部环境同城市交通系统有很多相似之处,细胞内的大量分子可以看成在纤维轨迹上运动的机动车,这样就构成了一个微型交通系统。分子运动一旦产生拥堵,就会导致疾病产生。疾病的产生机理同城市交通拥堵的产生机理如此相似,应用研究交通流的方法将有助于理解疾病的成因和对其进行控制^[11],例如 Eubank 等人发现利用 TRANSIMS 软件可以构造动态社会网络,探索疾病的传播特性,研究疾病的快速察觉^[12]。

1.2 国内外研究现状综述

道路交通流理论研究始于 20 世纪 30 年代。Greenshields^[13]在 1934 年提出了沿用至今的线性速度密度关系。到 20 世纪中叶,交通问题日益严重,来自不同领域的科学家开始模拟交通流,希望找到改善交通运行状态的良方妙药。著名学者 Lighthill 和 Whitham^[14]从宏观角度出发,将交通流近似为连续流体,提出了著名的 LWR 模型。Pipes 等人^[15]从微观角度提出了能够描述车辆驾驶行为的跟驰模型。到 20 世纪 70 年代,Prigogine 等人^[16]从中观角度提出了交通流气体动理论模型。从 20 世纪 90 年代至今,随着元胞自动机模型和三相交通流理论的出现,交通流理论研究迎来了另一个高峰。本节将以基本图方法与三相交通流理论为主线,展开道路交通流理论的国内外研究现状综述。

1.2.1 基本图方法研究现状

1.2.1.1 基本图定义

在流量密度平面上,交通流的稳定状态对应于一条经过原点并且至少有一个

最大值的流量密度曲线 ($v = \rho v_c(\rho)$), 这条曲线称为基本图。稳定状态是稳定并且不随时间改变的交通流状态。稳定状态假设交通流是由所有相同的司机和车辆组成, 并且在任意时刻所有车辆都保持相同的恒定间距和恒定车速前进。由于实际交通流由不同的司机和车辆组成, 稳态实际上不存在, 因此基本图是流量密度图的理想状态, 只是理论上的一种假设。

以基本图为基础的方法称为基本图方法。直到 20 世纪 90 年代, 交通流理论模型几乎都是基本图方法模型, 因为这些模型的稳态解都会落在基本图上。

1.2.1.2 基本图方法的交通流稳定性分析

基本图方法通过车辆速度调整延误解释交通流的不稳定性 (或称为停车启动波)。速度调整延误是由车辆加减速能力的有限性和司机反应时间的有限性^①造成的。

图 1.1 所示的场景可以说明停车启动波的产生过程^[17]。

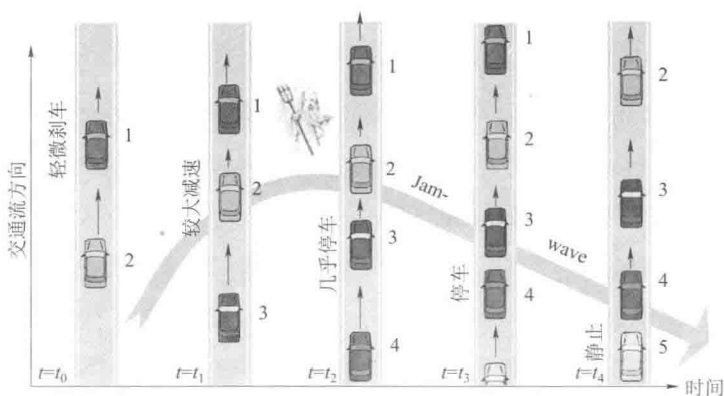


图 1.1 停车启动波的产生示意图^[17]

假设道路上存在一条处于稳态、速度为 v_c 的车队:

① 司机反应时间的有限性是指前方发生变化时, 司机不会立刻做出反应, 存在一定的反应延迟。

(1) 在 $t=t_0$ 时刻, 车辆 1 开始减速, 当速度减至 v_1 后, 保持匀速行驶状态。

(2) 车辆 1 的减速行为导致跟驰车辆 2 的最优速度调整至 v_1 , 假设在 $t=t_1$ 时刻车辆 2 的速度为 v_1 。

(3) 若车流密度足够大或车辆 2 的速度调整时间 (t_2-t_1) 足够长, 则 $t=t_1$ 时刻车辆 2 与车辆 1 的间距通常会小于稳态间距 $s_e(v_1)$, 因此车辆 2 需继续减速, 假设减至 v_2 。

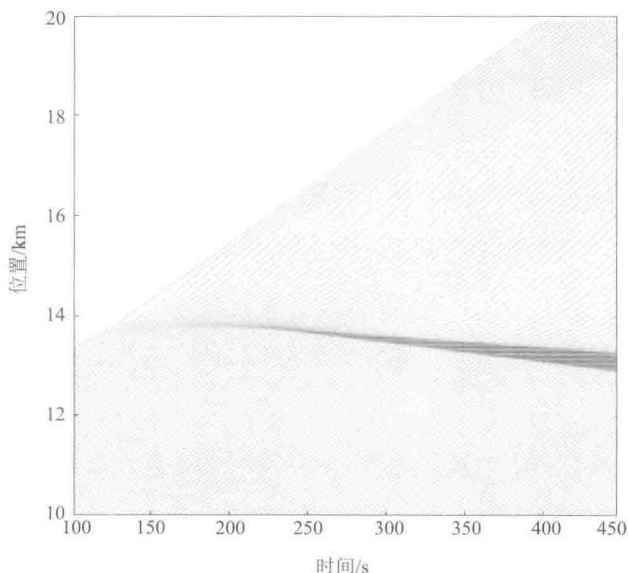
(4) 同理, 车辆 3 也需要一定的车速调整时间, 假设车辆 3 在 $t=t_2$ 时刻减速至 $v_3(<v_2)$ 。

(5) 这种减速行为会一直向道路上游方向传播。假设在 $t=t_3$ 时刻, 这种减速行为使车辆 4 的速度降为零, 此时开始形成停车启动波。

停车启动波的产生机理可以解释幽灵堵塞现象。如果密度足够小或者大部分司机的反应都比较迅速 (即反应延迟时间非常短), 停车启动波就无法形成。基本图方法认为停车启动波的产生消散过程与以下三要素相关:

- (1) 车辆的速度调整时间;
- (2) 交通流的密度;
- (3) $v'_e(\rho)$ 的大小 (影响车辆的加减速能力)。

图 1.2 是 IDM 模型模拟的停车启动波时空图。该图表明头车减速形成的小扰动首先会沿道路下游方向传播, 并且在传播过程中会逐渐变大, 当扰动大小超过某个临界值后, 扰动就发展成为停车启动波并开始向道路上游方向传播。停车启动波的形成发展过程在时空图上的轨迹图案和回旋镖的形状类似, 并且扰动先向道路下游方向传播然后又反向传播的过程和回旋镖抛出后又飞回来的过程类似, 所以这种现象就是“飞返效应”^[18] (Boomerang effect)。飞返效应说明发生了自由流到堵塞流的相变。通过分析德国 A5 高速公路上 245 个堵塞, Helbing 等人^[19]发现有 18 个堵塞是飞返效应造成的, 并且飞返效应和卡车的超车行为有关。

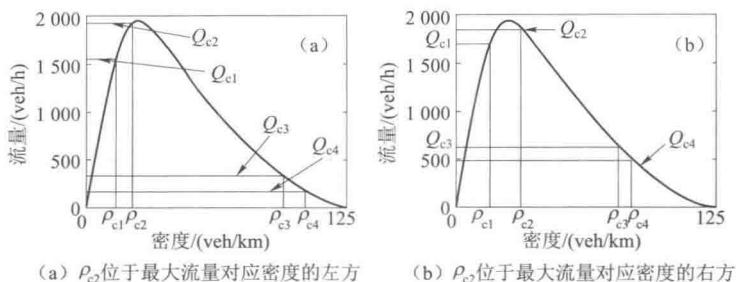
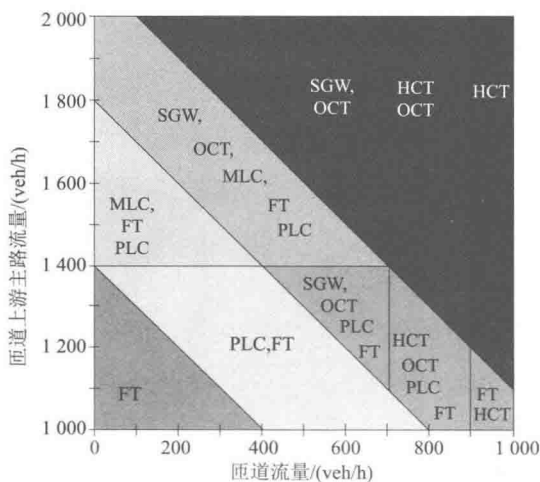
图 1.2 IDM 模型时空图^[18]

1993 年之前的基本图常采用凸函数形式, Kerner 和 Konhauser 首次使用了存在拐点的基本图^[21]。随后 Bando^[22]、Helbing^[23]、Lee^[24] 和 Treiber^[25] 等人也分别采用了其他的有拐点的基本图进行交通流的宏观和微观分析。Kerner 和 Konhauser 发现基本图上存在 4 个临界密度, 如图 1.3 所示: 当密度 $\rho < \rho_{c1}$ 和 $\rho > \rho_{c4}$ 时, 交通流处于稳定状态; 当密度 $\rho_{c2} < \rho < \rho_{c3}$ 时, 交通流处于线性不稳定状态; 当密度 $\rho_{c1} < \rho < \rho_{c2}$ 和 $\rho_{c3} < \rho < \rho_{c4}$ 时, 交通流处于亚稳定状态。密度 ρ_{c2} 可以位于最大流量对应密度的左方或右方, 当密度 ρ_{c2} 位于最大流量对应密度的右方时, 基本图方法模型就可模拟到扩展同步流模式 (WSP)。

在带瓶颈的开放系统中, 各种拥挤模式的产生条件由基本图的不稳定性决定, 可以通过相图表示^[20], 如图 1.4 所示。

1.2.1.3 基本图方法的实测拥挤模式

Helbing 等人^[17, 20, 23-27] 根据实测数据以及模型仿真将由孤立瓶颈造成的拥挤

图 1.3 基本图方法的车流稳定性的流量密度示意图^[20]图 1.4 基本图方法模型的相图^[20]

交通流分为固定局部堵塞 (Pinned Localized Cluster, PLC)、运动局部堵塞 (Moving Local Cluster, MLC)、时走时停波 (Triggered Stop-and-go Waves, TSG)、振荡拥挤交通 (Oscillating Congested Traffic, OCT)、均匀同步流 (Homogeneous Synchronized Traffic, HST) 和均匀拥挤交通 (Homogeneous Congested Traffic, HCT) 等模式, 如图 1.5 所示。OCT 和 TSG 的界定通常比较模糊, 仿真结果表明随着瓶颈强度的减弱, OCT 的振荡频率会逐渐减小, 振幅会逐渐增加, 相邻簇间的密度会逐渐降低, 当相邻簇间出现自由流时, 可认为是 OCT 过渡到 TSG。

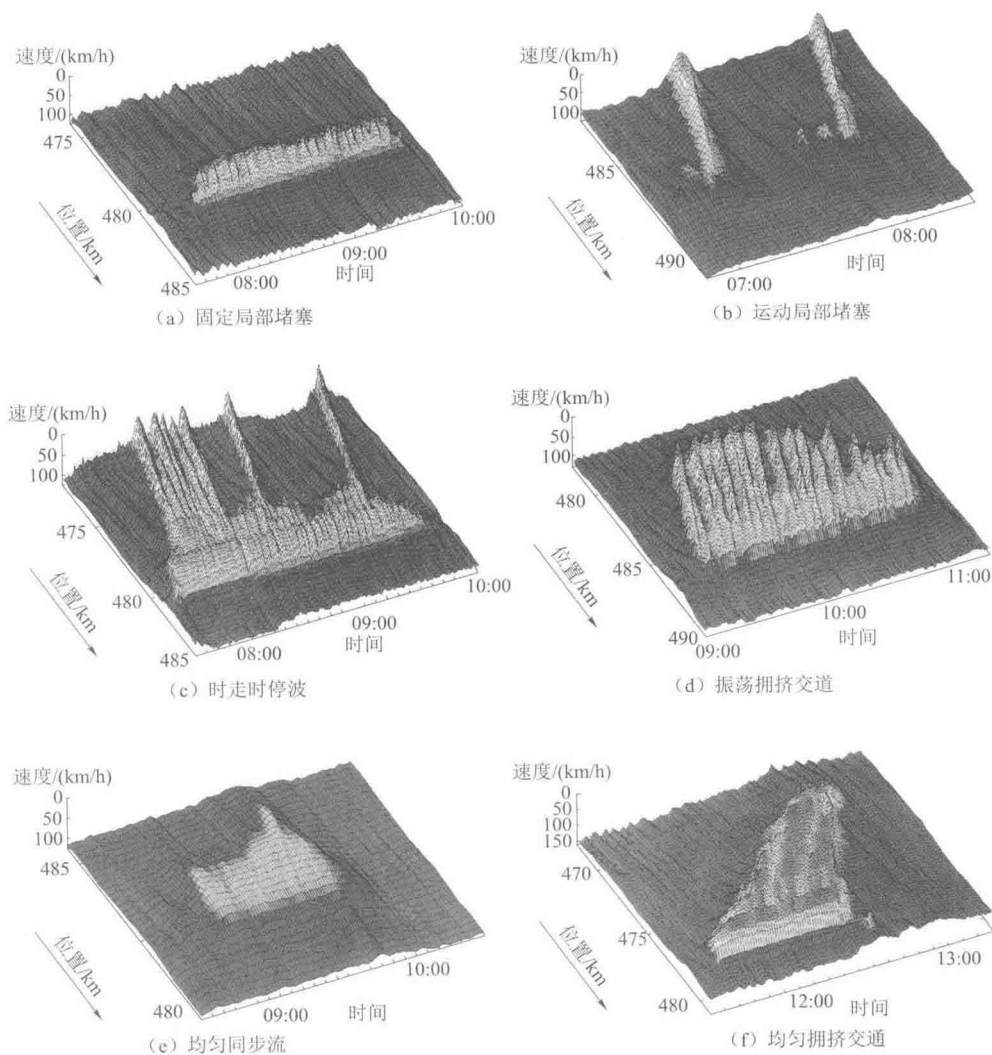


图 1.5 德国 A5 高速公路上的拥挤模式^[19]

1.2.1.4 基本图方法模型

在 20 世纪 90 年代中期之前, 几乎所有交通流模型都可归入基本图方法。基本图方法模型可以分为微观、宏观和中观三类。微观模型描述单个车辆的时空行为和车辆间的相互作用。宏观模型侧重描述大量车辆的集计行为, 不体现单车特性。中观模型兼有微观和宏观模型的基本特性。本书主要研究微观模型和宏观模型, 接下来分别讨论这两类模型。

1) 宏观模型

最经典的宏观模型是 Lighthill 和 Whitham^[14]以及 Richards^[28]在 20 世纪 50 年代提出的一阶连续介质模型(现在统称为 LWR 理论)。他们将交通流比作连续介质, 建立了车辆数量守恒的连续方程:

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} = f_+(x,t) - f_-(x,t) \quad (1-1)$$

其中 $\rho(x,t)$ 、 $q(x,t)$ 、 $f_+(x,t)$ 、 $f_-(x,t)$ 分别是道路上 x 点处 t 时刻的密度、流量、流入率和流出率。LWR 理论承认基本图的存在性, 认为均匀状态的流量和密度之间满足如下——对应的平衡流量密度关系:

$$q(x,t) = q(\rho(x,t)) \quad (1-2)$$

将方程 (1-2) 带入方程 (1-1) 得到:

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial q(\rho(x,t))}{\partial \rho(x,t)} \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial x} = f_+(x,t) - f_-(x,t) \quad (1-3)$$

方程 (1-3) 表明非线性波以波速 $c(\rho) = \partial q(\rho) / \partial \rho$ 传播, 并且在传播过程中振幅不会变化。由于采用了平衡流量密度关系, LWR 模型不能描述各类非平衡交通现象。为了解决这个问题, Payne^[29]在 LWR 理论的基础上提出采用如下动力学方程取代方程 (1-2):

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + u(x,t) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = -\frac{v}{\rho T} \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial x} + \frac{u_e(\rho(x,t)) - u(x,t)}{T} \quad (1-4)$$

其中 T 为松弛时间, v 是期望指数。方程左边是车辆加速度, 右边第一项是预期项, 描述驾驶员对前方交通状况的反应过程; 第二项是松弛项, 表示驾驶员调节自身车速以达到平衡速度 u_e 的过程。该模型可以模拟道路交通中非线性波的传播过程, 又可以分析车流小扰动失稳、时走时停波、相变等现象。Payne 利用该模型编制了第一个交通软件 FREFLO 程序^[30]。随后许多学者提出了不同形式的动力学方程取代方程 (1-2), 以及各种高阶模型^[21, 24, 27, 31-37]。

1995 年, Daganzo^[38]批判了当时的高阶模型, 指出它们存在特征速度大于宏观车流速度的问题。针对这个问题, 学者们陆续提出了一些各向异性模型^[23, 39-44], 例如 Helbing 和 Treiber 等人的 GKT 模型^[23, 44]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{u_e - u}{T} \quad (1-5)$$

其中 P 表示压力项: $P = f(\rho) = \rho \sigma_v^2(\rho)$, $\sigma_v^2(\rho)$ 表示速度方差。GKT 模型能够很好地描述交通流的不稳定性并且在一定程度上可以模拟同步流。Jiang 等人^[41]从全速度差跟驰模型出发, 利用微观变量和宏观变量之间的关系, 导出了速度梯度模型 (SGM 模型):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = c_0 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{u_e - u}{T} \quad (1-6)$$

以上介绍的是时间和空间连续的宏观模型。1994 年, Daganzo^[45-46]利用元胞自动机的概念, 建立了元胞传输模型 (Cell Transmission Model, CTM)。CTM 模型对时间和空间进行了离散化。首先将研究时域 $[0, T]$ 划分为 K 个时段, 每个时段的步长为 Δ , $T = K\Delta$; 其次将道路划分成若干相同长度的小段, 每段称为一个元胞, 每个元胞的长度为一典型车辆在交通畅通时一个时间步长的行程。如果流量 q 和密度 ρ 满足如下梯形关系:

$$q = \min\{\rho v, q_{\max}, v^s(\rho_{\text{jam}} - \rho)\}, 0 \leq \rho \leq \rho_{\text{jam}} \quad (1-7)$$

则 LWR 模型可以近似离散为以下迭代方程:

$$n_j(t+1) = n_j(t) + \gamma_j(t) - \gamma_{j+1}(t) \quad (1-8)$$

$$\gamma_j(t) = \min\{n_{j-1}(t), Y_j(t), (v^s / v)(N_j(t) - n_j(t))\} \quad (1-9)$$

其中 v 、 $q_{\max}$ 、 v^s 、 ρ_{jam} 分别是车辆的自由流速度、最大流量（或通行能力）、交通激波的速度和最大密度。下标 j 代表元胞 j ， $j+1$ （ $j-1$ ）代表 j 的下游（上游）元胞。变量 $n_j(t)$ 、 $\gamma_j(t)$ 、 $N_j(t)$ 、 $Y_j(t)$ 分别是 t 时刻元胞 j 内的车辆数、车辆实际流入率、一个元胞最多能够承载的车辆数和元胞所能接受的最大流入能力。方程（1-8）表示 $t+1$ 时刻元胞 j 上的车辆数 $n_j(t+1)$ 等于 t 时段元胞 j 上的车辆数 $n_j(t)$ 加上流入的车辆 $\gamma_j(t)$ 并减去流出的车辆 $\gamma_{j+1}(t)$ 。方程（1-9）表示流入元胞的车辆数不可能多于上游元胞的所有车辆，因为车辆不能凭空产生，不能多于元胞的最大流入能力，也不能多于元胞的剩余承载能力。方程（1-8）和（1-9）共同构成了 CTM 模型。

除去 CTM 模型外，交通流格子流体力学模型是另外一类基本图方法离散宏观模型，本书第二章将对其作专门介绍。

2) 微观模型

微观模型将交通流看成由大量车辆组成的复杂自驱多粒子系统，着眼于个体行为描述，主要包括跟驰模型和元胞自动机模型。

（1）跟驰模型

Reuschel 和 Pipes 提出了第一个跟驰模型^[15, 47]，假设后车速度是车间距的线性函数。Chandler 等人基于后车加速度与前后车速度差成比例的假设，并通过实验提出了另外一个跟驰模型^[48]，具体表述如下：

$$a_n(t) = \alpha \Delta v_n(t - \tau_n) \quad (1-10)$$

其中 $a_n(t)$ 表示驾驶员 n 在 t 时刻的加速度； α 表示灵敏度系数； $\Delta v_n(t - \tau_n)$ 为前后车的速度差，即 $\Delta v_n(t - \tau_n) = v_{n+1}(t - \tau_n) - v_n(t - \tau_n)$ 。 $v_n(t - \tau_n)$ 为车辆在 $t - \tau_n$ 时刻的速度； $v_{n+1}(t - \tau_n)$ 为前车 $n+1$ 在 $t - \tau_n$ 的速度； τ_n 是车辆 n 的反应时间。

Chandler 模型的主要缺陷是假定灵敏度系数在所有情形下均为常数；模型只

考虑了前后两车速度差对后车的作用,当前后车辆的速度相等时,无论两车之间的距离有多远,跟随车都不会做出反应。Gazis 等人^[49]对其进行了调整,假定灵敏度系数与车辆间距成反比,得到了如下方程:

$$a_n(t) = \frac{\alpha}{d_n(t - \tau_n)} \Delta v_n(t - \tau_n) \quad (1-11)$$

其中 $d_n(t - \tau_n)$ 表示 $t - \tau_n$ 时刻车辆 n 的车头间距。通过该模型可以得到 Greenberg 流量密度关系式^[50],这是统一宏观交通方法和微观交通方法的一次成功尝试。

随后 Gazis 等人^[51]对上述模型进行了推广,假定灵敏度系数与后车的速度成 m 次幂的正比例关系,与前后车之间的相对距离成 l 次幂的反比例关系:

$$a_n(t) = \alpha \frac{v_n(t)^m}{d_n(t - \tau_n)^l} \Delta v_n(t - \tau_n) \quad (1-12)$$

该模型称为 GM 模型 (General Motors Model)。通过对 GM 模型积分可以得到各种流量密度关系式,例如 $m=0, l=2$ 可得到 Greenshields 流量密度关系式^[13],这进一步证明了宏观方法和微观方法是相容的。

Newell 在 1961 年提出了另外一种跟驰模型^[52]。他认为车辆的速度调整机制与车间距 d_n 有关,并且假定车辆在延迟时间 τ 内会调整车速到最优速度,

$$v_n(t + \tau) = V(d_n(t)) \quad (1-13)$$

最优速度 $V(d_n(t))$ 为:

$$V(d_n(t)) = v_0 \{1 - \exp[-(d_n(t) - d_c) / v_0 T_f]\} \quad (1-14)$$

其中 v_0 是期望速度; T_f 表示在高密度交通情况下跟驰行为的安全时间间隔; d_c 是安全距离。随后 Bando 等人提出了被广泛应用的优化速度模型^[22] (Optimal Velocity Model, OVM):

$$\frac{dv_n}{dt}(t) = \frac{1}{\tau} (V(d_n(t)) - v_n(t)) \quad (1-15)$$

OVM 能够模拟实际交通流的许多特征,例如交通失稳、拥堵演化、时走时停等交通现象。实测数据辨识结果表明 OVM 会产生过高加速度及不切实际减速度,为此 Helbing 等人提出了广义力模型^[53] (Generalized Force Model, GFM)。Jiang 等人发现 OVM 和 GFM 模型的启动波波速及车辆运动延迟时间和实际差别很大,于是在 GFM 模型的基础上,提出了全速度差模型^[54] (Full Velocity Difference Model, FVDM)。

2000 年 Treiber 等人提出了隐含优化速度函数的智能驾驶模型^[25] (Intelligent Driver Model, IDM):

$$\frac{dv_n(t)}{dt} = a \left[1 - \left(\frac{v_n(t)}{v_0} \right)^4 - \left(\frac{d^*(v_n(t), \Delta v_n(t))}{d_n(t)} \right)^2 \right] \quad (1-16)$$

其中: a 是车辆最大加速度; v_0 是车辆最大速度; d_n 是车间距;

$d^* = d_0 + \max \left\{ 0, v_n(t)T + \frac{v_n(t)\Delta v_n(t)}{2\sqrt{ab}} \right\}$ 是期望间距, d_0 是停车间距, b 是车辆期望

减速度, T 是安全时间间距。

除去上述模型外,陆续有学者从不同角度提出了各种跟驰模型,例如考虑多车效应的模型^[55-59],惯性模型^[60],不同交通相使用不同控制方程的模型^[61],随机计及相对速度^[62],以及安全距离模型^[63-64]等。

(2) 元胞自动机模型

Nagel 和 Schreckberg 在 1992 年提出了著名的 NaSch 模型^[65]。在 NaSch 模型中,时间、空间及速度等变量均被整数离散化。道路被划分为由 L 个相邻元胞构成的集合,每一个元胞或者为空,或者被一辆车占据。每辆车的速度取 $0, 1, 2, \dots, v_{\max}$ 中的某个确定值,其中 $v_{\max}$ 为最大速度。NaSch 模型的更新规则如下:

- ① 加速: $v_n(t+1) = \min\{v_n(t) + 1, v_{\max}\}$
- ② 减速: $v_n(t+1) = \min\{d_n(t), v_n(t+1)\}$
- ③ 以概率 p 发生随机慢化: $v_n(t+1) = \max\{v_n(t+1) - 1, 0\}$