

高等学校物理实验教学示范中心系列教材

大学物理实验

(第二版)

◎主编 马靖 马宋设 施洋

高等教育出版社

高等学校物理实验教学示范中心系列教材

大学物理实验

Daxue Wuli Shiyan

(第二版)

◎主编 马靖 马宋设 施洋

高等教育出版社·北京

内容提要

本书是依照《理工科大学物理实验课程教学基本要求》(2010年版),总结近年来福州大学大学物理实验教学改革以及实验室建设的经验,在第一版的基础上修订而成的。本书实验原理简明扼要、实验方法清晰合理、数据处理规范,内容包括力、热、电、光、近代物理各领域的物理实验方法和技术,系统地介绍了实验的基本测量方法、不确定度、有效数字及其运算以及数据处理的基础知识。本次修订还通过二维码的方式适当地加入了一些视频资源,供读者参考。

本书可作为高等学校理工科各专业大学物理实验课程的教材。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 马靖, 马宋设, 施洋主编. -- 2 版

. -- 北京: 高等教育出版社, 2015. 12

ISBN 978-7-04-044579-4

I. ①大… II. ①马… ②马… ③施… III. ①物理学
- 实验 - 高等学校 - 教材 IV. ①O4 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 320228 号

策划编辑 程福平
插图绘制 杜晓丹

责任编辑 程福平
责任校对 高 歌

封面设计 张申申
责任印制 毛斯璐

版式设计 杜微言

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街 4 号
邮政编码 100120
印 刷 国防工业出版社印刷厂
开 本 787 mm × 1092 mm 1/16
印 张 20.75
字 数 510 千字
购书热线 010-58581118
咨询电话 400-810-0598

网 址 <http://www.hep.edu.cn>
<http://www.hep.com.cn>
网上订购 <http://www.hepmall.com.cn>
<http://www.hepmall.com>
<http://www.hepmall.cn>
版 次 2012 年 12 月第 1 版
2015 年 12 月第 2 版
印 次 2015 年 12 月第 1 次印刷
定 价 36.60 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换
版权所有 侵权必究
物 料 号 44579-00

前 言

物理学是一门实验科学,物理学的各种实验方法、测量手段广泛地应用于科学技术的各个领域。大学物理实验课是高等学校理工科类专业对学生进行科学实验基本训练的必修基础课程,其覆盖面广,内容丰富,是培养学生科学实验能力、提高科学素质的重要基础。

本书依照《理工科类大学物理实验课程教学基本要求》(2010年版),在总结近年来福州大学的物理实验教学改革以及实验室建设成果的基础上编写而成,包括力、热、电、光、近代物理及综合实验等共45个实验,并系统地介绍了物理实验的基本测量方法、测量误差、不确定度及数据处理的基础知识。本书编排循序渐进,可作为高等学校理工科各专业的大学物理实验课程的教材。

本书凝聚了我校所有物理实验教学中心的教师和实验技术人员的智慧和劳动,参与编写的人员包括:马靖、马宋设、施洋、黄敬宁、王小贞、翁卫祥、黄衍堂、杨开宇、陈晓鸣、王榕平、林丽华、沈正华、吕佩伟、郭君诚、许灿华、沈利托、郭朝辉、严天生、林珊、李维华、龚农、杨挺秀等。本书的编写得到了张丽华、黄建敏、陈知前、陆培民等教师的大力支持,也参考了国内大量的文献资料和许多兄弟院校的教材,汲取了不少宝贵经验,在此表示衷心的感谢。

由于我们水平和条件有限,书中难免有不妥或疏漏之处,敬请教师、实验技术人员及同学在使用过程中提出宝贵意见,我们将会再版中予以纠正,使之不断完善。

编 者

2015年10月10日

目 录

第一章 绪论	1
第一节 物理实验的基本测量方法	1
第二节 测量的不确定度	4
第三节 有效数字及其运算	11
第四节 数据处理方法	15
第二章 力学和热学实验	30
实验 1 基本测量	30
实验 2 物体密度的测定	37
实验 3 单摆运动特性的研究	42
实验 4 在气轨上测定物体的速度和加速度并验证牛顿第二定律	46
实验 5 拉伸法测定金属杨氏模量	54
实验 6 霍尔位置传感器法测杨氏模量	59
实验 7 金属线胀系数的测量	65
实验 8 测定物体的转动惯量	69
实验 9 声速测量	73
实验 10 导热系数的测定	79
实验 11 磁阻尼和动摩擦因数的测定	83
力学与热学实验小结	86
第三章 电磁学实验	89
电磁学实验基础知识	89
实验 12 电表的改装和校正	96
实验 13 多用表的使用	102
实验 14 用模拟法描绘静电场	109
实验 15 伏安特性曲线的测绘	113
实验 16 用单臂电桥测中值电阻	118
实验 17 用双臂电桥测量低电阻	123
实验 18 用电势差计测电池电动势	134
实验 19 双踪示波器的使用	140
实验 20 用示波器法观测铁磁材料的磁滞回线和磁化曲线	157
实验 21 RLC 串联电路的幅频特性和相频特性	167

实验 22 霍尔效应法测量磁场	172
实验 23 非平衡电桥	177
电磁学实验小结	182
 第四章 光学实验	184
光学实验基础知识	184
实验 24 测定薄透镜的焦距	186
实验 25 分光计的调整和三棱镜顶角的测定	191
实验 26 三棱镜折射率的测定	200
实验 27 用阿贝折射仪测溶液的折射率	204
实验 28 双棱镜干涉	207
实验 29 用牛顿环测曲率半径	209
实验 30 光栅的衍射	214
实验 31 用光谱仪观测原子光谱	218
实验 32 用旋光仪观测溶液的旋光性	222
实验 33 单缝单丝衍射	226
光学实验小结	230
 第五章 近代物理及综合实验	233
实验 34 元电荷的测定	233
实验 35 迈克耳孙干涉仪	243
实验 36 弗兰克-赫兹实验	250
实验 37 塞曼效应	256
实验 38 光电效应法测量普朗克常量	266
实验 39 晶体电光效应实验	272
实验 40 全息照相	282
实验 41 核磁共振	288
实验 42 光纤干涉及温度变化传感实验	295
实验 43 低温的获得与测量及半导体的低温特性实验	298
实验 44 铽化铟传感器的磁阻特性测量	307
实验 45 真空的获得与测量	312
 附录 常用物理数据	319

第一章 绪 论

第一节 物理实验的基本测量方法

测量结果的精度与测量方法、测量手段密切相关.同一物理量,在不同的量值范围,测量方法可能不同.即使在同一量值范围,对测量不确定度的要求不同就可能要选择不同的测量方法.下面概括介绍几种较常用的实验方法:比较法、放大法、平衡法、补偿法、干涉法、光谱法、转换法及模拟法.

一、比较法

比较法是最基本、最重要、最常用的测量方法之一.所谓测量就是将被测物理量与一个被选作计量标准单位的同类物理量进行比较,找出被测量是计量单位多少倍的过程.比较法就是将被测量与标准量进行比较而得到测量值的方法.

1. 直接比较测量法

将待测量与已知的同类物理量或标准量直接进行比较,主要是指与以实物量具复现的同类量直接比较而获得被测量量值的方法.例如用游标卡尺测量长度、用量杯测量液体体积、用砝码在等臂天平上测量质量等方法均属于直接比较测量方法.直接比较法使用简便,但其测量不确定度受测量仪器或量具自身测量不确定度的制约.

2. 间接比较测量法

多数物理量难以制成标准量具,无法通过直接比较法来测量,可以利用物理量之间的函数关系,先制成与被测量有关的仪器或装置,再利用这些仪器或装置与被测物理量进行比较.这种借助于一些中间量,或将被测量进行某种变换,来间接实现比较测量的方法称为间接比较法.例如伏安法测电阻等.间接测量精度高、稳定性好,但是测量步骤相对繁琐.

二、放大法

放大法就是指将被测量进行放大,以提高测量的分辨率和灵敏度的方法.在测量中有时由于被测量很小,甚至无法被实验者或仪器直接感觉和反应,如果直接用给定的某种仪器进行测量就会造成很大的误差.此时可以借助一些方法将待测量放大后再进行测量.常用的放大法有机械放大法、光学放大法、电学放大法和累积放大法等.

1. 机械放大法

机械放大是最直观的一种放大法,它通过机械部件之间的几何关系,使标准单位量在测量过程中得到放大.游标卡尺、螺旋测微器都是利用机械放大法进行精密测量的.

2. 光学放大法

常用的光学放大法有两种:一种是视角放大,它使被测物通过光学仪器形成放大的像,便于

观察,例如放大镜、显微镜、望远镜等;另一种是测量放大后的物理量,如光杠杆、复式光电检流计.

3. 电学放大法

电信号的放大是物理实验中最常用的技术之一,包括电压放大、电流放大、功率放大等.例如普遍使用的三极管就是对微小电流进行放大,示波器中也包含了电压放大电路.由于电信号放大技术成熟且易于实现,所以也常将其他非电学参量转换为电学参量放大后再进行测量.例如声速测量实验中的压电换能器是将声波的压力信号先转换为电信号,再放大进行测量.

4. 累积放大法

在物理实验中经常会遇到这样一些问题,受仪器精度的限制,单次测量的误差很大.此时可将这些物理量累积放大若干倍后再进行测量,以减小测量误差,提高测量精度.例如,用秒表来测量单摆的周期,如果测量单摆 50~100 个周期的时间,用总时间除以周期数来得到一个周期的时间,这样就可以降低因人的反应时间而引入的相对误差.

三、平衡法

平衡法是利用物理学中平衡态的概念,将处于比较的物理量之间的差异逐步减小到零的状态,判断测量系统是否达到平衡态来实现测量.在平衡法中,并不研究被测物理量本身,而是与一个已知物理量或相对参考量进行比较,当两物理量差值为零时,用已知量或相对参考量描述待测物理量.例如,用物理天平称衡物体质量、惠斯通电桥测电阻都是运用平衡法进行测量的.

四、补偿法

补偿法是通过调整一个或几个与被测物理量有已知平衡关系的同类标准量,去补偿被测量物理量的作用,使系统处于补偿状态,从而得到待测量与标准量之间的确定关系,测得被测量的量值的方法.补偿法通常与平衡法、比较法结合使用.例如,用电势差计测电动势就运用了补偿法,而迈克耳孙干涉实验中有一个补偿板,起到光程补偿的作用.

五、干涉法

干涉法是通过相干波产生干涉时形成稳定的干涉图样的分析,进行有关物理量测量方法.干涉法使瞬息变化、难以测量的动态研究对象变成稳定的静态对象,因而简化了研究方法,提高了测量精度.无论是声波、水波和光波,只要满足相干条件,相邻干涉条纹的波程差均等于相干波的波长.因此,通过计量干涉条纹的数目或条纹的改变量,实现对一些相关物理量的测量,如物体的长度、位移与角度,薄膜的厚度,透镜的曲率半径,气体或液体的折射率等.牛顿环实验及迈克耳孙干涉实验中都用到了干涉法.

六、光谱法

光谱法是基于多数光源发出的光都不是单色光,通过分光元件和仪器,将复色光进行分解,将不同波长的光按一定规律分开排列形成光谱,然后对光谱进行有关物理量的测量的方法.光谱法通常用来测定谱线波长.

七、转换法

许多物理量之间存在着各种各样的效应和定量的函数关系,转换法就是以此为依据,将某些因条件所限无法直接用仪器测量的物理量转换成可以测量的物理量来进行测量,或者为了提高待测物理量的测量精度,将待测量转换为另一种形式的物理量的测量方法.常用的转换法有:

1. 光电转换

利用光敏元件将光信号转换成电信号进行测量.

2. 磁电转换

利用磁敏元件或磁感应组件将磁学参量转换成电压、电流或电阻.典型的磁敏元件有霍尔元件、磁记录元件如读写磁头、磁带、磁盘等.

3. 热电转换

利用热敏元件将温度的测量转换成电压或电阻的测量.常用的热敏元件有半导体热敏元件、热电偶等.

4. 压电转换

利用压敏元件或压敏材料的压电效应将压力转换成电信号与激励压敏材料产生共振,从而进行测量的方法.常用的压敏材料有压电陶瓷、石英晶体等.

八、模拟法

模拟法是以相似性原理为基础的一种间接测量方法.该方法不直接研究物理现象或物理过程本身,而是用相似的理论人为地制造一个类同于研究对象的物理现象或过程的模型来进行科学研究的一种实验方法.

使用模拟法进行实验的基本条件是:模拟体与被模拟的对象之间必须具有相似的物理性质或服从同一自然规律;在建立模拟装置时还应保证几何条件、物理条件、边界条件和初始条件相同.模拟法按其性质可以分为几何模拟、动力模拟、物理量之间的替代模拟、电路实验模拟、计算机模拟等.

例如,用恒定电流场来模拟静电场就是物理量之间的替代模拟,它们所遵循的物理规律具有相同的数学形式.所以,只要保证产生恒定电流场的电极形状、空间位置、边界条件与静电场状态相似,就可以利用恒定电流场来模拟静电场.

计算机仿真物理实验系统运用了人工智能、控制理论和指导系统对物理实验和实验仪器建立内在模型.系统主模块包括:实验目的、实验原理、实验内容、数据处理、思考题等.操作时使用键盘和鼠标控制仿真仪器画面动作来模拟真实实验仪器,完成各模块中相应的内容.同时,指导系统根据得到的相应结果,在计算机屏幕上显示指导信息,用户根据所提示信息来完成仿真实验各个环节内容.

第二节 测量的不确定度

一、测量

测量是物理实验的基本操作,其结果应包括数值、单位及不确定度.

1. 直接测量与间接测量

直接测量是指把待测物理量直接与作为标准的物理量相比较,从而直接读出待测量的测量值.如用米尺测长度,电压表测电压等都是直接测量.

间接测量是利用待测量与一些能直接测定的物理量间存在的确定的函数关系,把这些量直接测定后代入函数关系中计算出待测的物理量.例如测一个均匀小圆柱体的密度,我们可以用游标卡尺和螺旋测微器分别测出它的高 H 和直径 D ,再用天平称出它的质量 m ,则待测物体的密度 ρ 为

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{4m}{\pi D^2 H}$$

2. 测量误差

任何物质都存在自身的各种特性,反映这些特性的物理量所具有的客观真实数值称为真值.测量的目的就是力图得到真值.然而由于测量仪器的限制,测量方法的不完善,周围环境的变化,人的感官的缺陷等因素的影响,测量结果总是与真值之间有一定的差异,这种差异就是误差.误差可以设法减少,但是不能完全消除.它自始至终存在于一切科学实验的过程之中.

二、误差的种类

测量的误差按其产生的原因与性质可分为系统误差与随机误差(偶然误差)两大类.

1. 系统误差

在一定实验条件下,误差数值的大小和正负或固定不变或按一定的规律变化,这种误差称为系统误差.其来源主要有以下四种.

A. 仪器误差:这是由于仪器本身的缺陷或没有按规定使用仪器而造成的.如仪器零点不准,天平不等臂,在 $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ 下标定的标准电阻在 $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ 下使用等.

B. 理论或方法误差:这是由于测量所依据的理论公式本身的近似性或方法不完善而产生的.如力学实验中无法消除摩擦力的影响,电学测量中没有把接触电阻和接线电阻考虑在内等.

C. 条件误差:这是由于实验条件不能达到理论公式所规定的条件而引起的.如单摆的周期公式 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ 的成立条件是摆角趋于零,这在实际的实验中是达不到的.

D. 习惯误差:这是由于观测者本人生理和心理特点造成的.如肉眼在刻度上估读时习惯偏向一个方向.

系统误差可根据其产生的原因采取一定的方法来减少或消除它的影响.如将仪器进行校正、

改变实验方法,对测量结果引入修正量等。

因为任何理论模型只是实验情况的近似,任何“标准”的仪器也总是有缺陷的,所以对系统误差作修正也只能做到比较接近实际,不能绝对地消除。实验中说消除系统误差影响是指把它的影响减少到偶然误差之下,就算完全消除了它的影响了。

2. 随机误差(偶然误差)

在相同条件下测量同一量时,由于偶然的不确定因素所造成的每一次测量值的无规则涨落称为随机误差。它主要来源有以下三种。

A. 多次测量的条件有无法控制的微小误差,如电磁波干扰,地壳震动,气流流动等影响。

B. 人的感官的灵敏程度的限制,如用米尺测某物体长度时,由于人眼判断能力的限制,在读取米尺两端读数时发生的误差。

C. 测量对象本身的不均匀性,如圆柱的直径不是处处一致,有大有小。

(1) 随机误差的正态分布

随机误差在测量次数很多时呈现一定的统计规律,当 n 趋于无穷大时其分布服从正态分布。标准的正态分布曲线如图 A-1 所示。图中 x 代表某一物理量的实验测量值, $p(x)$ 为测量值的概率密度,且

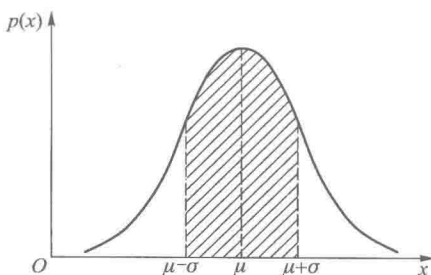


图 A-1 正态分布曲线

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

其中

$$\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad \sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}}$$

其特点如下:

单峰性——绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大;

对称性——绝对值相等的正负误差出现的概率相同;

有界性——在一定测量条件下,误差的绝对值不超过一定限度;

抵偿性——随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而越来越趋向于零,即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta x_i = 0$$

因此,通过多次测量求平均值的方法可以减少随机误差。

(2) 随机误差的估计

由于系统误差能设法消除,所以在讨论随机误差估计时,我们假设已消除了系统误差的影响。

① 算术平均值

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (\text{A-1})$$

当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时,平均值 $\bar{X}$ 趋近真值 X . 一般情况下, n 总是有限的, 所以 $\bar{X}$ 只是 X 的近真值.

② 标准偏差 S_x

每一次测量值 X_i 与平均值 $\bar{X}$ 之差称为残差

$$\Delta X_i = X_i - \bar{X} \quad (\text{A-2})$$

对于 n 次测量的标准偏差定义为

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta X_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad (\text{A-3})$$

(A-3) 式又称贝塞尔公式.

在相同条件下, 对同一量作多组重复的系列测量, 则每一组测量都有算术平均值, 每组平均值也不尽相同. $S_{\bar{x}}$ 则是表征同一被测量的各个测量系列算术平均值分散性的参量.

由误差理论可以证明算术平均值的标准偏差 $S_{\bar{x}}$ 为

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_x}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n(n-1)}} \quad (\text{A-4})$$

三、测量结果表示法

1. 用总不确定度表示

对测量结果一般采用如下表示:

$$X = \bar{X} \pm \Delta_x, \quad E_r = \frac{\Delta_x}{\bar{X}} \times 100\%$$

Δ_x 为总不确定度, E_r 为相对不确定度, 一般用百分数表示.

2. 用百分偏差表示

在重复前人的实验时, 为了迅速简单地对实验作出评价, 常把测得 $\bar{X}$ 与公认值 $X_{\text{公}}$ 相比较. 也用百分数表示, 即

$$B = \frac{\bar{X} - X_{\text{公}}}{X_{\text{公}}} \times 100\%$$

式中 B 叫做百分偏差. B 大于零表示测得值偏大, B 小于零表示测得值偏小.

四、直接测量结果总不确定度的估算

1. 总不确定度

不确定度是指由于测量误差的存在而对被测量值不能肯定的程度.

根据国际标准化组织等 7 个国际组织联合发表的《测量不确定度表示指南 ISO1993(E)》的精神, 大学物理实验的测量结果表示中, 总不确定度 Δ 从估计方法上也分为两类分量.

A 类: 指多次重复测量用统计方法计算出的分量 Δ_A ;

B类:指用其他方法估计出的分量 Δ_B ;它们可用“方-和-根”法合成,即

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} \quad (\text{A-5})$$

2. 总不确定度的 A 类分量 Δ_A

测量次数趋于无穷只是一种理论情况,在实际测量中,一般只能进行有限次测量,这时测量误差不完全服从正态分布规律,而是服从 t 分布.这时应在贝塞尔公式的基础上乘以一个因子 $t_p(n-1)/\sqrt{n}$,即

$$\Delta_A = \frac{t_p(n-1)}{\sqrt{n}} S_x \quad (\text{A-6})$$

式中 $t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 是与测量次数 n 、置信概率 p 有关的量.概率 p 确定了,测量次数 n 也确定了, $t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 就确定了.表 A-1 是 $t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 与 n 、 p 的部分数据.

表 A-1

$t_p(n-1)/\sqrt{n}$ n p	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20
0.683	0.76	0.60	0.51	0.45	0.41	0.38	0.36	0.34	0.27	0.23
0.90	1.69	1.18	0.95	0.82	0.73	0.66	0.61	0.56	0.45	0.38
0.95	2.48	1.59	1.24	1.05	0.93	0.84	0.77	0.72	0.56	0.47
0.99	5.74	2.92	2.06	1.64	1.40	1.24	1.12	1.03	0.77	0.64

大学物理实验中 n 的次数一般不大于 10 次.从表 A-1 可以看出,当 $5 < n \leq 10$ 时,因子 $t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 近似取为 1,误差并不大.这时 (A-6) 式可简化为

$$\Delta_A = S_x \quad (\text{A-7})$$

有关的计算还表明,在 $5 < n \leq 10$ 时,作 $\Delta_A = S_x$ 近似,置信概率 p 为 0.95 或更大.即当 $5 < n \leq 10$ 时已可使被测量的真值落在 $\bar{X} \pm S_x$ 范围内的概率接近或大于 0.95.所以我们可以这样简化,直接把 S_x 的值当作测量结果的总不确定度的 A 类分量 Δ_A .当然测量次数 n 不在上述范围或要求误差估计比较精确时,要从有关数据表中查出相应的因子 $t_p(n-1)/\sqrt{n}$ 的值.

为了方便教学,除特别要求外,大学物理实验中的置信概率 p 默认为 0.95,今后不再说明.

3. 总不确定度的 B 类分量 Δ_B

单次测量:对于只作一次测量时其 B 类不确定度 $\Delta_B = \Delta_{\text{仪}}$ ($\Delta_{\text{仪}}$ 为仪器误差,一般可取常规使用时仪器示值和真值之间可能产生的最大误差).

多次测量:实际上仪器的误差在 $[-\Delta_{\text{仪}}, \Delta_{\text{仪}}]$ 范围内服从正态分布、均匀分布或三角分布.考虑到物理实验相关数据大多服从均匀分布,为了简化教学,我们规定 B 类不确定度为

$$\Delta_B = \frac{\Delta_{\text{仪}}}{\sqrt{3}} \quad (\text{A-8})$$

当 $\Delta_{\text{仪}}$ 未知时,取仪器的最小分度值的一半为 $\Delta_{\text{仪}}$.

4. 总不确定度的合成

由(A-5)式、(A-6)式、(A-8)式可得

$$\Delta = \sqrt{\Delta_A^2 + \Delta_B^2} = \sqrt{\left[\frac{t_p(n-1)}{\sqrt{n}}S_X\right]^2 + \frac{\Delta_{\text{仪}}^2}{3}}$$

(A-9)

当测量次数 n 符合 $5 < n \leq 10$ 条件,且 p 为 0.95 时,上式简化为

$$\Delta = \sqrt{S_X^2 + \Delta_{\text{仪}}^2} / 3$$

(A-10)

例:用螺旋测微器分别测量铜棒的直径得到如表 A-2 所示数据.

表 A-2(单位:mm)

直径 D	$\bar{D}$	ΔD_i	$\Delta_A = S_D$	$\Delta_B^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \Delta_{\text{仪}}\right)^2$	Δ_D
7.859	7.854	0.005	0.004 5	0.000 005 4	0.006
7.854		0.000			
7.846		0.008			
7.854		0.000			
7.857		0.003			
7.854		0.000			
结果	$D = 7.854 \pm 0.006$				

五、 间接测量结果的不确定度及其传递与合成

在很多实验中,我们进行的测量都是间接测量.设间接测量由以下函数表示:

$$N = f(x, y, z)$$

其中 x, y, z 为相互独立的直接测量量, N 为间接测量结果.设 x, y, z 的不确定度分别为 $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$, 它们必然影响间接测量结果,使 N 也有相应的不确定度 Δ_N .这时可以分别计算由 x 的不确定度引起的 N 的不确定度 $(\Delta_N)_x$, 由 y 的不确定度引起的 N 的不确定度 $(\Delta_N)_y$ …… 然后把它们用“方-和-根”的方法合成为 N 的总不确定度 Δ_N .于是有

$$\Delta_N = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 (\Delta_x)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 (\Delta_y)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2 (\Delta_z)^2}$$

(A-11)

N 的相对不确定度:

$$\frac{\Delta_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x}\right)^2 (\Delta_x)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial y}\right)^2 (\Delta_y)^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z}\right)^2 (\Delta_z)^2}$$

(A-12)

常用的函数不确定度传递公式如表 A-3 所示.

表 A-3

函数表达式	不确定度传递(合成)公式
$N = x \pm y$	$\Delta_N = \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$
$N = x \cdot y$	$\frac{\Delta_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_y}{y}\right)^2}$
$N = \frac{x}{y}$	$\frac{\Delta_N}{N} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_y}{y}\right)^2}$
$N = \frac{x^k \cdot y^n}{z^m}$	$\frac{\Delta_N}{N} = \sqrt{k^2 \left(\frac{\Delta_x}{x}\right)^2 + n^2 \left(\frac{\Delta_y}{y}\right)^2 + m^2 \left(\frac{\Delta_z}{z}\right)^2}$
$N = kx$	$\frac{\Delta_N}{N} = \frac{\Delta_x}{x}$
$N = k\sqrt{x}$	$\frac{\Delta_N}{N} = \frac{1}{2} \frac{\Delta_x}{x}$
$N = \sin x$	$\Delta_N = \cos x \Delta_x$
$N = \ln x$	$\Delta_N = \frac{\Delta_x}{x}$

从表 A-3 可以看出,当函数为加减形式时,按(A-11)式求总不确定度.当函数为乘除法时,先按(A-12)式求相对不确定度比较简单.

注意:不同物理量测量的次数可能不同,各自采取不同的 t 因子,但要求合成时,各测量值具有相同的置信概率,这样合成以后,最终结果的不确定度才有共同的置信概率.

求间接测量结果的不确定度步骤如下:

- (1) 对函数求全微分(对加减法),或先取对数再求全微分(对乘除法);
- (2) 合并同一分量的系数.合并时,有的项可以相互抵消,从而得到简单的形式;
- (3) 系数取绝对值;
- (4) 将微分号变为不确定度符号;
- (5) 求“方-和-根”.

例:已知 $m = \bar{m} \pm \Delta_m$, $D = \bar{D} \pm \Delta_D$, $H = \bar{H} \pm \Delta_H$. 求 $\rho = \frac{4m}{\pi D^2 H}$.

解: $\ln \rho = \ln \frac{4}{\pi} + \ln m - 2 \ln D - \ln H$

对各直接测量量求偏导:

$$\frac{\partial \ln \rho}{\partial m} = \frac{1}{m}, \quad \frac{\partial \ln \rho}{\partial D} = -\frac{2}{D}, \quad \frac{\partial \ln \rho}{\partial H} = -\frac{1}{H}$$

而

$$\bar{\rho} = \frac{4\bar{m}}{\pi \bar{D}^2 \bar{H}}$$

$$E_r = \frac{\Delta_\rho}{\bar{\rho}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_m}{\bar{m}}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta_D}{\bar{D}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta_H}{\bar{H}}\right)^2}, \quad \Delta_\rho = \bar{\rho} \cdot E_r$$

从而,求得

$$\rho = \bar{\rho} \pm \Delta_\rho$$

第三节 有效数字及其运算

由于测量结果总存在误差,因此误差直接影响着测量数据及其计算结果的位数,这是实验数据测量、处理过程中一个基本而又重要的问题.记录或运算结果的位数多取就会扩大测量精度,反之则会降低测量精度,这样都不能真实地得出测量结果,并对其作出合理评价.因此在记录和运算时必须严格遵守有效数字的相关规则.

一、有效数字的概念

能够正确、有效地表示被测量实际情况的全部数字称为有效数字.它由可靠数字和可疑数字两部分组成,前者从测量仪器上准确读出,后者一般由估读而得,通常只取一位.例如,以最小刻度为 1 mm 的米尺测定某物体的长度,读出长度 $L=3.64$ cm,其中前两位是从米尺上读出的可靠数字,最后一位是主观估读出的可疑数字,所以这三位都是有效数字.

由此可见,有效数字位数的多少是由测量的不确定度决定的,这是处理一切有效数字问题的依据.对于直接测量结果的有效数字,其最后一位反映了测量的误差所在,体现了所用仪器的精度;对于间接测量结果的有效数字,其最后一位反映了测量的不确定度.

二、有效数字记录与修约时必须注意的问题

1. 仪器读数与有效数字

仪器上显示的所有数字(包括最后一位估读数),都真实地反映了被测量大小的实际信息,因而都是有效的,必须全部记录下来,不得多记或少记一位.

在实际测量中,应根据仪器的特点进行估读.除了数字式仪表或游标卡尺之外,其他刻度或指针式仪表均需估读到最小分度的下一位,其估计值的大小应根据仪器的误差、刻线的密集程度及观察者眼睛的分辨能力而定,一般可估读到最小分度的 $1/10$ 、 $1/5$ 或 $1/2$.

2. 仪器准确度与有效数字

用不同准确度的仪器测量同一物理量时,有效位数也不同.如测一钢板的厚度,用米尺测量,得 7.1 mm,为 2 位有效数字;用游标卡尺测量,得 7.12 mm,为 3 位有效数字;用螺旋测微器测量,得 7.118 mm,为 4 位有效数字.可见,对于同一测量量,仪器准确度越高,有效位数越多.

3. 测量方法与有效数字

有效数字的位数还与测量方法有关.如用最小分度为 0.1 s 的秒表测量单摆的一个周期,得 $T=1.9$ s;但如果连续测 100 个周期,得 $100T=189.4$ s,则 $T=1.894$ s,有效位数增加了,测量精度也提高了.这种方法在实验中经常用到,必须掌握.

4. “0”与有效数字

出现在数字中间与末尾的“0”均为有效数字,但在数字之前的“0”不是有效数字.例如:测得物体长度为 15.60 cm,有 4 位有效数字,物体质量为 0.047 8 kg,只有 3 个有效数字,前面的两个“0”不是有效数字.又如,用螺旋测微器测得铁棒的直径为 5.400 mm,后面的两个