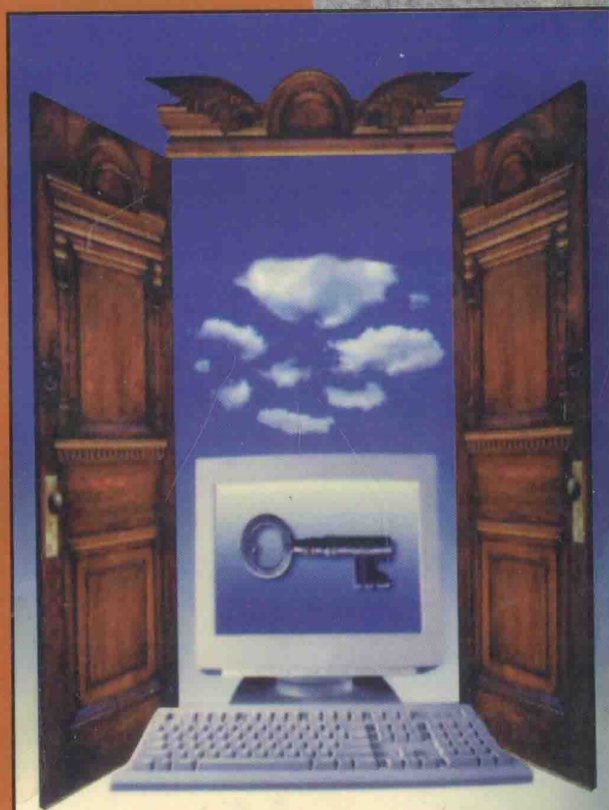


北/京/市/海/淀/区/教/师/进/修/学/校/主/编

高考分析与复习指导

数 学

明 突出能力
根据《国家教委改革高考评估制度》编写



光明日报出版社

高考分析与复习指导

数 学

北京市海淀区教师进修学校 主编

光明日报出版社

(微法全升第) 51 00-03 角 5

图书在版编目(CIP)数据

高考分析与复习指导:理科卷/北京市海淀区教师进修
学校主编. —北京:光明日报出版社,1997.10

ISBN 7-80091-421-6

I. 高… II. 北… III. 理科(教育)-高中-升学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 24125 号



光明日报出版社出版发行

(北京永安路 106 号)

邮政编码:100050

电话:63017788-225

新华书店北京发行所经销

北京市文佳印刷厂印刷

850×1168 1/32 印张 50 字数 1000 千字

1997 年 10 月 第 1 版 1997 年 10 月 第 1 次印刷

印数:1—20000 册

ISBN 7-80091-421-6/G · 591

定 价:60.00 元(理科全五册)

前言

《高考分析与复习指导》(以下简称《指导》)丛书由北京市海淀区教师进修学校主编,全套书包括语文、数学、英语、物理、化学、历史和政治七个学科。

《指导》丛书体现了海淀区教师进修学校的群体优势,呈现了海淀区教师群体教研的成果,展现了海淀区高中各个学科教学改革的经验。

《指导》丛书分三个部分撰写。第一部分包含两个内容。其一是,依据素质教育的总目标,在分析近年高考“考试说明”和历年高考试卷的基础上,探讨高考复习的内容要求。其二是,分析高考改革和发展的总趋势,捕捉考试理论和学科教学理论发展新的信息,从学生的学习规律出发,探讨提高高考复习效率的途径和方法。第二部分为专题复习。专题划分的主导思想有三条,第一条,突出主体知识的复习和关键能力的培养。选择提高学生学科素质的关键点、高考的必考点和学生复习的难点,进行专题的编排和设计。第二条,体现知识梳理和能力培养的有机结合。各章为一个大的专题,这一大专题中围绕一个核心,安排若干个小专题,以节的形式编写。每节体现对知识的梳理,要求学生在复习之中不断地改善自我的认知结构;通过对典型高考试题的分析,进一步加深对学科知识的理解,重在理清题目所给予的情境,主动获得题中包含的信息,学会深挖题意,抓住隐含信息;重在分析和综合,从中把握解题的思路;重在按

照科学而简捷的解题程序，迅速而准确地解答问题；第三条，强调学生的自我训练和自我纠正，进而达到全面提高学生能力的目的。为此，在各节的“运用实例”之后，编写了针对本节能力训练要求的练习题，并在书后给出参考答案，以便读者自我训练和自我纠正。《指导》丛书的第三部分是综合练习。在三套综合练习试卷之前，向读者提供本学科的重要的情境的分析方法，并对解答综合题的要领作必要的说明，指明解题的思路，有利于能力的培养和训练。

建议读者使用《指导》丛书时，一定要认真阅读《指导》丛书的第一部分的内容，明确自己的复习目标要求和掌握正确的复习方法。在复习目标的激励下，运用科学的复习方法，阅读和思考第二部分的内容。力求知识的完整、科学和系统；求得学科能力的全面发展。若在专题的复习中，发现复习的目标还存在不太明确之处或是感觉到复习的方法上，还有不得当的地方，应该再次地认真阅读第一部分的内容；在此基础上，认真审题，深入思考，着力寻找解题的思路。只能在前两部分的学习有了一定的成效之后再着手进入第三部分的复习。在第三部分的复习中，一定要培养从多角度、多方位、综合地分析和处理问题的能力。即在知识的整体上、能力的综合上和方法的多样上训练自己。通过书中的三个部分的复习和三个部分互相补充与互相促进，我们深信复习会收到成效。

高三数学册共三篇，第一篇对“考试说明”与近年高考试题进行了分析，指出了近年来高考数学试题的基本特点，提出了高三数学总复习的目标要求和建议。第二篇依高考要求进行专题分析，共分十三章，每章包括知识提要、运用实例、能力训练、答案与提示等四部分。第三篇是综合练习，共编排了三份高考模拟试题及参考答案，供读者选用。

本册参加编写的有：普诚兴、陈楚炎、范登宸、尹秀芬、陈

路、张振威。

由于本书编写时间紧迫和我们的研究还有待于进一步深入，所以书中可能存在许多不足，甚至错误，欢迎批评指正。

北京市海淀区教师进修学校编委会

1997年8月

出版说明

改“应试教育”为“素质教育”，必然要求高考从“知识型考试”向“能力型考试”转变，强化人才选拔功能，具体地说就是要科学地解决好高考怎么考、考什么的问题。北京市海淀区教师进修学校在上级部门的领导下做了许多先导性工作，这套丛书就是其重要成果之一。该丛书完整地体现了国家教委关于改革高考评估制度、突出能力考试的精神和最新“考试说明”的要求。丛书还将根据每年的高考政策和考试精神进行修订，及时反映改革内容和进程，以对转轨时期的高中教育和高考复习起正确的指导作用。

光明日报出版社

1997年10月

目 录

第一篇 对“考试说明”与近年高考试题的分析	(1)
第二篇 专题分析	(13)
第一章 函数	(13)
第二章 不等式	(44)
第三章 数列、极限、数学归纳法	(69)
第四章 复数	(92)
第五章 排列、组合、二项式定理	(111)
第六章 三角函数的图象与性质	(127)
第七章 两角和与差的三角函数	(147)
第八章 反三角函数与三角方程	(169)
第九章 直线与平面	(189)
第十章 多面体与旋转体	(213)
第十一章 直线和圆	(236)
第十二章 椭圆、双曲线和抛物线	(254)
第十三章 参数方程、极坐标	(279)
第三篇 综合练习	(299)
综合练习一	(299)
综合练习二	(304)
综合练习三	(308)
综合练习一参考答案	(313)
综合练习二参考答案	(318)
综合练习三参考答案	(323)

第一篇 对“考试说明”与近年高考试题的分析

近年来的高考数学试题既保持了“考试说明”出台以来形成的稳定风格,又在稳定的基础上积极探索,有新意、有特色,做到了“两个有利”,即有利于高校选拔有学习潜能的学生,也有利于中学数学的教学与改革.可以说,近年来的高考数学试题受到了中学界的广泛好评,起到了良好的导向作用.为了搞好高三数学总复习,明确复习目标和要求,研究、学习“考试说明”,研究学习近年来的高考数学试题是十分重要的.

一、近年来高考数学试题的基本特点

总的讲,近年来的高考数学试题恪守“考试说明”的要求,在知识内容的比例、题型的比例,以及深度、难度都没有超出“考试说明”规定的范围,而且在整体布局上,每个小题的选配上都精心设计,可以说做到了考查全面、比例适当,稳定中求发展,探索中有突破.

(一)命题的风格基本稳定,有利于稳定中学数学教学

1. 继续坚持以考查基础知识、基本技能、基本方法为重点的方向

近年来的高考数学试题始终把基础知识、基本技能、基本方法作为重点考查内容. 选择题和填空题在考查基本知识, 基本运算方面注意基本要求, 要求考生概念清楚、基本功扎实. 如对集合、三角函数的周期、简单的三角求值、反三角函数、排列、组合、二项式定理、数列的极限、极坐标等重要的基础知识, 几乎每年必考, 并不回避, 而且仍以选择题、填空题的形式出现, 题目源于教材, 难易适中, 有利于引导中学备考的师生全面复习、掌握基础.

同时, 注意稳定中求发展, 在基础题中设计了一些情境新颖的基础题, 注意从选择题、填空题开始就能将考生的成绩拉开档次.

2. 继续保持高中重要内容重点考查的特色

函数性态的研究(定义域、值域、对应法则、图单调性、奇偶性、最值问题), 不等式的解法与证明, 两个基本数列(等差数列、等比数列), 三角函数式的恒等变换, 立体几何中的线面关系, 解析几何的基本思想方法是高中数学的重点内容. 上述内容在近年来的高考数学试题中都占了主要地位, 成为重点考查内容. 近年来的解答题几乎全部涉及上述内容, 而且注意解题时入口较宽, 解法较多, 后几个解答题在解题过程中分设“关卡”, 层次分明, 做到了常考常新, 这些题目从考查的知识、内容到情境设计以及设问方式都对中学数学教学具有重要的指导意义.

3. 继续坚持以考查“通性、通法”为主的原则

近年来的高考数学试题十分注意以“通性、通法”为主, 避免了偏、怪或技巧性过强的题目, 对中学教学中有“越本超纲”之嫌的不搞, 不在教材的支节、非重点内容上做文章, 而是在“通性、通法”上下功夫, 创设新情境, 让考生同处于一条起跑线上竞争.

对于配方法、换元法、待定系数法、数学归纳法、反证法及不等式证明中的比较法、分析法、综合法和解析几何中的坐标法等常用基本方法, 在近年来的高考数学试题中也注意了常考常新.

4. 继续坚持考查基本数学思想

近年来高考数学试题将具有普遍意义的数学思想作为重要方面来考查. 如函数与方程的思想, 数形结合的思想, 分类讨论的思想, 转化与化归的思想等在近年来的高考数学试题中都得到了考查, 关于这方面的要求, 本文在后面还有叙述.

(二)适当降低文科试题难度,体现文、理两科的差别

前几年高考数学文、理两科试题的差别较小, 这是因为文科考生将来有许多人要学习管理方面的专业, 如企业管理、财务管理及财会专业、统计、税务等专业. 这些专业对数学知识的要求越来越高, 而学习数学不仅是学习一些数学知识、技能、方法, 更重要的是培养能力, 数学能培养人们表述清楚、思维缜密、推理严谨的能力. 显然, 这一点对文科学生也是十分重要的. 这就是前几年高考数学试卷中文、理科差别较小的主要原因.

考虑到目前我国文科考生的实际水平, 要使文科数学试题难度值也控制在 0.55 左右, 从 1995 年起, 文科试题与理科试题相比, 明显降低了难度, 不仅选择题、填空题文科题难度低于理科, 而且解答题也低于理科. 有的题目编排上成“姐妹型”, 虽然在考查的内容上与理科基本相同, 但在题目的深度上, 广度上不及理科.

我们认为文科试题根据考生的实际水平适当降低难度, 对调动文科学生学习数学的积极性, 扎扎实实地掌握一些基本的数学知识是十分有利的. 也就是说, 1995 年、1996 年、1997 年三年的文科数学试题对中学文科数学教学有良好的导向作用.

(三)适当增加试题中应用题的比重

引导学生用学过的数学知识解决生产和生活中的实际问题是近年来教育界的热门话题. 从 1993 年起, 高考数学试题强调了数学的应用意识, 并在连续两年的选择题、填空题中出现了应用题. 1995 年、1996 年连续两年由原来出小题改为出大题. 如 1995 年理科(24)(即文科(25))题编排设计了一个“鱼价”问题.

我们认为这道题出得好,背景新颖,有时代感,取材于市场经济中的实际问题,而所用的知识、方法不仅没有超出中学数学知识的范围,而且是中学数学中的函数、方程、不等式等重点内容,要求考生从文字语言中找到变量之间的依存关系,转化为中学数学熟悉的问题——求函数解析式、定义域、解不等式,从而使问题得到解决.又如1996年理科(23)[即文科(24)]题编排设计了一个“人口与耕地”问题,紧密结合我国国情,解决问题所用的知识也是中学数学的范围,1997年的应用题适当降低了难度,这对今后的中学数学教学具有重要的导向作用.

二、复习的目标和要求

(一)对知识、技能、方法和能力的总体要求

1. 基础知识与基本技能

基础知识一般指中学数学课程中涉及的一切概念、法则、性质、公式、公理、定理等.基本技能一般指在应用知识过程中逐渐形成的,可按照一定程序与步骤进行操作的本领.基本技能包括运算的基本技能,作图的基本技能以及简单推理的基本技能.

高考对基础知识的考查不仅要考查对知识的记忆与再识,更重要的是考查在理解基础上的应用和各部分知识之间的内在联系,加强对基础知识、基本技能考查的一个重要标志是考查全面.高中132个知识点,高考每年要考查80~90个,要覆盖高中教材十三章中全部的章和重点节.因此,全面复习基础知识、基本技能是非常重要的,忽视基础知识、基本技能的掌握,很难在高考中取得好成绩.

2. 基本方法

与基础知识、基本技能密切相关的是数学方法.基本数学方法是解决数学问题时所使用的具体方法,它不仅内涵明确,而且可操作,有步骤和具体作法,基本数学方法一般指配方法,换元

法,待定系数法,反证法和数学归纳法以及解析几何中的坐标法.高考对基本方法的考查是以教材中出现或使用的方法为主,强调的是常用的一般方法,而不是特殊的方法或技巧.

在高三数学总复习中要重视上述基本方法的使用和相互配合使用,比如在解一道具体问题时可能既要用配方法,又要用换元法.另外,一些更具体的方法也要掌握,如判别式法、代入法、裂项法、等积法、参数法等.

3. 数学思想

数学思想比数学方法要高一个层次,它往往不是解决某个具体数学问题时所使用的方法,而是解决某类数学问题时所使用的通法.目前中学数学思想主要是指:转化与化归的思想,分类讨论的思想,函数与方程的思想,数形结合的思想等.

(1)转化与化归的思想:解决问题的基本思想就是转化与化归的思想.比如将一个生产或生活中的实际问题先转化为一个数学问题,再将这个数学问题转化为已经解决或可以解决的数学问题,从而使问题获得解决.应当指出,一切转化都是有条件的,忽视了转化的条件就达不到转化的目的.特别要注意非等价的转化是否可以及怎样修正.

(2)分类讨论的思想:当对问题的整体研究有困难时,转而研究其各个局部,通过对各个局部的研究,完成对整体的研究,这就是分类讨论的思想.

从集合的意义上讲,分类的定义是:

设符合一定条件的对象的集合 A , 依对象的某一种性质 P 将 A 无遗漏无重复地分成若干真子集 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, 即满足

$$(i) A = \bigcup_{i=1}^n A_i;$$

$$(ii) A_i \cap A_j = \emptyset (i \neq j, i, j = 1, 2, 3, \dots, n)$$

则称 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 是 A 的一个(一级)分类.

如果对 $A_i (i=1, 2, \dots, n)$ 再分类,就构成对 A 的二级分类.

(3)函数与方程的思想:函数与方程都是中学数学最重要的内容,也是处理许多数学问题时经常要用的思想.函数是对于客观事物的运动变化过程中,各个变量之间的相依关系,以及其内部变化规律的数学反映.函数的思想就是指要用运动和变化的观点分析研究具体问题中的数量关系,通过函数形式把这种数量关系表示出来加以研究,从而使问题获得解决.

与函数的概念有必然联系的概念是方程,若变量的关系用解析式表示,则这个解析式又可视为一个方程.通过解方程的手段或对方程的研究,使问题得到解决,这就是方程的思想.

(4)数形结合的思想:中学数学研究的对象就是现实世界中的空间形式与数量关系.数形结合的实质就是把抽象的数学语言与直观的图形结合,使抽象思维与形象思维相结合.在运用数形结合的思想考虑问题时,既可以把数量关系的问题转化为图形的性质问题来解决,也可以把图形的性质问题转化为数量关系的问题来处理.

近年来的高考十分重视对数学思想的考查,所以备考的师生应认真体会,注意运用.

4. 数学学科能力

高考数学学科对能力考查的目标是运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力,以及运用所学数学知识和方法,分析问题和解决问题的能力,这四种能力的考查,随着高考改革的深入,逐年增强.

(1)运算能力:所谓运算能力主要是指关于数与式的组合变形与分解变形能力.运算能力是一种基本能力,是多年培养和训练而逐步形成的能力.高考对运算能力的考查,不仅要求会根据法则、公式、定理正确地进行运算,而且要求理解算理,能够根据题目的条件寻求合理、简捷的运算途径,以达到熟练、迅速地进行运算的目的.

(2)逻辑思维能力:正确、合理地进行判断、推理的思考能

力,包括观察、比较、分析、综合、抽象、概括、归纳、演绎、类比等. 逻辑思维能力是数学能力的核心,是一个人基本素质的主要标志. 高考对逻辑思维能力的考查,放在了一个重要的位置,不仅在运算及变形中考查逻辑思维能力,而且在研究空间形式的题目中加重了对逻辑思维能力的考查,特别是高考数学试卷中的几个解答题,更要求考生能简明、准确地运用数学语言表述自己的思想、观点,书写清晰、合乎逻辑.

(3)空间想象能力:是对空间图形的处理能力. 要求考生能根据文字语言或符号语言想象或画出图形,能够分析图形的基本元素及其位置关系,能够进行几何图形的分解、组合及变形,能将空间想象与计算和推理论证相结合.

(4)分析问题和解决问题的能力:是人们认识世界和改造世界的能力. 高考数学试卷主要考查考生利用所学的概念、定义、定理、公式、法则等知识和方法解决一些有一定综合性和思维层次较高的数学问题和现实生活中的问题. 显然,分析问题和解决问题的能力是比运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力层次更高的一种能力. 要通过长期培养和训练才能初步具备,而且在以后的学习中继续得到培养的锻炼.

(二)对各部分知识的具体要求

1. 代数部分

(1)幂函数、指数函数和对数函数

主要的知识、技能和方法是:正确地表示集合;求已知集合的交集、并集或补集;判断两个集合之间的包含或相等的关系;求函数的定义域;求函数的值域;求函数值;求已知函数的反函数;画已知函数的反函数的图象;求已知函数图象经过平移、对称变换后的函数解析式;画已知图象经过平移、对称变换后的图象;构造函数,求方程实根的个数;构造函数,解简单的不等式;判断函数在已知区间上的单调性;求已知函数(包括简单的复合函数)的单调区间;利用单调性比较两个数的大小;利用定义证

明函数的单调性;求已知函数在给定区间上的最大值或最小值;判断函数的奇偶性;会利用奇偶函数图象的对称性解决问题;会利用定义证明函数的奇偶性;会解简单的指数方程和对数方程;注意体会和运用函数的思想、数形结合的思想、换元法等.

(2)三角函数

主要的知识、技能和方法是:求三角函数的定义域或值域;判断三角函数的符号;利用三角函数的单调性比较大小;判断已知函数的奇偶性;求已知函数的周期;求已知函数的最大、最小值;求任意角的三角函数值以及三角恒等变形能力;由 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 画图象,由图象定 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的解析式;确定两个相关函数图象的变换关系;求对称轴或对称中心;构造函数求方程实根的个数等.

(3)两角和与差的三角函数

主要的知识、技能和方法是:将已知三角函数式化简;由已知条件求某些角的三角函数值;证明三角恒等式或条件等式;注意体会和运用方程的思想,分类讨论的思想等.

(4)反三角函数和简单三角方程

主要的知识、技能和方法是:求反三角函数值;进行反三角函数的三角函数运算以及三角函数的反三角函数运算;用反三角函数表示非主值区间上三角函数的反函数;利用反三角函数的单调性比较大小;解简单的三角方程以及换元法、化积法等.

(5)不等式

主要的知识、技能和方法是:使用比较法、综合法、分析法和数学归纳法证明不等式;使用均值定理求函数的最值;利用数轴解简单的高次不等式和分式不等式;用讨论法解无理不等式;用指数函数与对数函数的性质解指数不等式和对数不等式;用转化法解绝对值不等式;用图象法解简单的不等式;注意体会和运用函数的思想、数形结合的思想、分类讨论的思想、转化与化归的思想等.

（6）数列、极限、数学归纳法

主要的知识、技能和方法是：求代数式的值；由特殊到一般的归纳能力；对等差数列和等比数列会由已知条件求某项，求数列的项数，求数列前 n 次的和，求某些项的和；证明某数列是等差数列或等比数列；求极限的基本方法和技巧；数列求和的基本方法和技巧；数学归纳法的证明步骤与方法；等式、恒等式的证明技巧；从特殊到一般的归纳方法以及猜想发现能力、创造力等。

（7）复数

主要的知识、技能和方法是：求复数的模和辐角主值；复数代数式与三角式的互化；将非角式化为三角式；用代数式进行复数的加、减、乘、除运算；用三角式进行复数的乘、除、乘方、开方运算；用向量式进行复数的加、减、乘、除运算；会应用模的几何意义解决有关问题；在复数集内解一元二次方程；在复数集内分解二次三项式；用复数相等的条件解简单的复数方程；用复数开方的方法解二项方程等。

（8）排列、组合、二项式定理

主要的知识、技能和方法是：利用排列数、组合数公式及有关性质进行计算和证明；解决排列组合的应用问题；写出二项展开式；求二项展开式中的某一项；求二项展开式中某一项的二项式系数；求二项展开式中二项式系数最大的项；利用二项式定理证明有关问题以及用特殊值等方法分析问题和解决问题。

2. 立体几何部分

（1）直线和平面

主要的知识、技能和方法是：(i) 理解概念，并且能熟练应用。因为概念是计算、证明、画图的基础。这些概念主要是：空间两条直线的位置关系，直线和平面的位置关系，两个平面的位置关系，两条异面直线所成的角与距离，直线与平面所成的角，平行直线与平面间的距离，二面角，两平行平面间的距离，点到平