

数值分析习题与实验

NUMERICAL ANALYSIS OF PROBLEM
SETS AND EXPERIMENT

哈尔滨工业大学计算数学教研室 编

0241
329



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

《数值分析》教材配套习题集

哈尔滨工业大学计算数学教研室编

本书是《数值分析》教材的配套习题集，可作为高等院校工科专业《数值分析》课程的教学参考书。

本书共分两大部分：第一部分为习题，第二部分为实验。习题部分按章编排，实验部分为独立成章。

本书可作为高等院校工科专业《数值分析》课程的教学参考书，也可供从事数值分析工作的工程技术人员参考。

哈尔滨工业大学计算数学教研室编

第一编 数值分析习题

数值分析习题与实验

NUMERICAL ANALYSIS OF PROBLEM SETS AND EXPERIMENT

哈尔滨工业大学计算数学教研室 编

院系：_____

学号：_____

姓名：_____



哈尔滨工业大学出版社
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

内容简介

本书囊括了有关数值分析的大量习题,习题共分六章,分别为非线性方程(组)的数值解法、线性方程组的数值解法、插值方法与数值逼近、数值积分、矩阵特征值与特征向量的计算、常微分方程初值问题的数值解法。后部分介绍了数值分析实验,具体包括实验原理、实验报告和参考框图。

本书适合高等院校学生使用。

图书在版编目(CIP)数据

数值分析习题与实验/哈尔滨工业大学计算数学教研室编. —哈尔滨:
哈尔滨工业大学出版社, 2015. 9
ISBN 978-7-5603-5590-0

I. ①数… II. ①哈… III. ①数值分析—高等学校—
习题集 IV. ①O241-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 208823 号

策划编辑 刘培杰 张永芹
责任编辑 张永芹 聂兆慈
封面设计 孙茵艾
出版发行 哈尔滨工业大学出版社
社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006
传 真 0451-86414749
网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>
印 刷 哈尔滨久利印刷有限公司
开 本 787mm×1092mm 1/16 印张 6.5 字数 154 千字
版 次 2015 年 9 月第 1 版 2015 年 9 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 978-7-5603-5590-0
定 价 12.00 元

(如因印装质量问题影响阅读,我社负责调换)

目 录

第一编 数值分析习题

第一章 非线性方程(组)的数值解法	3
第一部分 填空题	4
第二部分 计算与讨论题	5
第三部分 复习思考题	12
第二章 线性方程组的数值解法	13
第一部分 填空题	14
第二部分 计算与讨论题	15
第三部分 复习思考题	21
第三章 插值方法与数值逼近	22
第一部分 填空题	23
第二部分 计算与讨论题	24
第三部分 复习思考题	36
第四章 数值积分	37
第一部分 填空题	38
第二部分 计算与讨论题	39
第三部分 复习思考题	44
第五章 矩阵特征值与特征向量的计算	45
第一部分 填空题	46
第二部分 计算与讨论题	47
第三部分 复习思考题	50
第六章 常微分方程初值问题的数值解法	51
第一部分 填空题	52
第二部分 计算与讨论题	53
第三部分 复习思考题	58

第二编 数值分析实验

实验说明	60
第一章 数值分析实验原理	61
第一部分 非线性方程求解	62
第二部分 高斯列主元消去法	64
第三部分 龙格现象的产生和克服	66
第四部分 曲线拟合的最小二乘法	69
第五部分 龙贝格积分法	70

第六部分 常微分方程初值问题的数值解法	72
第二章 实验报告	76
实验报告一	77
实验报告二	81
实验报告三	85
实验报告四	89
第三章 参考框图	93
二分法框图	94
牛顿法框图	94
高斯列主消去法框图	95
拉格朗日插值方法框图	96
分段线性插值框图	96
三次样条插值框图	97
多项式最小二乘法框图	97
四阶龙格-库塔法框图	98

数值分析习题

第

一

章



第一部分 填空题

① 求解非线性方程 $f(x) = 0$ 的牛顿迭代法每迭代一次, 需要计算 () 个函数值及 () 个导数值.

② 求解非线性方程 $f(x) = 0$ 的牛顿迭代法在重根 α 附近是 () 收敛的.

③ 设 $g(x)$ 在 $x = g(x)$ 的根 α 附近有连续的 p 阶导数, 且

$$g'(\alpha) = g''(\alpha) = \cdots = g^{(p-1)}(\alpha) = 0, g^{(p)}(\alpha) \neq 0$$

则误差满足 $\frac{e_{k+1}}{e_k^p} \rightarrow ()$ (当 $k \rightarrow \infty$ 时), 且迭代过程 $x_{k+1} = g(x_k)$ 为

() 阶收敛.

④ 求解非线性方程 $f(x) = 0$ 一般迭代法的计算效率定义为 ().

心得 体会 拓广 疑问

第二部分 计算与讨论题

① 利用二分法求方程 $1 - x - \sin x = 0$ 在 $[0, 1]$ 上的一个实根, 为了使误差不大于 0.5×10^{-4} , 需要二分多少次?

② 给定非线性方程 $f(x) = e^{-x} - 2x = 0$, 判断该方程有几个解? 取 $x_0 = 0.5$, 利用简单迭代法求解该方程, 精确到 3 位有效数字, 并讨论迭代的收敛性.

3 能否用简单迭代法求解下列方程? 若不能, 试将原方程改成能用迭代法求解的形式.

(1) $x = \varphi_1(x) = \frac{1}{4}(\cos x + \sin x)$;

(2) $x = \varphi_2(x) = 4 - 2^x$.

4 求方程 $x^3 - x^2 - 1 = 0$ 在 1.5 附近的一个根, 将方程写成三种不同的等价形式, 建立相应的迭代公式:

(1) $x = 1 + \frac{1}{x^2}$, 建立迭代公式 $x_{n+1} = 1 + \frac{1}{x_n^2}, n = 0, 1, 2, \dots$;

(2) $x = (1 + x^2)^{\frac{1}{3}}$, 建立迭代公式 $x_{n+1} = (1 + x_n^2)^{\frac{1}{3}}, n = 0, 1, 2, \dots$;

(3) $x = (x - 1)^{-\frac{1}{2}}$, 建立迭代公式 $x_{n+1} = (x_n - 1)^{-\frac{1}{2}}, n = 0, 1, 2, \dots$.

判断各迭代公式在 1.5 附近的收敛性, 并选一种收敛的迭代式计算 1.5

附近的根, 要求精确到 $|x_{n+1} - x_n| < \frac{1}{2} \times 10^{-5}$.

5 设 $\varphi(x) = x + c(x^2 - 3)$, 考虑迭代格式 $x_{k+1} = \varphi(x_k), k = 0, 1, 2, \dots$, 心得 体会 拓广 疑问
如何选取 c 才能具有局部收敛性? c 取何值时, 迭代收敛最快?

6 设 $f(x) = 1 - \frac{a}{x^2} = 0, a > 0$, 导出求 $\sqrt{a}$ 的牛顿(Newton) 迭代公式,
并用此公式求 $\sqrt{115}$ 的值.

7 考虑方程 $f(x) = x^{1+\alpha} - x = 0, 0 < \alpha < 1$, 显然有根 $x_1 = 0$ 和 $x_2 = 1$, 心得 体会 拓广 疑问
讨论利用牛顿法求解此方程的收敛速度.

8 (1) 取初始近似值 $x_0 = 0.5$, 利用牛顿法求解方程 $x = e^{-x}$ 在 $x = 0.5$ 附近的根;

(2) 取初始近似值 $x_0 = 0.5, x_1 = 0.6$, 利用弦截法求解方程 $xe^x - 1 = 0$ 的根.

9 设 $f(x) = (x^3 - 5)^2$. (1) 应用牛顿迭代法于方程 $f(x) = 0$, 导出求 $\sqrt[3]{5}$ 的迭代公式, 并讨论迭代公式的收敛速度; (2) 尝试把导出的迭代公式加以改进提高迭代公式的收敛速度, 并用改进后的迭代公式计算 $\sqrt[3]{5}$ (结果保留 4 位小数, 计算三步).

10 设 α 是 $f(x) = 0$ 的 $m(m > 1)$ 重根, 即 $f(x) = (x - \alpha)^m g(x)$, $g(\alpha) \neq 0$, $g(x)$ 在 α 处有连续导数, 证明迭代公式

$$x_{n+1} = x_n - m \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}, n = 0, 1, 2, \dots$$

在根 α 附近具有二阶收敛速度.

11 设 $f(x) = x^2 - a, a > 0$;

- (1) 写出解方程 $f(x) = 0$ 的牛顿迭代公式;
- (2) 证明迭代公式是收敛的.

心得 体会 拓广 疑问

12 利用牛顿迭代法求解方程

$$f(x) = x^n - a = 0 \text{ 和 } f(x) = 1 - \frac{a}{x^n} = 0, a > 0$$

分别导出求 $\sqrt[n]{a}$ 的迭代公式;并讨论迭代公式的收敛速度.

13 取初始近似值 $x_0 = 1.200\ 0$ 和 $y_0 = 1.700\ 0$, 利用牛顿法求方程组

$$\begin{cases} 2x^3 - y^2 - 1 = 0 \\ xy^3 - y - 4 = 0 \end{cases}$$

的实根迭代二次的近似值.

14 利用逆 Broyden 方法求方程组

$$\begin{cases} 4x_1^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 - x_2 - 2 = 0 \\ 2x_1^2 + 3x_1x_2 + x_2^2 - 3 = 0 \end{cases}$$

的数值解, 迭代到 $\max_{1 \leq j \leq n} |x_j^{(i+1)} - x_j^{(i)}| \leq \frac{1}{2} \times 10^{-5}$ 结束. 精确解 $x = (0.5, 1)^T$.

第三部分 复习思考题

- ① 什么是二分法, 它的优点是什么? 如何估计误差? 在什么情况下不能用二分法求根?
- ② 什么是简单迭代法? 它的收敛条件是什么? 误差估计式有何特点?
- ③ 迭代公式的收敛速度是如何定义的? 如何判别一个迭代公式的收敛阶?
- ④ 解非线性方程的迭代公式的计算效率是如何定义的? 如何比较两个迭代公式的计算效率?
- ⑤ 解非线性方程的牛顿迭代公式是什么? 它是怎样导出的? 有何几何意义? 有什么优缺点?
- ⑥ 计算非线性方程的重根时应当注意什么?
- ⑦ 解非线性方程的迭代加速方法具有什么意义?
- ⑧ 解非线性方程组的牛顿法是怎样导出的?
- ⑨ 解非线性方程组的逆 Broyden 法是怎样导出的?