

高中代数 教学指导书

(上教版)

JIAOXUEZHIDAOSHU

JIAOXUEZHIDAOSHU

高中代数教学指导书

(上教版)

主 编	陈昌平	田万海	夏明德
顾 问	余元希		
编 者	余元希	田万海	夏益辉

上海教育出版社

高中代数教学指导书

【上教版】

主编 陈昌平 田万海 夏明德

上海教育出版社出版

(上海永福路 123 号)

新华书店上海发行所发行 上海群众印刷厂印刷

开本 787×1092 1/32 印张 12.375 字数 271,000

1988 年 7 月第 1 版 1988 年 7 月第 1 次印刷

印数 1—52,000 本

ISBN 7-5320-0890-8/G·865 定价: 2.60 元

前 言

经全国中小学教材审定委员会审定通过，由国家教育委员会批准颁布的全日制中小学十八个学科的教学大纲，于1987年春季开始实施。这套教学大纲是今后九年制义务教育和新的高中教学计划、教学大纲全面实施前的过渡性教学大纲，是今后一个时期教学的依据，教育质量评估的依据，编写与修订教材的依据，也是未实行新的考试改革办法之前毕业考试、升学考试和中学会考命题的依据。

正确理解和掌握教学大纲精神实质，掌握教学大纲规定的教学要求，是贯彻实施教学大纲的前提，是提高教育质量的保证。广大中小学教师、教学研究人员、教育行政领导，迫切希望有一套帮助理解和贯彻教学大纲中关于教学目的、教学原则和教学要求的教学指导书。据此，我们组织了北京、上海的全国中小学教材审定委员会部分审定委员、审查委员及一些有丰富教学经验的中小学教师相结合，编写了两套教学指导书。

这两套教学指导书分别反映了北京、上海和其他一些地区教学理论研究成果和教学实践经验，各具特色，对多数教师教学有一定的指导作用。对教学指导书中有些教学经验和观点的论述如有不同意见，可以提出讨论，借以活跃学术气氛，促进教育理论的发展。

教学指导书是指导教师教学的教学用书。教师在教学中，要从学生的实际出发，依据教学大纲处理教材，因材施教，切不可把教学指导书上的内容原封不动地搬到课堂上。两套教学指导书对问题的解释和阐述如果有差异，应以教学大纲为准。

根据教学大纲编写教学指导书是一项新的尝试。由于编写时间仓促，书中难免存在一些缺点和问题，我们殷切地希望广大教育工作者，通过教学实践提出修改意见，以便修改补充，使之不断完善。

国家教育委员会中小学教材办公室

1988年1月

告 读 者

受国家教委中小学教材办公室的委托，在中小学教学指导书（上教版）编辑委员会的领导下，我们编写了初中代数（上、下册）、几何和高中代数、立体几何、平面解析几何教学指导书共六册。编写这套教学指导书的目的是试图对国家教委制定的《全日制中学数学教学大纲》中所提出的中学数学教学目的、原则、内容和要求作一些解释，期望对读者领会和贯彻大纲的精神实质、提高数学教育质量有所帮助。

为此，我们先在各书的第一部分中，对中学数学教学总的目的与要求、内容的确定与安排、教学的原则与方法、测试与评鉴等方面的问题作概括阐述；再在第二部分中，根据各个分科的特点分别对本分科的地位作用、内容结构、教学要求和教学方法等方面的问题作进一步阐述。

各书的主要篇幅都在第三部分，在这一部分中，我们把大纲中规定的教学内容，划分为若干个单元，逐个地按以下四个方面进行单元分析。

1. 内容剖析：阐述本单元的地位和作用、内容的结构、重点、难点、及其关键所在。

2. 教学要求：对大纲中所规定的本单元教学内容的具体要求作进一步说明，使之更加明确。

3. 教学建议：指出本单元教学中需要注意的一些要点，提出教学方法上的一些建议。

4. 练习指引：编选能够体现教学要求的一些练习题，作为配题示例。另外，还列举一些综合性较强、难度较高的练习题，可供学有余力的学生练习，对这类练习，不作考查要求。

最后，在第四部分教学评鉴中，我们把教学内容的具体要求表格化，列出可以作为教师命题时使用的教学评鉴要求双向细目表，并列举几种类型的测试题。

此外，在这套教学指导书的某几册中，还有第五部分参考材料。在这一部分中，介绍与教学内容有关的数学理论、应用或史实上的一些背景材料和辅导学生数学课外活动的一些资料。

在编写过程中，我们虽然对大纲进行了反复钻研，也吸收了各地同行们的一些教学经验，但是，限于我们的水平，写作时间又比较仓促，书中缺点和错误在所难免。欢迎广大读者批评、指正，以便我们进一步修改。

中学数学教学指导书(上教版)编写组

1988年4月

目 录

中学数学教学概述	1
高中代数教学概述	19
单元分析	28
1. 集合、映射、函数	28
2. 幂函数	49
3. 指数函数和对数函数	67
4. 任意角的三角函数	89
5. 三角函数的图像和性质	115
6. 两角和与差的三角函数	140
7. 反三角函数和简单三角方程	167
8. 不等式	192
9. 数列、数学归纳法	209
10. 极限	229
11. 行列式和线性方程组	252
12. 复数	271
13. 排列、组合、二项式定理	292
14. 概率	314
教学评鉴	334
1. 评鉴要求	334
2. 测试题举例	345
参考资料	375
1. 数学归纳法	375
2. 算术平均数与几何平均数不等式	382

中学数学教学概述

《全日制中学数学教学大纲》(以下简称大纲),经全国中小学教材审定委员会审定,已由国家教委于1987年春季颁发,并在全国范围内开始实施。这一大纲是在原教育部1978年颁发的《全日制十年制学校中学数学教学大纲(试行草案)》(以下简称十年制大纲)、1983年颁发的《高中数学教学纲要(草案)》和国家教委1985年颁发的《调整初中数学教学要求的意见》的基础上,根据国家教委提出的“降低难度,减轻负担,教学要求明确、具体”的三项要求修订而成的。在九年制义务教育数学教学大纲和新的高中数学教学大纲正式颁发与实施之前,它是全国通用的过渡性的中学数学教学大纲,将作为教学、考试、教学质量评估以及修订或编写教材的依据。每一位从事于中学数学教学、中学数学教育研究的同志,都有必要对这一大纲认真钻研,领会其精神实质,在工作中加以贯彻。本概述将就中学数学教学的目的与要求、内容的确定与安排、教学的原则与方法以及教学的测试与评鉴四个方面的问题,作扼要的阐述。

一、教学的目的与要求

建国以来,中学数学教学大纲几经修改,但其中对中学数学教学目的的提法,基本上是一致的。在现行大纲中提法如

下:

“中学数学的教学目的是:使学生学好从事社会主义现代化建设和进一步学习现代科学技术所必需的数学基础知识和基本技能,培养学生的运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力,以逐步形成运用数学知识来分析和解决实际问题的能力。要培养学生对数学的兴趣;激励学生为实现四个现代化学好数学的积极性,培养学生的科学态度和辩证唯物主义的观点。”

为了便于掌握,可用三句话来对它加以概括,即:“学好双基,培养能力,进行思想情感教育”。

为达到这个教学目的,首先要明确数学基础知识,基本技能以及运算、逻辑思维、空间想象这三种基本能力的涵义和它们之间的关系。

大纲一开始就指出,数学是学习和研究现代科学和技术必不可少的基本工具。所以中学数学是一门重要的工具学科。要学好这门学科,就必须正确地理解其中的基本概念,掌握其中的基本规律(包括公理、定理、公式、法则等),运用重要的数学思想方法。这些基本概念、基本规律和数学思想方法,总起来也就是所谓数学基础知识。其中正确理解数学基本概念是掌握数学知识的前提;而牢固掌握公理、定理、公式、法则以及学会运用数学思想方法,则是学好数学、用好数学的必要条件。

数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学。要研究空间形式,需要把客观存在的事物,用图形表示出来,这就要绘图,识图;要研究数量关系,就要对数和式进行各种运算;要从已知事实出发导出正确的结论,就要进行正确的逻辑推理。所谓数学基本技能,主要就应包括上述三个方面的技能。

掌握一定的数学基础知识，是学好基本技能的前提。而一定的基本技能又为获得新知识提供基础。例如，不懂有理数相加、相乘的法则，就不会求 -2 与 -3 的和与积；不知道什么叫做三角形一边上的高，就画不出三角形各条边上的高；不知道怎样进行推理，就不会根据“三角形中任意两条边的和大于第三边”这个已知事实，对“长为 1cm ， 2cm ， 3cm 的三条线段能不能围成一个三角形”这样简单的问题作出正确的判断。但是，准确地作图能帮助我们观察和猜测：三角形的三条高相交于一点；凭借已有的知识，运用正确的逻辑推理就能证明这个猜测的正确性。数学基础知识与数学基本技能就是这样相辅相成，并且由于它们的相互作用而把我们的知识不断地由一个层次推进到更高的层次。

运算、空间想象和逻辑思维这三种基本能力，是上述三种基本技能的进一步的发展和提高。其中逻辑思维能力是核心。数学的一个重要特点是它具有高度的抽象性。一个数学概念的形成，通常要经过对具体事物进行观察、比较、分析、综合、概括、抽象、归纳、演绎的过程。一个数学命题的建立，往往要对概念进行分类，观察它们之间的关系，探索并揭露它们的演变规律，以达到新的认识。从已知的正确判断，推演出新的判断，常常是用类比、归纳的方法，先作出猜想，再加以科学的论证，如此等等，都需要在头脑里合理地进行思维活动。这一些也就是我们需要让学生培养起来的逻辑思维能力。一定的逻辑思维能力同一定的运算技能相结合，使运算正确、简捷、合理，这就形成运算能力。对空间的事物，通过观察、比较、分析、综合的过程，画出抽象的图形，以及反过来从抽象的图形、想象出它所反映的事物，这种从具体到抽象和从抽象到具体的思维活动能力，就是通常所说的空间想象能力。这

种能力的获得也是离不开逻辑思维能力的。

数学教学的最终目的是要使学生逐步形成运用数学知识分析和解决实际问题的能力。解决问题，不仅需要掌握基础知识、基本技能，而更重要的还需要具备运算、空间想象、逻辑思维这三种基本能力，而这三种基本能力，也正是需要在学习基础知识和基本技能的过程中逐步地培养起来的。所以，知识、技能、能力这三者应该是紧密地联系在一起的一个整体。在教学过程中应该充分注意到这一点，力图达到大纲所提出的教学目的。

学习要主动、积极，这样才能持久，才能收效。而目标愈是明确，积极性就会愈高，对学习感到有兴趣，学习就会主动。若能积极、主动，那么即使在学习中遇到困难，也会有毅力去克服。正因为这样，大纲在教学目的中提出了要培养学生对数学的兴趣，激励学生为实现四个现代化学好数学的积极性。

此外，数学作为一门课程，它不应该（也不可能）只是传授和学习数学知识，而应该为培养社会主义人才起到应有的作用。因此，它还必须培养学生言必有据、一丝不苟、坚持真理、修正错误的实事求是的科学态度；注意使学生通过教学内容逐步地认识数学来源于实践，又反过来作用于实践的辩证关系；逐步地了解事物普遍存在着运动变化和相互联系的观点；逐步地掌握具体与抽象、已知与未知、特殊与一般、简单与复杂、数与形、正与负、常量与变量等都在一定条件下互相转化的思想，以培养学生的辩证唯物主义观点。以上所述各种非智力因素以及在大纲第四部分之（二）中关于思想教育所述各项要求，在教学中都要予以重视。

这些就是大纲中所提教学目的的全面要求。

为了更好地达到上述教学目的,下面两点必须予以注意。

第一,这份大纲是在全国范围内实施的,我国幅员广大,不同地区、不同学校,在师资条件、学生文化水平、物质设备等各方面,差别很大。根据这种情况,大纲所提出的只是基本要求。这些要求全国各地的中学都必须达到。条件比较好的中学,可以而且也应该在达到基本要求的基础上,在不加重学生的课业负担的前提下根据实际情况,适当地提高教学的要求。

第二,为了克服教学的任意性,有效地提高教学的质量,大纲在每部分教学内容后面,增加了对各项知识教学、技能训练、能力培养和思想教育的具体要求。在对这些具体要求的阐述中,使用了“了解”、“理解”、“掌握”、“熟练掌握”四个层次的表达要求的用语。对于这些用语,教师应加以领会,并在教学中贯彻。

一般说来,“了解”指的是对单个概念、命题的涵义,有初步的认识,但知识还停留在感性认识阶段;而“理解”指的是对这些知识已经达到了理性认识的阶段,懂得概念或命题的来龙去脉,以及它和其他概念或命题之间的联系;至于“掌握”则是变成了自己认识结构的一部分,成了自觉的知识,有了运用的技能;在这基础上,进一步形成了能力,能够运用自如,也就达到了“熟练掌握”这一层次。但是在具体贯彻中,也应注意到知识、技能、能力这三者是紧密联系在一起的。因此,上述四个层次,虽然可以把“了解”与“理解”理解为主要是针对知识来说的两个层次,“掌握”与“熟练掌握”理解为针对技能、能力来说的两个层次,但也不能截然把它们分开。另外还应注意,大纲所提出的具体要求是针对教学这一内容时的要求来说的,而不是静止的,随着学生的知识、能力的成长,也应该逐步提高要求。例如,关于三角函数的概

念,初中代数中学习这一内容时,只提出了要“使学生了解三角函数的概念”这一要求,但是在数学中学习某一数学概念或者数学命题,总得加以运用,所以学习这一内容也不能局限在了解锐角三角函数的定义,而必须让学生学会应用定义,并联系到初中几何中已经学到的勾股定理,解一些如已知一个锐角的终边上的坐标求锐角三角函数值的问题。如果把“会”理解为掌握,这里也就有着掌握锐角三角函数的定义这一要求。又如,大纲在初中几何相交线、平行线这一部分对于平行线的判定和性质,只提出了“要使学生了解两条直线互相平行的判定和性质”,在学习这一内容时,也不能认为只需让学生知道两条直线互相平行的判定方法和说出它的有关性质,而必须让学生应用学到的知识来判别两直线是否互相平行或作一些简单的计算。在当时由于还没有学过定理、定理的证明等内容,还不可能让学生独立地应用它们来证明一些几何问题,但是随着学生知识的积累,能力的提高,也应该逐步提高要求。不是如此,后继的内容,如研究平行四边形的判定与性质等等也都无法学习下去了。

此外,大纲对具体要求的阐述中,对技能、能力的要求还使用了一些逐步提高的词语和一些限制性的词语。例如,关于解应用题,在一元一次方程教学中,要求“解简单的应用题”,“培养学生用代数方法解决问题的能力”;在二元一次方程组教学中,要求“进一步培养分析问题和解决问题的能力”;在解三角形这一部分的教学中,则要求“进一步培养学生把简单的实际问题转化成数学问题的能力”。限制性的词语有,“不要求”,“简单的”,“一些”等。使用这些涵义明确的用语,有可能使教学要求把握得更加准确些。

自然,应当注意:大纲提出的要求明确具体也是相对的,

更不可能详尽。因此,在执行大纲提出的教学要求时,主要要体现大纲的减轻负担,使学生能够生动活泼地学习的精神。

二、教学内容的确定与安排

大纲在开头的一段话中指出:“中学数学要选择参加现代化建设和学习现代科学技术所必需的并为学生所能接受的数学基础知识作为教学内容”。根据这一精神和前面所述的教学目的,大纲提出了确定教学内容的三条原则。这些原则可以用通常所说的“精选、增加、渗透”六字方针来进行概括。它是在制订十年制大纲时总结了国内外中学数学课程改革的经验的基础上提出来的。几年来的实践也证明这一方针是正确的。

“教育要面向现代化,面向世界,面向未来”。时代在前进,科学技术在不断发展,数学本身也日新月异;各方面对数学这一重要工具提出愈来愈高的要求。中学数学课程要与此相适应,也就必然要革新。有些内容,过去认为是重要的,现在情况就不同了。例如,计算器的普及,使常用对数表失去了它原有的重要性,现在只要学习一些最基本的知识,会查对数表、反对数表,会利用常用对数对不太复杂的算式进行计算就足够了。又如,平面几何里的轨迹和尺规作图,过去认为非常重要,对培养学生逻辑思维能力可以起到很大的作用。其实,用综合法解轨迹问题,用处毕竟不大,用平面解析几何的方法显然更为有效。因此这部分内容可以大量精简,要求可以放低,只要使初中学生能够了解轨迹的概念,熟悉六种基本轨迹,能根据它们直接得出其他的一些简单轨迹就足够了。尺规作图的情况大致也是如此,只要使学生掌握五种基本作图,掌握解最简单的几何作图题的步骤就可以了。这些在大纲

中都已得到了明确。轨迹和尺规作图的学习对于培养学生的逻辑思维能力，无疑可以起到很好的作用。但这只是途径之一，而不是唯一的途径。要在有限的时间内，让学生学好最必要、最有用的知识，必须分清教学内容的主次，把一些次要的和用处不大的内容加以删减，大纲提出“精简传统的中学数学内容”这一方针，原因就在于此。

精简传统的中学数学内容的同时，应按实际需要和可能，适当增加参加工农业生产和学习现代科学技术所需要的知识，并渗透一些现代数学思想，以适应各种不同的需要。在1978年制订，1980年修订的《全日制十年制学校中学数学教学大纲》中，根据这样的精神，在中学数学内容中增加微积分和概率统计、逻辑代数（有关电子计算机的数学知识）等的初步知识，并把集合、对应等思想适当渗透到教材中去。其后几年的实践证明，所增加的内容过多，要求过高，不切合我国当前的实际。为此，原教育部在1983年颁发了高中数学两种要求的教学纲要，把“基本要求内容”与“较高要求内容”分列了出来。现在的大纲是以“基本要求内容”为基础修订的，只要求在初中阶段增加统计的初步知识，在高中阶段增加极限的简单应用和概率的初步知识作为选学内容，以及适当渗透集合、对应等数学思想。和1978年制订的大纲比较，内容有了较大的删减，难度有了较大的降低。应当看到，这种删减是有利于教学质量的提高，而不是相反。正如原教育部1983年发出的《关于颁发高中数学、物理、化学三科两种要求的教学纲要的通知》里的一段话指出的：“教学应按照教学规律、循序渐进。基础知识学不扎实，更深更多的东西是学不好的。当前对高中数、理、化适当调整内容，实行两种教学要求，一是为了从实际出发，区别要求，使不同文化程度的学生都能在原有基

基础学有所得、逐步提高；二是为了减轻学生过重的学习负担，注重发展学生智力，培养能力，使学生能够生动活泼主动地学习；三是为了使中学教育全面地面向社会主义现代化建设，为学生就业和升学打下必要的基础。从表面上看，经过调整，部分学校的有些学科教学要求是降低了，但实际上只有这样才能更好地前进和提高。因此，这次调整高中数、理、化的教学内容是大面积地、扎扎实实地提高教育质量的积极措施”。实践也为这段论述作出了佐证。当然，我们在前面已经指出过，大纲所提出的只是基本要求，有条件的中学可以而且也应该在达到基本要求的基础上，在不加重学生的课业负担的前提下，根据实际情况，适当地提高教学的要求。例如，微积分被删除了，概率的初步知识被列为选学的内容，但是微积分和概率论的基本思想和方法对提高学生的文化素养是需要的、重要的。有条件的学校可以开设这类选修课程，或者按大纲的附录《高中数学教学纲要(草案)》“较高要求内容”来安排教学，但是这不能作为普遍的要求。把大纲规定的内容教好、学好，才是根本所在。

关于教学内容的安排，在大纲的引言中，提出了以下几点要求：“要符合唯物辩证法；要理论联系实际；要符合学生年龄特征，有利于学生掌握基础知识、基本技能和发展能力；要有利于发挥教师的主导作用和调动学生的主动性与积极性。”根据这些要求，大纲在第三部分“教学内容的安排”中进一步提出安排教学内容需要注意到的几点，并且规定了中学数学教学内容按分科、分阶段编排。在初中，一年级设代数，二年级与三年级并设代数与几何；在高中，先并设代数与立体几何，后并设代数与平面解析几何。

这里值得注意的，一是分学科，除初中一年级只设代数一