

高等学校教材

# 大学物理 (下)

主 编 熊红彦 赵宝群

高等教育出版社

高等学校教材

# 大学物理 (下)

D a x u e      W u l i

主 编 熊红彦 赵宝群

高等教育出版社·北京

## 内容提要

本书是根据教育部高等学校物理学与天文学教学指导委员会编制的《理工科类大学物理课程教学基本要求》(2010年版)在保留系列教材基本风格的基础上,特别针对本科院校大学物理课程教学的需求,对教学内容进行了更新与整合,并结合国内外非物理类尤其是工科物理教材改革动态和编者多年的教学实践经验编写而成的。

全书分为上、下两册,上册包括力学基础、振动与波动、热学等内容;下册包括电磁学、波动光学、近代物理学等内容。本书内容注意联系生活实际,满足高等学校多样化人才培养的要求,突出应用、特色鲜明。本书反映了人才培养模式和教学改革最新趋势,可作为应用型本科院校中各个专业大学物理课程的教学用书,还可作为一般读者了解基础物理理论与工程技术中应用物理内容的参考书。

## 图书在版编目(CIP)数据

大学物理.下/熊红彦,赵宝群主编.--北京:  
高等教育出版社,2016.1

ISBN 978-7-04-043987-8

I. ①大… II. ①熊… ②赵… III. ①物理学-高等学校-教材 IV. ①O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 234595 号

策划编辑 张海雁  
插图绘制 杜晓丹

责任编辑 王 硕  
责任校对 杨凤玲

封面设计 赵 阳  
责任印制 赵义民

版式设计 童 丹

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市西城区德外大街 4 号  
邮政编码 100120  
印 刷 北京市密东印刷有限公司  
开 本 787mm×1092mm 1/16  
印 张 18.5  
字 数 460 千字  
插 页 1  
购书热线 010-58581118

咨询电话 400-810-0598  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
网上订购 <http://www.landaco.com>  
<http://www.landaco.com.cn>  
版 次 2016 年 1 月第 1 版  
印 次 2016 年 1 月第 1 次印刷  
定 价 32.80 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换  
版权所有 侵权必究  
物料号 43987-00

# 目 录

## 第四篇 电 磁 学

第 8 章 真空中的静电场 .....	3	安培环路定理 .....	66
8.1 电荷 库仑定律 .....	3	11.4 磁场对运动电荷的作用 .....	71
8.2 电场强度及其叠加原理 .....	4	11.5 磁场对载流导线的作用 .....	75
8.3 静电场的高斯定理 .....	9	* 11.6 磁介质 .....	81
8.4 静电场的环路定理		* 11.7 铁磁质 .....	85
电势能 .....	16	阅读材料 11 .....	87
阅读材料 8 .....	24	习题 11 .....	90
习题 8 .....	26	第 12 章 变化的电磁场 .....	92
第 9 章 导体和介质静电学 .....	28	12.1 电磁感应定律 .....	92
9.1 导体的静电感应		12.2 感应电动势 .....	94
静电平衡 .....	28	12.3 自感和互感 .....	99
9.2 电容 电容器 .....	33	* 12.4 电容和电感的	
* 9.3 电介质中的电场		暂态过程 .....	101
电介质的极化 .....	37	12.5 磁场能量 .....	104
9.4 电介质中的高斯定理 .....	39	阅读材料 12 .....	108
9.5 静电场的能量 .....	42	习题 12 .....	110
阅读材料 9 .....	44	第 13 章 电磁场与电磁波 .....	112
习题 9 .....	46	13.1 位移电流	
第 10 章 直流电路 .....	47	麦克斯韦方程组 .....	112
10.1 电流 .....	47	13.2 电磁波的一般性质 .....	115
10.2 基尔霍夫定律 .....	50	* 13.3 电磁波的辐射和接收 .....	120
* 10.3 温差电现象 .....	52	阅读材料 13 .....	125
* 10.4 生物膜电位 .....	53	习题 13 .....	128
* 10.5 电泳 .....	56	第 14 章 交流电路 .....	129
习题 10 .....	58	14.1 正弦交流电 .....	129
第 11 章 恒定磁场 .....	60	14.2 正弦交流电路 .....	131
11.1 磁场 磁感应强度 .....	60	14.3 交流电路的功率 .....	133
11.2 毕奥-萨伐尔定律 .....	62	习题 14 .....	137
11.3 磁场的高斯定理和			

## 第五篇 波动光学

<b>第 15 章</b>	<b>光的干涉</b> .....	141	17.2	物质的二向色性 与马吕斯定律 .....	176
	15.1 光的相干特性 .....	141	17.3	反射与折射光的偏振 ..	179
	15.2 光的分波面干涉 .....	146	* 17.4	光的双折射 .....	181
	15.3 光的分振幅干涉 .....	149	* 17.5	偏振光的干涉 与旋光现象 .....	183
	* 15.4 光的干涉的应用 与干涉仪 .....	155	* 17.6	光的吸收、 散射和色散 .....	185
	阅读材料 15 .....	157		阅读材料 17 .....	189
	习题 15 .....	160		习题 17 .....	191
<b>第 16 章</b>	<b>光的衍射</b> .....	162	<b>第 18 章</b>	<b>光谱光度学基础</b> .....	192
	16.1 惠更斯-菲涅耳原理 .....	162		18.1 光谱学基础 .....	192
	16.2 夫琅禾费单缝衍射 .....	164		18.2 辐射度学的基本概念 ..	195
	16.3 夫琅禾费光栅衍射 .....	166		18.3 光度学基础 .....	197
	16.4 光学仪器的分辨率 .....	169		18.4 光度的测量 .....	200
	阅读材料 16 .....	172		习题 18 .....	202
	习题 16 .....	174			
<b>第 17 章</b>	<b>光的偏振</b> .....	175			
	17.1 自然光与偏振光 .....	175			

## 第六篇 近代物理

<b>第 19 章</b>	<b>狭义相对论</b> .....	205	20.7	原子的壳层结构 .....	255
	19.1 相对论的产生 .....	205		阅读材料 20 .....	257
	19.2 相对论基本原理 .....	208		习题 20 .....	264
	19.3 相对论运动学效应 .....	212	<b>第 21 章</b>	<b>X 射线</b> .....	265
	19.4 相对论动力学效应 .....	217		21.1 X 射线的产生 .....	265
	* 19.5 相对论的实验验证 .....	221		21.2 X 射线的衍射 .....	268
	阅读材料 19 .....	224		21.3 X 射线的应用 .....	270
	习题 19 .....	229		习题 21 .....	273
<b>第 20 章</b>	<b>量子物理学基础</b> .....	230	<b>第 22 章</b>	<b>高新技术物理 基础专题选读</b> .....	274
	20.1 黑体辐射的量子理论 ..	230		22.1 纳米材料 .....	274
	20.2 光的量子理论 .....	234		22.2 超导及其应用 .....	276
	20.3 玻尔氢原子理论 .....	238		22.3 传感器 .....	282
	20.4 实物粒子的波动性 .....	242		习题 22 .....	287
	20.5 薛定谔方程 .....	246			
	20.6 氢原子量子理论 .....	251			

## 第四篇 电磁学

电磁运动是物质的一种基本运动形式.人们对电磁现象的认识可以追溯到公元前 6 世纪.但是,对电磁现象的定量研究是从 18 世纪(1785 年)库仑定律的建立开始的.到了 18 世纪末期,通过库仑、卡文迪许、高斯、泊松等人的努力,建立了一套比较完整的静电学理论.人类对磁现象的认识最初来源于磁铁,人们曾经认为电现象和磁现象是相互独立的.直到 1819 年,奥斯特通过实验发现了电流的磁效应,1820 年安培提出分子电流的假设,解释了磁铁的磁性,确立了磁性起源于电流的观点.人们认识到电与磁在现象上是相互关联的,在本质上是相互统一的.1831 年,法拉第发现电磁感应定律,对电与磁的相互联系开始了定量的研究.法拉第最先提出了电场和磁场的观点,认为电力和磁力都是通过场作用的,使人们对电磁现象有了更为深刻的认识.1865 年麦克斯韦终于建立了电磁场基本方程,从而使电磁学形成一个完美的理论体系,从理论上预言了电磁波的存在,并且指出光也是一种电磁波.

电磁学理论在日常生活和工程技术中的应用非常广泛,许多自然现象都与电磁学有关,需要应用电磁学理论进行研究和解释.法拉第电磁感应定律和安培定律是发电机和电动机原理的理论基础,打开了人类进入电气化时代的大门;电磁波的发现导致了无线电通信技术的发展,将人类带入了电信时代.电力技术和无线电技术的发展和作为第二次工业革命的标志,在人类文明发展进程中起到了巨大的推进作用.在科学技术迅猛发展的今天,在各个专业领域都离不开电磁学,学习电磁学理论对于学习专业技术和提高科学素质是非常重要的.

本篇将系统介绍电磁学的基本理论:真空中的静电场、导体和电介质(绝缘体)的静电性质、恒定磁场、变化的电磁场和电磁波.



## 第 8 章 真空中的静电场

相对于观察者静止的电荷激发的电场叫做静电场.本章讨论真空中静电场的基本规律.从电场力以及电场力对电荷做功两个方面引入电场强度和电势这两个物理量描述电场特性;介绍反映静电场基本特性的电场强度叠加原理、高斯定理和静电场的环路定理等内容.

### 8.1 电荷 库仑定律

#### 8.1.1 电荷

大量实验表明自然界中只有两种电荷,1750 年美国物理学家富兰克林(B. Franklin)首先命名为正电荷和负电荷.同性电荷相互排斥,异性电荷相互吸引.带电体所带电荷的多少叫电荷量,电荷量是电荷多少的量度;电荷量的单位为库仑(C),常简称为电荷.

由摩擦生电的实验可见,当一种电荷出现时,必然有相等量值的异号电荷同时出现;一种电荷消失时,必然有相等量值的异号电荷同时消失.电荷既不能创造,也不会消灭,只能从一个物体转移到另一个物体,或从物体的一部分转移到另一部分.

在孤立系统中,无论其中的电荷如何迁移,也无论发生什么样的物理过程,系统的电荷的代数和保持不变,这称为电荷守恒定律.

在自然界中所观察到的电荷均为元电荷  $e$  的整数倍,即  $q = \pm ne (n = 1, 2, 3, \dots)$ .电荷的这种只能取分立的、不连续量值的特性叫做电荷的量子化.直到现在还没有足够的实验来否定这个规律.在所讨论的宏观现象中所涉及的电荷远比  $e$  大得多的情况下,可认为电荷连续地分布在带电体上而忽略电荷的量子性所引起的微观起伏.

1897 年汤姆孙(J.J. Thomson)发现了电子(electron).1913 年密立根(Robert Andrews Millikan, 1868—1953),设计了著名的油滴试验,直接测定了元电荷的量值,即一个电子所带电荷的绝对值  $e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$ .一般地说,使物体带电就是使它获得多余的电子或从物体中取出一些电子.

粒子带电都是正的或负的元电荷的整数倍,微观粒子所带的元电荷量常叫做它们各自的电荷量,都是正整数或负整数.

近代物理从理论上预言粒子由若干种夸克或反夸克组成,每一个夸克或反夸克带有  $\pm \frac{1}{3}e$  或  $\pm \frac{2}{3}e$  的电荷.至今尚未从实验中直接发现单独存在的夸克或反夸克.

大量实验表明,一切带电体的电荷不因其运动而改变,即系统所带电荷与参考系的选取无关.电荷的这一性质叫电荷的运动不变性.



## 8.1.2 点电荷 库仑定律

### 1. 点电荷

当一个带电体本身的线度比所研究的问题中所涉及的距离小得多时,这个带电体的大小和形状可忽略不计,该带电体就可称为点电荷.这是一种理想化的物理模型,具有相对意义,本身不一定是很小的带电体.正像力学中所有宏观物体都可以看成质点的集合一样,任何带电体都可以看成是点电荷的集合.

### 2. 真空中的库仑定律

带电体之间的相互作用力称为电场力,法国科学家库仑(Coulomb, 1736—1806)通过实验总结出真空中两个点电荷之间相互作用的基本规律,称为库仑定律,从而使电磁学从定性研究进入定量研究.

库仑定律可表述为:在真空中,两个静止的点电荷之间的相互作用力,其大小与它们电荷量的乘积成正比,与它们之间距离的二次方成反比;作用力的方向沿着两点电荷的连线,同号电荷相斥,异号电荷相吸.其数学表达式为

$$\boldsymbol{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \boldsymbol{r}_{12} \quad (8.1)$$

在国际单位制中,  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$ , 称为真空中的电容率.式中  $\boldsymbol{F}_{12}$  是  $q_1$  对  $q_2$  的作用力,  $\boldsymbol{r}_{12}$  是由  $q_1$  指向  $q_2$  的矢量.

$q_2$  对  $q_1$  的作用力为

$$\boldsymbol{F}_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{21}^3} \boldsymbol{r}_{21} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^3} \boldsymbol{r}_{12} = -\boldsymbol{F}_{12}$$

在库仑定律表示式中引入真空电容率和“ $4\pi$ ”因子的做法,称为单位制的有理化.两个以上静止点电荷之间的作用力遵循力的叠加原理,即两个以上的点电荷对一个点电荷的作用力等于各个点电荷单独存在时对该点电荷作用力的矢量和.

库仑定律是直接由实验总结出来的规律,  $r$  在  $10^{-15} \rightarrow 10^7 \text{ m}$  范围内正确有效,它是静电场理论的基础.

### 思考题

思 8.1 点电荷间的库仑定律遵守牛顿第三定律吗?

思 8.2 设电荷均匀分布在一空心均匀带电球面上,若把另一点电荷放在球心上,这个电荷能处于平衡状态吗?如果把它放在偏离球心的位置上,又将如何呢?

## 8.2 电场强度及其叠加原理

### 8.2.1 电场

电荷间存在着力的作用,这种相互作用是怎样实现的?历史上曾有过两种不同的看法,在很长的时间内,人们认为带电体之间是超距作用,即二者直接作用,也不用介质传递,即

## 电荷 $\longleftrightarrow$ 电荷

到了 20 世纪,法拉第提出新的观点,认为在带电体周围存在着一种特殊物质——电场,电场是物质的一种存在形式.带电体通过它的电场对位于电场中的另一带电体施力,这种力称为电场力.任何电荷都在它周围空间产生电场.电荷之间的相互作用正是通过电场实现的.库仑力即是静电力.建立电场的电荷通常称为场源电荷.静止电荷所产生的场是不随时间而变化的稳定电场,通常叫做静电场.

## 电荷 $\longleftrightarrow$ 电场 $\longleftrightarrow$ 电荷

近代物理学证明后者是正确的.

### 8.2.2 电场强度

为了讨论电场的情况,我们引入试探电荷  $q_0$  的概念.从静电场的力的表现出发,利用试探电荷来引出电场强度概念来描述电场的性质.

试探电荷必须满足两个条件:首先它本身所带的电荷  $q_0$  应当足够小,这样它的引入才不会影响原来电场的情况;其次它的线度应当小到可以将它视为点电荷,这样才能借助它来确定电场中每一点的性质.

由库仑定律可知,试探电荷  $q_0$  在电场中某点所受的力不仅与该点所在的位置有关,而且与  $q_0$  的多少有关.实验发现,将  $q_0$  加倍,则受的电力也增加为相同的倍数,即试探电荷分别带有电荷  $q_0, 2q_0, 3q_0, \dots, nq_0$  时,它所受的力分别为  $F, 2F, 3F, \dots, nF$ .

$$\frac{\text{力}}{\text{试探电荷}} = \frac{F}{q_0} = \frac{2F}{2q_0} = \frac{3F}{3q_0} = \dots = \frac{nF}{nq_0}$$

可见,这些比值都为  $\frac{F}{q_0}$ ,与试探电荷无关,仅与 A 点电场性质有关,因此,可以用  $\frac{F}{q_0}$  来描述电场的性质.于是我们定义这一比值为描述电场具有力的性质的物理量,称为**电场强度**,简称场强,用符号  $E$  来表示,则

$$E = \frac{F}{q_0} \quad (8.2)$$

可见电场中任一点的场强其大小等于单位正电荷在该点所受的电力,场强的方向也就是正试探电荷在该处受力的方向.在国际单位制中场强的单位是  $\text{N} \cdot \text{C}^{-1}$ ,也可写成  $\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$ .

应该指出,电场是客观存在,它仅决定于场源电荷的分布,与是否引入试探电荷无关,而试探电荷的作用则在于显示电场的存在.空间各点的  $E$  都相等的电场称为均匀电场或匀强电场.

### 8.2.3 场强叠加原理

电力是矢量,它在叠加时服从矢量叠加原理.试探电荷放在元电荷为点电荷系  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  所产生电场中的 A 点,实验表明  $q_0$  在 A 处受的电力  $F$  是各个点电荷各自对  $q_0$  作用力  $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$  的矢量和,即

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_n$$

按场强定义

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{F_1}{q_0} + \frac{F_2}{q_0} + \frac{F_3}{q_0} + \cdots + \frac{F_n}{q_0} = E_1 + E_2 + E_3 + \cdots + E_n$$

$$E = \sum_{i=1}^n E_i \quad (8.3)$$

由此可见,点电荷系电场中任一点处的总场强等于各个点电荷单独存在时在该点产生的场强矢量和,这称为场强叠加原理。

因此,只要知道点电荷的场强和场源系统的电荷分布情况,便可计算出任意带电体系电场的场强。以上原理不仅对于点电荷电场的叠加,而且对于任意带电体系电场的叠加都是正确的。

库仑定律与叠加原理是静电学中最基本的内容,将两者结合起来,原则上可以解决静电学中的各种问题。

## 8.2.4 电场强度的计算

### 1. 点电荷电场的电场强度

设真空中有一场源点电荷  $q$ , 在它所建立的电场中任意一点  $P$  的场强可由库仑定律求得。设点  $P$  与场源电荷间的距离为  $r$ , 将试探电荷  $q_0$  置于  $P$  点上, 它所受的电力

$$F = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r$$

由场强定义知

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r \quad (8.4)$$

式(8.4)中  $r$  是由  $q$  指向点  $P$  的矢量大小。当场源电荷  $q$  为正时,  $E$  与  $r$  同方向, 如图 8-1 所示; 当  $q$  为负时,  $E$  与  $r$  反方向。该式表明点电荷的电场以其场源为中心呈球形对称分布。

### 2. 点电荷系电场的电场强度

在点电荷系  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  所产生电场中的  $A$  点, 由场强叠加原理

$$E = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2} e_{r_i}$$



图 8-1 点电荷的场强

### 3. 连续带电体电场的电场强度

对于电荷连续分布的带电体, 可先将带电体分割为无穷多个电荷元  $dq$ , 每一个电荷元均可视为一个点电荷,  $dq$  产生场强为

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r$$

对电荷元的场强进行积分, 即可得出整个带电体电场中的场强

$$E = \int dE = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} e_r \quad (8.5)$$

### 4. 电偶极子

等量异号点电荷相距为  $l$ , 如图 8-2 所示, 这样一对点电荷称为电偶极子。由  $-q \rightarrow +q$  的矢量  $l$  叫做电偶极子的轴,  $p = ql$  叫做电偶极子的电偶极矩, 简称为电矩。

在一正常分子中有相等的正负电荷, 当正、负电荷的中心不重合时, 这个分子构成了一个电

偶极子.

**例 8.1** 已知电偶极子的电矩为  $\boldsymbol{p}$ , 求: (1) 电偶极子在它轴线的延长线上一点  $A$  的  $\boldsymbol{E}_A$ ; (2) 电偶极子在它轴线的中垂线上一点  $B$  的  $\boldsymbol{E}_B$ .

解 (1) 如图 8-2 所示取坐标系,

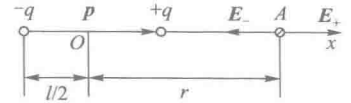


图 8-2

$$\boldsymbol{E}_A = \boldsymbol{E}_+ + \boldsymbol{E}_-$$

$$E_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(r - \frac{l}{2}\right)^2}, E_- = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(r + \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$E_A = E_+ - E_- = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} \right] = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2 - \left(r - \frac{l}{2}\right)^2}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2 \left(r + \frac{l}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{2lr}{r^4 \left(1 - \frac{l}{2r}\right)^2 \left(1 + \frac{l}{2r}\right)^2} \approx \frac{2ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$\boldsymbol{E}_A = \frac{2\boldsymbol{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3} \quad (\boldsymbol{E}_A \text{ 与 } \boldsymbol{p} \text{ 同向})$$

(2) 如图 8-3 所示取坐标系,

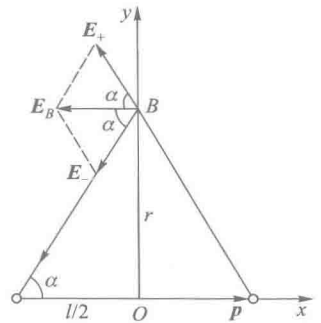


图 8-3

$$\boldsymbol{E}_B = \boldsymbol{E}_+ + \boldsymbol{E}_-$$

$$E_+ = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)} = E_-$$

$$E_{Bx} = -(E_+ \cos \alpha + E_- \cos \alpha) = -2E_+ \cos \alpha$$

$$= -2 \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)} \cdot \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{r^2 + \frac{l^2}{4}}}$$

$$= \frac{-ql}{4\pi\epsilon_0 \left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}} \approx \frac{-ql}{4\pi\epsilon_0 r^3} = \frac{-p}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$E_{By} = 0$$

$$\boldsymbol{E}_B = \boldsymbol{E}_{Bx} = -\frac{\boldsymbol{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

**例 8.2** 设电荷  $q$  均匀分布在半径为  $a$  的圆环上, 计算在环的轴线上与环心相距  $x$  的  $P$  点的场强.

解 取坐标系如图 8-4 所示, 把圆环分成一系列电荷元,  $dl$  部分所带电荷  $dq = \frac{q}{2\pi a} dl = \lambda dl$ , 在  $P$  点产生的场强为

$$dE = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$dE_x = dE \cos \theta = \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta$$

其中  $\cos \theta = \frac{x}{(x^2+a^2)^{\frac{1}{2}}}$ ,  $r^2 = (x^2+a^2)$ ;  $x, a$  为定值. 则

$$E_x = \int_0^{2\pi a} \frac{\lambda dl}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cos \theta = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

根据对称性可知,  $E_{\perp x} = 0$ ,

$$E = E_x = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

结论:

- (1)  $E$  与圆环平面垂直;
- (2) 当  $x=0$  时, 即环中心处,  $E=0$ ;
- (3) 当  $x \gg a$  时,  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2}$ ,  $x$  轴上  $E$  关于原点对称.

从上式可以看出, 当某点远离带电圆环时, 计算此点的电场强度, 可将带电圆环视为电荷全部集中在环心的点电荷来处理.

**例 8.3** 有一均匀带电直线, 长为  $l$ , 电荷为  $q$ , 求距直线垂直距离为  $r$  处  $P$  点的场强.

**解** 取坐标系如图 8-5 所示, 把带电体分成一系列点电荷, 设  $\lambda = \frac{q}{l}$ , 则  $dy$  段在  $P$  处产生场

强为

$$dE = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r'^2} = \frac{\lambda dy}{4\pi\epsilon_0 (y^2+r^2)}$$

由图示几何关系可知

$$y = r \tan \beta = r \tan \left( \theta - \frac{\pi}{2} \right) = -r \cot \theta$$

$$dy = r \csc^2 \theta d\theta$$

$$y^2 + r^2 = r^2 (1 + \cot^2 \theta) = r^2 \csc^2 \theta$$

可得

$$dE = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} d\theta$$

$$dE_x = dE \sin \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \sin \theta d\theta$$

$$dE_y = dE \cos \theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \cos \theta d\theta$$

$$E_x = \int dE_x = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda \sin \theta d\theta}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

$$E_y = \int dE_y = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\lambda \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r} d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1)$$

讨论: 无限长均匀带电直线  $\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi$ , 则

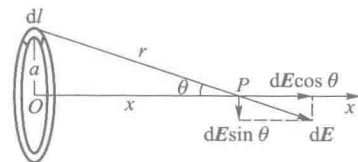


图 8-4 均匀带电圆环轴线上的场强

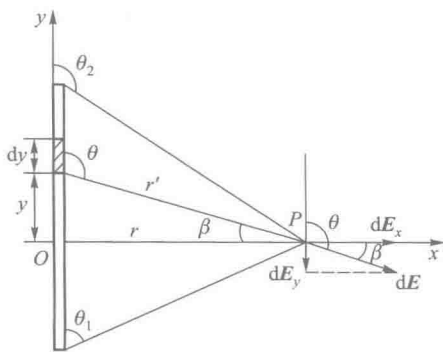


图 8-5 均匀带电直线

$$E_x = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}, E_y = 0$$

即电场强度垂直无限长带电直线,  $\lambda > 0$ ,  $E$  背向直线;  $\lambda < 0$ ,  $E$  指向直线.

**例 8.4** 一个半径为  $R$  的均匀带电半圆环, 电荷线密度为  $\lambda$ , 求环心处  $O$  点的场强.

**解** 如图 8-6 所示, 在圆上取  $dl = R d\varphi$ ,  $dq = \lambda dl = R\lambda d\varphi$ , 它在  $O$  点产生场强大小为

$$dE = \frac{\lambda R d\varphi}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

方向沿半径向外. 则

$$dE_x = dE \sin \varphi = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \sin \varphi d\varphi$$

$$dE_y = dE \cos (\pi - \varphi) = \frac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \cos \varphi d\varphi$$

积分得

$$E_x = \int_0^\pi \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \sin \varphi d\varphi = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

$$E_y = \int_0^\pi \frac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \cos \varphi d\varphi = 0$$

$$E = E_x = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}$$

场强方向沿  $x$  轴正向.

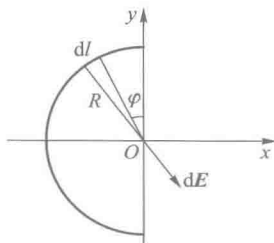


图 8-6 均匀带电半圆环的场

### 思考题

**思 8.3** 两个点电荷相距一定距离, 已知在这两点电荷连线中点处场强为 0, 你对这两个电荷的大小和符号可得出什么结论?

**思 8.4** 在电场中某一点的电场强度定义为  $E = \frac{F}{q_0}$ . 若该点没有试探电荷, 那么该点电场强度又如何? 为什么?

## 8.3 静电场的高斯定理

### 8.3.1 电场线

为了形象地描绘电场的分布情况, 我们可以在电场中假想一系列的曲线, 而且规定:

(1) 曲线上每一点的切线方向与该点场强的方向相同;

(2) 各点附近垂直于电场方向的单位面积所通过的电场线条数与该点场强的大小成正比; 因此曲线的疏密程度可以表示该点场强的大小.

这些曲线称为**电场线**, 它可以形象全面地描绘出电场中场强的分布状况. 静电场中的电场线

具有下列特性:

(1) 电场线起自正电荷(或来自无穷远处),止于负电荷(或伸向无穷远处),但它不会中途中断,也不会形成闭合曲线.

(2) 电场线之间不会相交.因为任何一点的场强都只有一个确定的方向.

电场线是为了形象描述电场分布所引进的辅助概念,它并不真实存在.图 8-7 给出了几种常见电荷激发电场的电场线示意图.

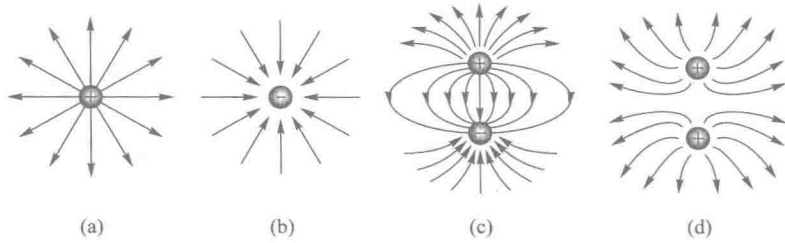


图 8-7 几种常见的电场线

### 8.3.2 电场强度通量

通过电场中任一给定面积的电场线总数称为通过该面积的**电场强度通量**,简称 **$E$  通量**.用  $\Phi_e$  表示,电场强度通量的单位为韦伯(Wb).根据电场线的定义,可以计算通过任意面积的电场强度通量.下面我们分几种情况来讨论  $\Phi_e$  的计算方法.

#### 1. 匀强电场通过平面的电场强度通量

在匀强电场(电场线是一束均匀分布的平行直线)中有一面积为  $S$  的平面  $S$  与场强  $E$  垂直,如图 8-8 所示,则通过该面的电场强度通量显然应为  $\Phi_e = ES = E \cdot S$ .

如图 8-9 所示,如果平面  $S$  的法线与场强  $E$  成一角度  $\theta$ ,设  $e_n$  为  $S$  的单位法线向量,则  $S = Se_n$ ,则通过  $S$  的电场强度通量应为

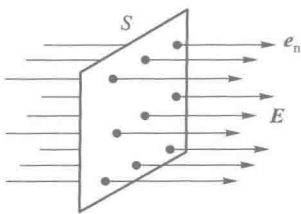


图 8-8 电场强度通量

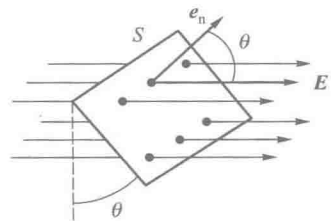


图 8-9 平面的电场强度通量

$$\Phi_e = ES_{\perp} = ES \cos \theta = E \cdot S \quad (S = Se_n)$$

式中  $e_n$  为  $S$  的单位法线向量.

#### 2. 在任意电场中通过任意曲面的电场强度通量

在非均匀电场中对任意曲面而言,要计算通过该曲面的电场强度通量.可以把曲面分成许多无限小的面积元  $dS$ ,由于每一面元无限小,故可认为每一面元均为平面,且其电场是均匀的.如

图 8-10 所示,在  $S$  上取面元  $dS$ , $dS$  可看成平面, $dS$  上  $\mathbf{E}$  可视为均匀,设  $\mathbf{e}_n$  为  $dS$  单位法向量, $dS$  与该处  $\mathbf{E}$  夹角为  $\theta$ ,则通过  $dS$  电场强度通量为  $d\Phi_e = \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}$ .

通过整个曲面的电场强度通量为

$$\Phi_e = \int_S d\Phi_e = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (8.6)$$

当  $S$  为闭合曲面(如球面)时,通过闭合曲面的电场强度通量可表示为

$$\Phi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} \quad (8.7)$$

通常我们规定,闭合面的法线方向是由面内指向面外.

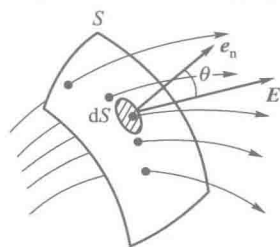


图 8-10 任意曲面的电场强度通量

### 8.3.3 静电场的高斯定理

高斯(K. F. Gauss)定理给出了静电场中,任一闭合曲面上所通过的电场强度通量与这一闭合曲面所包围的场源电荷之间的量值关系,是静电场的基本规律之一.现在我们就真空中的情况推导这一定理.

首先我们考虑场源是点电荷的情形.在点电荷  $q$  所产生的电场中,作一个以  $q$  所在的位置为中心,以任意长  $r$  为半径的球面  $S$ ,如图 8-11(a)所示.显然,球面  $S$  上各点的场强均为

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{e}_r$$

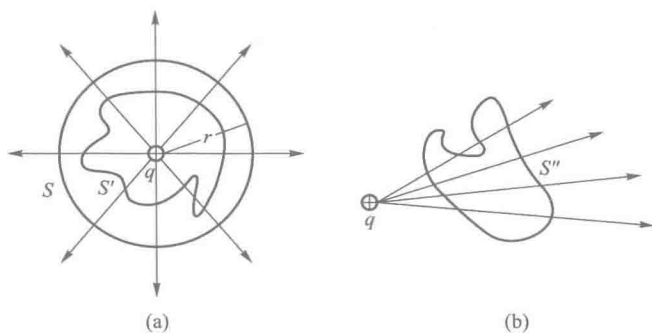


图 8-11 真空中高斯定理证明图一

方向沿着半径向外,处处都与球面垂直.

由式(8.7)可求出通过闭合曲面(球面) $S$ 的电场强度通量为

$$\Phi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_S \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} \mathbf{r} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^3} r dS = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \oint_S dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

上式表明通过球面的电场强度通量只与球内的电荷有关,与球面半径的大小无关.

如果围绕点电荷  $q$  作任意形状的闭合面  $S$  (图 8-12),在  $S$  内作一个以  $+q$  为中心,任意半径  $r$  的闭合球面  $S_1$ ,由前面讨论可知,通过  $S_1$  的电场强度通量仍为  $q/\epsilon_0$ ,与这闭合面的形状无关.因为通过  $S_1$  的电场线必通过  $S$ ,即此时  $\Phi_{eS_1} = \Phi_{eS}$ ,所以通过  $S$  的电场强度通量为  $q/\epsilon_0$ .若闭合面所包围的电荷是  $-q$  时,则电场线进入闭合面,通过闭合面的电场强度通量为  $-q/\epsilon_0$ .



若作一闭合面  $S''$  不包含此点电荷,则由图 8-11(b) 可看到,穿出与穿入此闭合面的电场线数相同,亦即通过此闭合面的电场强度通量为零.此时,进入  $S''$  面内的电场线必穿出  $S''$  面,即穿入与穿出  $S''$  面的电场线数相等,所以

$$\Phi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = 0$$

上式表明通过闭合曲面的电场强度通量只与面内电荷有关,与面外的电荷无关.

现在,我们再考虑场源是任意点电荷系的情形.在点电荷  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$  电场中,任一点场强为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \dots + \mathbf{E}_n$$

作一任意闭合曲面包围  $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$ , 通过闭合曲面电场强度通量为

$$\begin{aligned} \Phi_e &= \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \oint_S (\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \dots + \mathbf{E}_n) \cdot d\mathbf{S} \\ &= \oint_S \mathbf{E}_1 \cdot d\mathbf{S} + \oint_S \mathbf{E}_2 \cdot d\mathbf{S} + \oint_S \mathbf{E}_3 \cdot d\mathbf{S} + \dots + \oint_S \mathbf{E}_n \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i \end{aligned}$$

即

$$\Phi_e = \oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i \quad (8.8)$$

上式表示:在真空中通过任意闭合曲面的电场强度通量等于该曲面所包围的一切电荷的代数和除以  $\epsilon_0$ .这就是真空中的高斯定理.式(8.8)为高斯定理数学表达式,高斯定理中闭合曲面称为高斯面.它的物理意义是:电场中通过任一闭合曲面的电场强度通量等于该曲面所包围的电荷的代数和除以  $\epsilon_0$ ,与闭合曲面外的电荷分布无关.

高斯定理是在库仑定律基础上得到的,但是前者适用范围比后者更广泛.后者只适用于真空中的静电场,而前者适用于静电场和随时间变化的场.高斯定理揭示了静电场是有源场,静电场起源于电荷,高斯定理是电磁理论的基本方程之一.

### 8.3.4 高斯定理的应用

原则上任意带电体所产生的电场都可应用库仑定律和场强叠加原理求得.然而在具体运算过程中可以发现,由此带来的数学上的难度是相当大的.对于一些电荷对称分布的特殊带电体,电场具有一定的对称性,利用高斯定理可以很方便地计算出场强.

下面介绍应用高斯定理计算几种电荷分布具有一定对称性的场强方法.可以看到,应用高斯定理求场强比前面介绍的方法更为简单.

**例 8.5** 均匀带电球面的场强.设有一均匀带电球面,半径为  $R$ , 电荷为  $+q$ , 求球面内、外任一点场强.

**解** 由于电荷分布是球对称的,产生的电场是球对称的,场强方向沿半径向外,以  $O$  为球心的任意球面上的各点  $\mathbf{E}$  值相等.

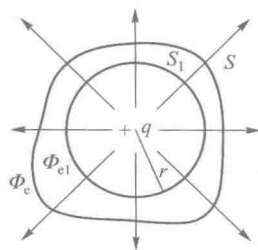


图 8-12 真空中高斯定理证明图二

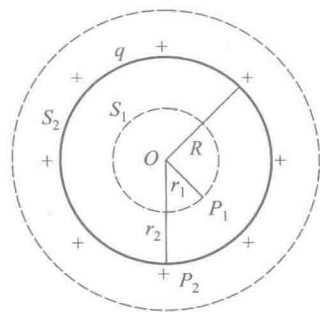


图 8-13 均匀带电球面的电场