



新世纪普通高等教育土木工程类课程规划教材

# 材料力学

CAILIAO LIXUE

总主编 李宏男

主 编 黄丽华 苏振超

主 审 关东媛



大连理工大学出版社



新世纪普通高等教育土木工程类课程规划教材

新世纪

# 材料力学

CAILIAO LIXUE

总主编 李宏男

主 编 黄丽华 苏振超

副主编 马红艳 曲激婷 刘运生

主 审 关东媛



大连理工大学出版社

### 图书在版编目(CIP)数据

材料力学 / 黄丽华, 苏振超主编. — 大连 : 大连理工大学出版社, 2015. 9  
新世纪普通高等教育土木工程类课程规划教材  
ISBN 978-7-5611-9979-4

I. ①材… II. ①黄… ②苏… III. ①材料力学—高等学校—教材 IV. ①TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 158850 号

大连理工大学出版社出版

地址: 大连市软件园路 80 号 邮政编码: 116023

发行: 0411-84708842 邮购: 0411-84708943 传真: 0411-84701466

E-mail: dutp@dutp.cn URL: http://www.dutp.cn

丹东新东方彩色包装印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

---

幅面尺寸: 185mm×260mm 印张: 19.25 字数: 493 千字  
印数: 1~2000

2015 年 9 月第 1 版

2015 年 9 月第 1 次印刷

---

责任编辑: 王晓历

责任校对: 张雪琪

封面设计: 张 莹

---

ISBN 978-7-5611-9979-4

定 价: 40.80 元

# 普通高等教育土木工程类课程规划教材编审委员会

## 主任委员：

李宏男 大连理工大学

## 副主任委员(按姓氏笔画排序)：

于德湖	青岛理工大学
牛狄涛	西安建筑科技大学
年廷凯	大连理工大学
范 峰	哈尔滨工业大学
赵顺波	华北水利水电大学
贾连光	沈阳建筑大学
韩林海	清华大学
熊海贝	同济大学
薛素铎	北京工业大学

## 委员(按姓氏笔画排序)：

马海彬	安徽理工大学
王立成	大连理工大学
王海超	山东科技大学
王崇倡	辽宁工程技术大学
王照雯	大连海洋大学
卢文胜	同济大学
司晓文	青岛恒星学院
吕 平	青岛理工大学
朱伟刚	长春工程学院
朱 辉	山东协和学院
任晓菘	同济大学
刘 明	沈阳建筑大学
刘明泉	唐山学院
刘金龙	合肥学院
许成顺	北京工业大学
苏振超	厦门大学

李伙穆	闽南理工学院
李素贞	同济大学
李哲	西安理工大学
李晓克	华北水利水电大学
李帼昌	沈阳建筑大学
何芝仙	安徽工程大学
张玉敏	济南大学
张金生	哈尔滨工业大学
张鑫	山东建筑大学
陈长冰	合肥学院
陈善群	安徽工程大学
苗吉军	青岛理工大学
周广春	哈尔滨工业大学
周东明	青岛理工大学
赵少飞	华北科技学院
赵亚丁	哈尔滨工业大学
赵俭斌	沈阳建筑大学
郝冬雪	东北电力大学
胡晓军	合肥学院
秦力	东北电力大学
贾开武	唐山学院
钱江	同济大学
郭莹	大连理工大学
唐克东	华北水利水电大学
黄丽华	大连理工大学
康洪震	唐山学院
彭小云	天津武警后勤学院
董仕君	河北建筑工程学院
蒋欢军	同济大学
蒋济同	中国海洋大学

# 前

# 言

《材料力学》是新世纪应用型高等教育教材编审委员会组编的土木工程类课程规划教材之一。

本教材是基于我国现代本科高等学校向应用型大学转型发展的新形势,针对培养符合社会需求的技术技能型人才的教育目标,为满足应用型本科教育而编写的。

材料力学是多数工科专业必修的一门重要技术基础课程,该课程是后续很多专业课程的基础,也是许多工科专业研究生入学专业课程的考试科目之一,在教学过程中受到广泛重视。本次教材的编写,以《普通高等学校土建类专业教学大纲》的要求为依据,结合现代高等教育人才培养的目标,以及编者多年教学改革实践,在强调材料力学的基本内容基础上,增加更多的工程应用内容,使教材具有经典理论、现代应用的特色。

考虑到知识结构的不断更新和工程实际的需要,本教材在保证原有材料力学体系的系统性和完整性的前提下,根据专业需要,在内容上进行了更新和重组。如强调了稳定性的概念,增加了能量法的应用以及动荷载的概念等,以满足现代土木工程专业人才知识结构的需求。

为了实现素质教育与工程能力培养的要求,本教材在编写过程中强调实际问题的引入和分析。通过每章篇头概述内容和图片,介绍了本章理论在实际工程中的具体应用;通过采用与工程问题密切相关的例题和习题,增加学生对工程实例的分析、简化训练环节。

本教材在编写过程中力求由浅入深,循序渐进,在强调力学基本概念、基本原理的叙述的同时,尽量略去某些次要的证明与烦琐的数学推导,着重强调理论在求解问题中的应用。课后习题具有较大的适用范围,既包含简单练习用于掌握基本知识,也包含需要进一步深入思考才能求解的问题,故本教材可作为各类型本科工程教育的教学用书、自学用书或研究生入学考试复习用书等。

本教材内容完整,构架合理,概念清晰。每章均有介绍和总结,各知识点配有相当数量的例题及详细求解步骤,章后附有习题及答案,书中附表均采用最新规范,便于读者了解本教材的重点和难点,掌握基本知识及问题求解方法。

本教材由从事多年材料力学课程教学工作的教师编写,教材内容体现了多位一线教师的教学经验和教学特色。在编写过程中,各位教师广泛参考了国内外优秀教材,在教材内容、工程应用、例题和习题的选用上力求具有工程特色。本教材由大连理工大学黄丽华、厦门大学嘉庚学院苏振超任主编,大连理工大学马红艳、曲激婷和青岛理工大学刘运生任副主编。具体编写分工如下:马红艳编写了第1章、第3章和第4章,黄丽华编写了第2章、第8章和附录II,曲激婷编写了第5章和附录I,刘运生编写了第6章和第7章,苏振超编写了第9章和第10章和附录III。本教材由黄丽华统稿并定稿。大连理工大学关东媛教授审阅了书稿,并提出了许多宝贵意见,在此谨致谢忱。

本教材的编写得到了大连理工大学教务处、大连理工大学建设工程学部的大力支持,也得到了大连理工大学建设工程学部工程力学研究所研究生们的协助,在此一并表示衷心感谢。

在编写本教材过程中,编者参考、借鉴了许多专家、学者的相关著作,对于引用的段落、文字尽可能一一列出,谨向各位专家、学者一并表示感谢。

限于水平,书中也许仍有疏漏和不妥之处,敬请专家和读者批评指正,以使教材日臻完善。

编者  
2015年9月

所有意见和建议请发往:dutpbk@163.com

欢迎访问教材服务网站:<http://www.dutpbook.com>

联系电话:0411-84708445 84708462



# 目 录

绪 论 .....	1
<b>第1章 轴向拉伸和压缩 .....</b>	<b>4</b>
1.1 概 述 .....	4
1.2 轴向拉压杆横截面的内力 轴力图 .....	5
1.3 轴向拉压杆横截面上一点的应力 .....	7
1.4 轴向拉压杆的强度条件 .....	12
1.5 轴向拉压杆的变形 .....	16
1.6 材料在拉伸和压缩时的力学性质 .....	21
1.7 拉压杆内的应变能 .....	26
1.8 应力集中的概念 .....	28
1.9 拉压超静定问题 .....	29
<b>第2章 剪切与连接件的实用计算 .....</b>	<b>42</b>
2.1 概 述 .....	42
2.2 连接部位的失效形式 .....	43
2.3 连接件的实用计算 .....	43
<b>第3章 扭 转 .....</b>	<b>53</b>
3.1 概 述 .....	53
3.2 扭转轴的内力 扭矩图 .....	53
3.3 薄壁圆筒扭转时横截面上的切应力 .....	57
3.4 等直圆杆受扭时横截面上的应力 强度条件 .....	58
3.5 等直圆轴扭转时的变形 刚度条件 .....	64
3.6 等直圆杆扭转时的应变能 .....	68
3.7 扭转超静定问题 .....	68
<b>第4章 梁的弯曲内力 .....</b>	<b>75</b>
4.1 概 述 .....	75
4.2 梁上指定截面的内力 剪力和弯矩 .....	77
4.3 剪力方程与弯矩方程 剪力图和弯矩图 .....	82
4.4 剪力、弯矩与分布荷载集度之间的微分关系 .....	85
4.5 利用叠加原理作梁的剪力 弯矩图 .....	92
4.6 平面刚架 斜梁 曲杆的内力图 .....	93
<b>第5章 梁的弯曲应力 .....</b>	<b>101</b>
5.1 概 述 .....	101
5.2 梁纯弯曲时横截面上的正应力 .....	102
5.3 纯弯曲理论在横力弯曲中的推广 .....	106
5.4 矩形截面梁横截面上的切应力 .....	108
5.5 工字形 圆形及圆环形截面梁横截面上的切应力 .....	110
5.6 梁的强度条件 合理截面设计 .....	114

<b>第 6 章 梁的弯曲变形</b>	128
6.1 概述	128
6.2 梁的位移 挠度和转角	129
6.3 梁的挠曲线近似微分方程及其积分	129
6.4 积分法计算梁的变形	130
6.5 按叠加原理计算梁的挠度及转角	134
6.6 梁的刚度条件	136
6.7 提高梁刚度的措施	138
6.8 梁内的弯曲应变能	138
6.9 简单超静定梁	139
<b>第 7 章 应力状态和强度理论</b>	146
7.1 概述	146
7.2 平面应力状态分析的解析法	147
7.3 平面应力状态分析的图解法 应力圆	148
7.4 主平面和主应力	151
7.5 空间应力状态简介	153
7.6 应力与应变间的关系	155
7.7 空间应力状态下的应变能密度	158
7.8 强度理论及其相当应力	160
<b>第 8 章 组合变形</b>	174
8.1 概述	174
8.2 两相互垂直平面内的弯曲	175
8.3 拉伸(压缩)与弯曲的组合变形	179
8.4 弯曲与扭转的组合变形	187
<b>第 9 章 压杆稳定</b>	196
9.1 概述	196
9.2 细长压杆的临界力	198
9.3 压杆的临界应力	205
9.4 压杆的稳定计算	210
9.5 提高压杆稳定性的措施	217
<b>第 10 章 能量法</b>	223
10.1 概述	223
10.2 应变能与应变余能	223
10.3 卡氏定理与互等定理	231
10.4 单位荷载法与图乘法	238
10.5 冲击荷载下的动应力	247
<b>附 录</b>	256
附录 I 截面的几何性质	256
附录 II 型钢规格表	271
附录 III 简单荷载作用下梁的挠度和转角	288
<b>答 案</b>	290
<b>参考文献</b>	300

# 绪 论

## 1. 概 述

材料力学属于基础力学学科,其主要内容和基本原理在工程中广泛应用。该学科理论建立在物体平衡、变形协调以及材料的力学性能基础上,为广大工程技术人员设计和解决工程问题提供了理论指导和计算方法。

力学知识最早起源于人类对自然现象的观察和生产劳动过程中的经验积累,材料力学这门学科的建立和发展离不开人类社会的生产和工程实践。在古代房屋建筑过程中,意大利科学家为了解决建筑船舶和水闸所需要的梁的尺寸问题,进行了一系列实验,并于 1638 年提出梁的强度计算公式。但是受到材料力学的发展限制,他所得到的答案并不完全正确。后来英国科学家胡克发表了重要的胡克定律,这才奠定了材料力学的基础。从 18 世纪起,材料力学开始沿着科学的方向发展。

材料力学在解决实际问题的过程中不断发展,通过理论分析和实验研究手段,逐步完善形成系统的学科。其基本理论和分析方法是以工程实际问题为背景,在此基础上建立的基本原理和计算公式通常是特定条件下的近似结果。由于该门学科提供的理论及方法简单实用,计算结果能够满足工程中的基本要求,因此被广泛应用于各个工程领域。在土木工程中,建筑结构中的梁和立柱、桁架和刚架结构中的杆件及连接件的设计(图 0-1),构件承载力以及变形计算,结构失效形式及实验应力分析等,都离不开材料力学的基本理论和基本计算。随着生产的发展以及新材料和新技术的不断出现,材料力学的理论研究也在不断深入,工程应用也在日益拓展。

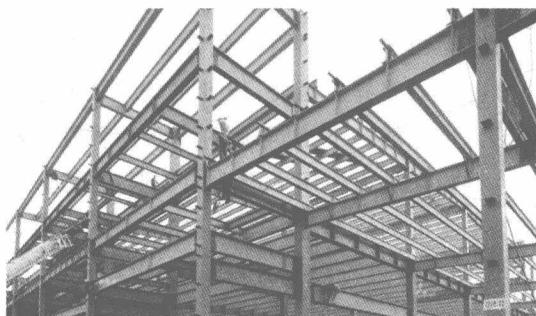


图 0-1

## 2. 基本内容

工程中的各种机械和结构通常由零件或构件组成,而零件或构件又由特定的固体材料制成,不同材料的承载力和变形能力是不同的。若保证工程机械和结构的安全使用,零件或构件

的设计要有足够的承受荷载的能力,该承载能力既不能过大造成浪费,更不能不足产生安全隐患。材料力学以基本构件为研究对象,其承载能力由以下三个方面确定:

**强度** 指材料或构件抵抗破坏的能力。破坏包括两种形式:断裂破坏和塑性变形破坏。材料或构件在力的作用下发生变形,其中卸除力后消失的变形称为弹性变形,不能消失的变形称为塑性变形或残余变形。

**刚度** 指构件抵抗变形的能力。所谓变形包括构件尺寸和形状的改变。工程中有些构件虽满足强度条件,但变形过大将影响构件的正常工作,故也要满足刚度要求。例如,传动轴变形过大将影响加工精度。

**稳定性** 指构件维持原有平衡形式的能力。受压构件的平衡有时是不稳定的,该类构件的承载能力将由稳定平衡条件来确定。材料力学将给出细长中心受压杆件稳定性的计算方法,以及确保压杆不失稳的稳定性条件。

显然,构件的强度、刚度、稳定性与构成构件的材料、截面形状和尺寸等因素有关,材料力学揭示了各种因素对构件承载能力的影响,建立了经济合理的构件设计方法。

### 3. 基本假设

材料的力学性能是决定构件承载能力的主要因素。由于工程材料多种多样,其微观结构更是复杂多变,完全精确地按照实际构件进行力学计算既不可能也无必要。为简化计算,在满足工程精度要求条件下,对可变形固体做如下基本假设:

**连续性假设** 认为可变形固体在其所占有的空间内是密实和连续的,其整个体积内毫无空隙地充满了物质。这一假设意味着固体变形时既无分离,也无挤入,时刻满足变形连续条件。这样,固体的力学变量可以表示为坐标的连续函数,便于应用数学分析的方法求解。

**均匀性假设** 认为固体材料内任一部分的力学性能都完全相同。实际上固体材料组成部分(例如金属晶粒)的微观性能存在不同程度的差异,但固体材料的力学性能反映的是其所有组成部分的性能的统计平均量,所以可认为固体材料整体的力学性能是均匀的。

**各向同性假设** 认为固体材料的力学性能沿各个方向上是相同的。工程中常用的金属材料,其各个单晶并非各向同性,但由于固体材料中包含着许许多多无序排列的晶粒,综合起来的力学性能并不能显示出方向性的差异。因此,统计平均来看材料的宏观力学性能与方向无关。若固体材料不同方向的力学性能各不相同,则称为各向异性材料。

**小变形假设** 认为固体材料在外力作用下产生的变形量远远小于其原始尺寸。材料力学所研究的问题大部分属于微小变形的情况,这样在研究平衡问题时,就可以忽略由于变形引起的物体原始尺寸的变化,按原始尺寸进行分析,使计算得以简化。

综上所述,材料力学将实际材料抽象成连续、均匀、各向同性的理想材料,且在弹性范围内、小变形条件下进行研究。

### 4. 杆件的基本变形形式

工程中的可变形固体构件包括杆、板、壳、块体等,而材料力学以杆件为主要研究对象。杆件是指其纵向(长度)尺寸远大于横向(宽度、高度)尺寸的构件,是工程中最常见、最基本的构



件,例如建筑结构中的杆、梁、柱以及机械中的传动轴等均属杆件。

根据杆件的几何特征,垂直于长度方向的平面称为杆的横截面。所有横截面形心的连线称为杆的轴线。杆的横截面与轴线正交。横截面的大小和形状都相同的杆称为等截面杆(图 0-2(a)、0-2(b)),横截面的大小和形状不相同的杆称为变截面杆(图 0-2(c))。轴线为直线的杆称为直杆(图 0-2(a)、0-2(c)),轴线为曲线的杆称为曲杆(图 0-2(b))。

材料力学着重讨论等截面直杆的强度、变形及稳定性分析。

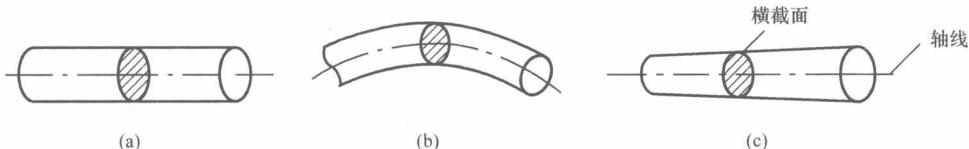


图 0-2

杆件的变形形式是多种多样的,根据各种变形特点,可以归纳为轴向拉伸(压缩)、剪切、扭转、弯曲四种基本变形形式。工程中存在以一种基本变形为主的构件,如桁架中的杆,以拉伸(压缩)变形为主,也存在上述几种基本变形同时发生的组合变形情形。

四种基本变形形式的受力和变形特点如下:

**轴向拉伸(压缩)** 如图 0-3(a)、0-3(b)所示,外力或外力合力作用线与杆件轴线重合,杆件将发生轴向伸长或缩短变形。这种变形形式称为轴向拉伸或压缩变形。

**剪切** 如图 0-3(c)所示,在一对相距很近的大小相等、指向相反的横向外力作用下,杆件的横截面将沿外力作用方向发生相对错动。这种变形形式称为剪切变形。

**扭转** 如图 0-3(d)所示,在横截面内作用一对大小相等、转向相反的外力偶,杆件横截面绕轴线发生转动,杆件表面的纵向线变成螺旋线,轴线保持为直线。这种变形形式称为扭转变形。

**弯曲** 如图 0-3(e)所示,在纵向面内作用一对大小相等、方向相反的外力偶,杆件轴线由直线变为曲线,横截面发生转动,变形后横截面与杆轴线仍然垂直。这种变形形式称为纯弯曲变形。在垂直于杆件轴线的横向外力作用下,杆件的轴线同样由直线变为曲线,这种弯曲变形称为横力弯曲变形。

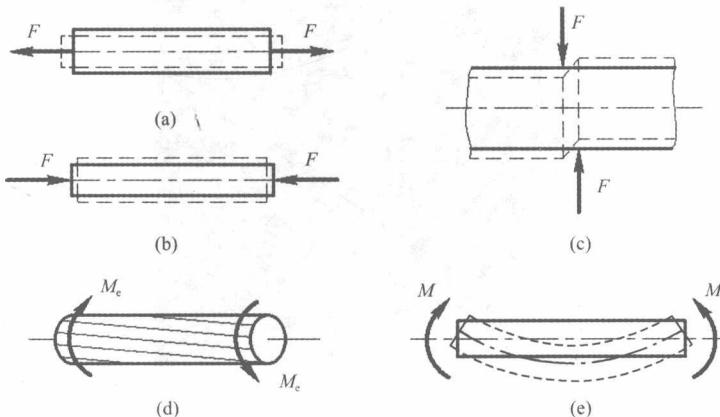


图 0-3

# 第1章 轴向拉伸和压缩

## 1.1 概述

作用在杆件上的外力,如果其作用线与杆的轴线重合,称为轴向荷载。杆件只受轴向荷载作用时,发生纵向伸长或缩短变形。杆件的这种变形形式称为轴向拉伸或压缩变形,杆件则分别称为拉杆或压杆,可统称为拉压杆。轴向拉伸或压缩变形是杆件最基本的变形形式之一,在工程实际中很多构件的变形是以拉压变形为主的,如图 1-1(a)所示悬索桥中的拉杆,图 1-1(b)所示结构中承受轴向压力的立柱,以及图 1-2 所示西雅图的 Mariner 棒球馆钢结构桁架,每个构件均为二力构件,承受轴向拉力或压力。

本章将主要研究等直杆在轴向力作用下的拉伸和压缩问题。

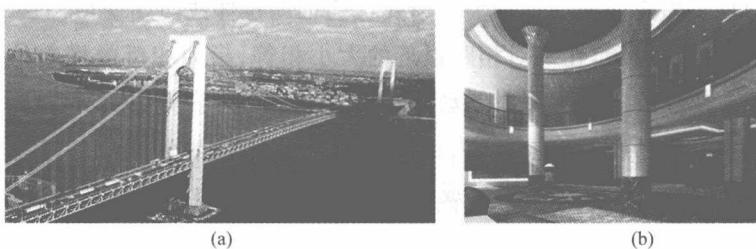


图 1-1



图 1-2



## 1.2 轴向拉压杆横截面的内力 轴力图

要保证受拉构件或受压构件在轴向外力作用下不致破坏,首先必须分析作用在构件上的外力在构件内部所引起的作用,即要分析构件的内力情况。

计算拉压杆的内力可以用截面法。例如,图1-3(a)所示拉压杆,由杆件的平衡可知

$$F_2 + F_3 = F_1 + F_4, \text{ 即 } F_1 - F_2 = F_3 - F_4 \quad (a)$$

欲求截面  $m-m$  上的内力,可假想用一平面沿  $m-m$  将杆截成两段,研究其中一段(图1-3(b)所示左段)的平衡,可知该截面上内力只存在轴力  $F_N$ ,其数值可由平衡方程求出

$$\sum F_x = 0, \quad F_N - F_1 + F_2 = 0$$

$$F_N = F_1 - F_2 \quad (b)$$

也可取右段为隔离体(图1-3(c)),由平衡方程得截面上的轴力

$$F_N = F_3 - F_4 \quad (c)$$

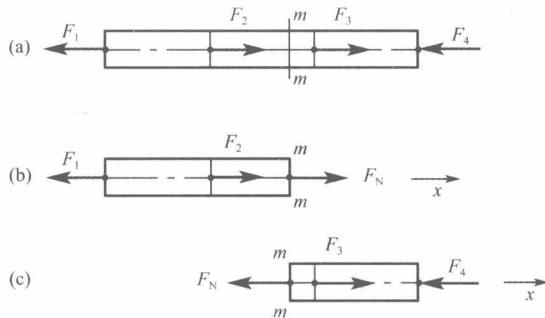


图1-3

由式(a)可知式(b)、式(c)所得结果大小相同,可见拉压杆任意横截面上的轴力,数值上等于该截面任一侧所有外力的代数和。当轴力的方向背离截面时,截面附近微段产生伸长变形,这种轴力为拉力;反之,当轴力的方向指向截面时,截面附近微段产生缩短变形,这种轴力为压力。通常轴力的正负号是这样规定的:拉力为正,压力为负。计算轴力时,通常将所求截面的轴力假设为拉力,列平衡方程,如计算结果为正值,说明轴力为拉力;如计算结果为负值,说明轴力为压力。

由上面的讨论可以总结出求解杆件任一截面内力的计算方法——截面法,具体步骤如下:

- (1)用假想的垂直于轴线的截面沿所求内力处切开,将构件分为两部分。
- (2)取两部分中的任一部分为隔离体,并用相应的内力代替去掉部分对隔离体的作用。这时对隔离体来说,内力已转化为外力。
- (3)对所取的隔离体建立静力平衡方程,求解未知内力的大小。

当一根杆件受多个轴向外力作用时,其每段轴力是不一样的,为了清楚地表明各截面上的轴力随截面位置不同而变化的情况,常采用轴力图表示。轴力图的横坐标轴  $x$  平行于杆件的轴线,表示相应的横截面位置,纵坐标  $y$  表示相应截面的轴力值,如内力为轴向拉力,画在  $x$  轴上方,反之,如内力为轴向压力,则画在  $x$  轴下方。轴力图反映了杆件轴力沿轴线的变化规律,从轴力图中可以确定杆件最大轴力  $F_{N,\max}$  的位置及其数值。轴力图的画法参见下面的例题。

**例题 1-1** 图 1-4(a)所示杆 AC, 在自由端 A 受荷载 P 作用, 而在截面 B 受中间荷载 2P 作用, 试求杆 1-1、2-2 截面的轴力, 并画轴力图。

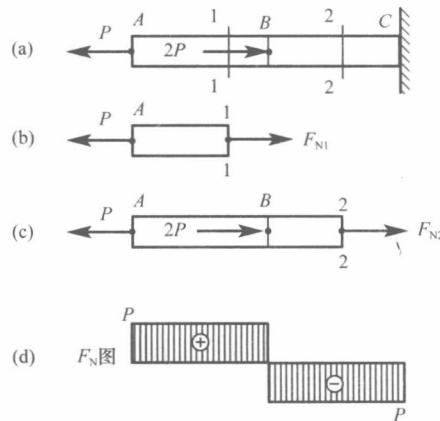


图 1-4 例题 1-1 图

解:(1)轴力计算。用假想平面将杆从 1-1、2-2 处截开, 取左侧部分为隔离体(图 1-4(b)、图 1-4(c)), 由平衡方程  $\sum F_x = 0$ , 得

$$\begin{aligned} F_{N1} - P &= 0, \quad F_{N1} = P \\ F_{N2} - P + 2P &= 0, \quad F_{N2} = -P \end{aligned}$$

(2)画轴力图(图 1-4(d))。AB、BC 段杆内轴力均为常数, 轴力图为水平线。B 截面处有外力 2P 作用, 轴力图有突变, 突变值等于外力的大小。

**例题 1-2** 图 1-5(a)所示立柱受自重作用, 已知立柱长 l, 单位长度自重为  $\rho$ , 试画立柱的轴力图。

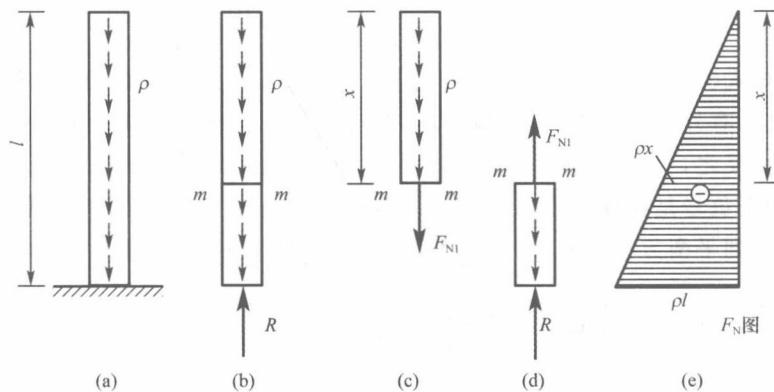


图 1-5 例题 1-2 图

解:(1)计算支反力(图 1-5(b))。由  $\sum F_x = 0$ , 得

$$R = \rho l (\uparrow)$$

(2)计算轴力。用截面法, 假想沿截面 m-m 处截开, 取上部为隔离体(图 1-5(c)), 列平衡方程

$$\sum F_x = 0, \quad F_{N1} = -\rho x$$

如果取下部为隔离体(图 1-5(d)), 可得同样结果



$$\sum F_x = 0, \quad F_{N1} = \rho(l - x) - R = -\rho x$$

(3)画轴力图(如图 1-5(e)所示)。立柱内轴力的大小与截面位置  $x$  成正比,轴力图为一条斜直线,轴力最大值在立柱底面,  $F_{N,\max} = -\rho l$ 。

**例题 1-3** 试作图 1-6(a)所示杆件的轴力图。

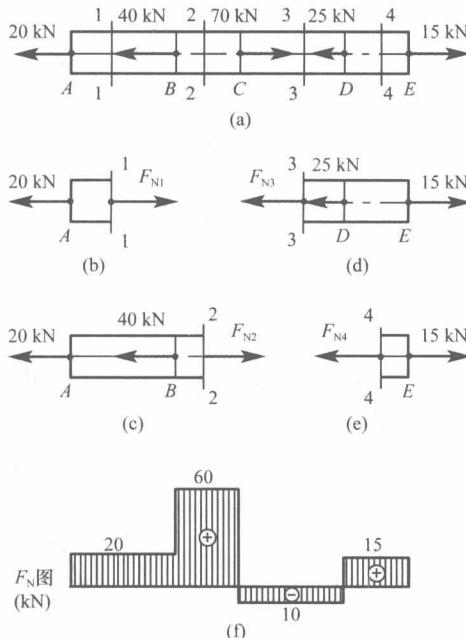


图 1-6 例题 1-3 图

解:(1)各段轴力计算。用截面法得

$$F_{N1} = 20 \text{ kN (拉)}, \quad F_{N2} = 60 \text{ kN (拉)}$$

$$F_{N3} = -10 \text{ kN (压)}, \quad F_{N4} = 15 \text{ kN (拉)}$$

(2)画轴力图。根据上述计算结果选定比例尺画出轴力图,如图 1-6(f)所示。

初学者为体会截面法,可练习画出图 1-6(b)~图 1-6(e),以计算各截面的轴力。熟悉以后,可不画这些图,直接心算和作图。

### 1.3 轴向拉压杆横截面上一点的应力

拉压杆的失效与内力的大小有关,但内力的大小不能确切地反映一个构件的危险程度,对于不同截面尺寸的构件,其危险程度难以通过内力的数值来进行比较。例如,图 1-7 所示的两根材料相同而截面面积不同的杆件,在相同的拉力  $F$  作用下,两杆横截面上的内力相同,但两杆的危险程度却不同,显然细杆比粗杆更易于被拉断。因此,研究构件的强度问题只知道截面上的内力是不够的,还必须知道内力在杆截面上的分布情况。我们将截面上内力的分布集度称为应力。

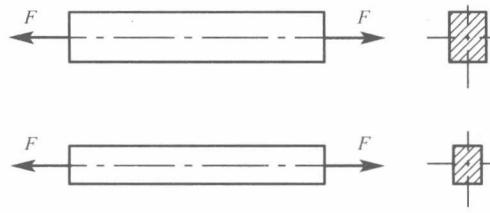


图 1-7

例如,图 1-8(a)所示某受力构件,1-1 截面上任一点 C 的应力定义为:包含点 C 取一微小面积  $\Delta A$ ,设在  $\Delta A$  上的分布内力的合力为  $\Delta F$ ,则在  $\Delta A$  面积上内力  $\Delta F$  的平均集度为

$$\rho_m = \frac{\Delta F}{\Delta A}$$

当  $\Delta A$  趋于零时所得到的  $\rho_m$  的极限值就是点 C 的应力,即

$$\rho = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA} \quad (1-1)$$

一点处的应力可以分解成两个应力分量:垂直于截面的分量称为正应力,用符号  $\sigma$  表示;与截面相切的分量称为切应力,用符号  $\tau$  表示(图 1-8(b))。

应力的单位为帕斯卡(简称帕),符号为 Pa,1 Pa=1 N/m<sup>2</sup>。由于 Pa 的单位很小,通常用千帕(kPa)、兆帕(MPa)或吉帕(GPa)表示。1 kPa=10<sup>3</sup> Pa,1 MPa=10<sup>6</sup> Pa,1 GPa=10<sup>9</sup> Pa。

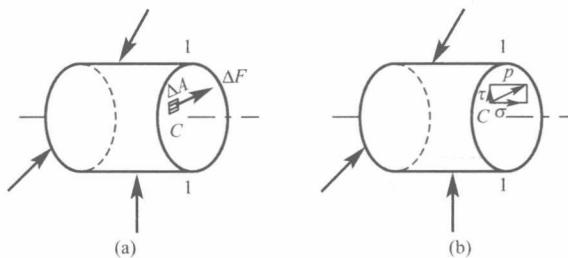


图 1-8

### 1.3.1 正应力

由拉压杆轴力和应力的概念可知,横截面上的轴力等于各点正应力沿整个截面积分。由于不知道正应力在截面上的变化规律,所以计算横截面各点正应力需要研究变形几何关系。为观察变形关系,加载前在杆件表面画若干条纵向线和横向线如图 1-9(a)所示。在杆件的两端分别加上均匀分布的合力为 F 的轴向拉力后,观察到变形后各纵向线仍为平行于轴线的直线,且都发生了伸长变形;各横向线仍为直线且与纵向线垂直,如图 1-9(b)所示,说明各纵向线的伸长量是相同的。根据上述现象,对杆件内部的变形作如下假设:变形后杆件的横截面仍保持为平面,且仍垂直于杆件轴线,每个横截面沿杆轴线方向发生了相对平移。这种变形前原是平面的横截面在变形后仍保持为平面,称为平面假设。

由平面假设可以推断,杆件任意两个横截面之间的所有纵向线段的伸长量相同,根据材料均匀性假设,各点变形相同时,受力也应相同。由此可知,横截面上各点应力相等,即轴向拉压杆件横截面上的正应力在横截面上是均匀分布的,如图 1-9(c)所示。