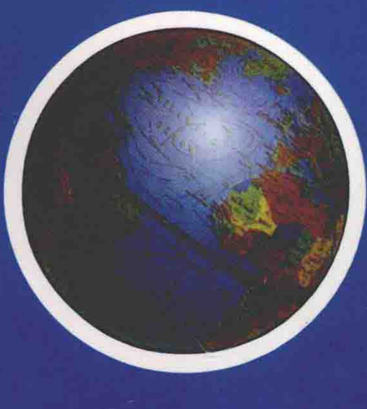
全国硕士研究生入学考试复习指导专用丛书

最新版

全国硕士研究生入学统一考试
历年试题名家解析及预测

理工数学二

刘斌 编



中国物资出版社

最 新 版

全国硕士研究生入学统一考试

历年试题名家解析及预测

（理工数学二）

刘 斌 编

中国科学技术大学
图书馆藏

中国物资出版社

图书在版编目（CIP）数据

全国硕士研究生入学统一考试历年理工数学二试题名家解析及预测/刘斌编. －北京：中国物资出版社，1999.3

ISBN 7－5047－1560－3

Ⅰ.全… Ⅱ.刘… Ⅲ.高等数学－研究生－入学考试－试题－研究 Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字（1999）第 05319 号

责任编辑：李晓春
封面设计：修志平

中国物资出版社出版发行
新华书店经销
北京兴华印刷厂印刷
开本：787×1092mm 1/16 印张：9.5 字数：245 千字
1999 年 3 月第 1 版 1999 年 3 月第 1 次印刷
书号：ISBN 7－5047－1560－3/G·0338
印数：0001－3000 册
共 7 册 定价：105.00 元（每册 15.00 元）

前　言

自从1987年全国工学、经济学硕士研究生入学数学考试实行统一考试以来，至今已有13年，共命制试卷近100份，约2000道试题，其中正式使用过的试卷62份，试题约1300余道。这些试题是广大数学教师及参加命题的专家、教授智慧和劳动的结晶，它既反映了《数学考试大纲》对考生数学知识、能力和水平的要求，展示出统考以来数学考试的全貌，又蕴涵着教师在《数学考试大纲》要求下的命题思想，是广大考生和教师了解、研究、分析研究生入学数学考试的最直接、最宝贵的第一手资料。

鉴于研究生入学统一考试已超过10届，所以很难保证每年的试题都是最新编制的。事实上，近几年的考题都与往年的试题有相当一部分是雷同的。比如，以今年的考题为例，1999年数学一的第三大题与1995年数学一的第三大题第(1)小题，1999年数学一填空题第(2)小题与1998年选择题第(1)小题，1999年数学一选择题第(3)小题与1989年选择题第(4)小题，1999年数学二第十二大题与1991年数学一第七大题，1999年数学三填空题第(1)小题与1994年数学四第五大题，1999年数学三、四选择题第(2)小题与1997年数学三、四填空题第(2)小题，1999年数学三第九大题与1997年数学一第七大题第(2)小题，1999年数学四第九大题与1994年数学三第十大题等等都是非常相似或相近的，且解题思路几乎完全一样，可见仅在1999年的考题中就有多达10余道题是与往届考题雷同的，考生若把这些历年试题全部消化巩固，将为考研成功打下坚实的基础。正因为如此，广大准备考研的同学和数学教师都迫切希望有一套完整的历年考试资料作为参考，共享这些优秀的数学试题。编者多年来一直在做这方面的收集、整理工作，现在出版的这本书相信能满足大家的要求。

本书具有资料完整、分析详细、解剖思路和提炼技巧的特点。首先汇集了1987—1999年共13年的历届研究生入学数学考试试题，其次真正做到了逐题解析，特别是填空题和选择题均给出了详细的解答过程，另外还对命题思路、解题的重点难点进行了解剖，并注重解题思路和规律的分析总结与方法技巧的提炼，最后对命题动态趋势作出预测。

本书可作为报考硕士研究生的考生的参考书，也是在校大学生和从事数学课程教学的教师的一本有价值的参考书。

尽管编者有过多年从事“考研”数学辅导班的教学实践，但由于水平有限，加之时间仓促，书中难免有不当或谬误之处，恳请读者批评指正。

编者

1999年3月于北京

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

注：1987—1996 年理工数学二为原理工数学三

第一编　全国硕士研究生入学统一考试历年理工数学二试题及解析

一、1987 年理工数学二试题及解析

1987 年理工数学二试题

一、填空题(本题共 3 个小题,每小题 3 分,满分 15 分.把答案填在题中横线上)

(1) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-2}{n+1}\right)^n=$ __________.

(2) 设 $y=\ln(1+ax)$,则 $y'=$ __________,$y''=$ __________.

(3) 曲线 $y=\arctan x$ 在横坐标为 1 的点处的切线方程是__________;法线方程是__________.

(4) $\int f'(x)dx=$ __________,$\int_a^b f'(2x)dx=$ __________.

(5) 积分中值定理的条件是__________,结论是__________.

二、选择题(本大题共 4 个小题,每小题 3 分,满分 12 分.每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内)

(1) $f(x)=|x\sin x|e^{\cos x}$,$-\infty<x<+\infty$ 是

(A) 有界函数　　(B) 单调函数

(C) 周期函数　　(D) 偶函数

[　　]

(2) 函数 $f(x)=x\sin x$

(A) 在 $(-\infty,+\infty)$ 内有界　　(B) 当 $x\to\infty$ 时为无穷大

(C) 在 $(-\infty,+\infty)$ 内无界　　(D) 当 $x\to\infty$ 时有有限极限

[　　]

(3) 设 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导,则 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(a+x)-f(a-x)}{x}$ 等于

(A) $f'(a)$ (B) $2f'(a)$ (C) 0 (D) $f'(2a)$

[ ]

(4) 设 $I = t\int_0^{\frac{s}{t}} f(tx)dx$，其中 $f(x)$ 连续，$s>0, t>0$，则 I 的值

(A) 依赖于 s, t (B) 依赖于 s, t, x

(C) 依赖于 t, x，不依赖于 s (D) 依赖于 s，不依赖于 t

[ ]

三、(本题满分 7 分)

设 $\begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \end{cases}$ 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}$.

四、(本题满分 6 分)

求 $\lim\limits_{x \to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$

五、证明题(本题满分 10 分)

(1) 设 $f(x)$ 在 (a, b) 内可导且 $f'(x) > 0$，则 $f(x)$ 在 (a, b) 内单调增加.

(2) 设 $g(x)$ 在 $x = c$ 处二阶可导且 $g'(c) = 0, g''(c) < 0$，则 $g(c)$ 为 $g(x)$ 的一个极大值。

六、(本题满分 10 分)

求 $\int \frac{dx}{a^2\sin^2 x + b^2\cos^2 x}$，($a, b$ 是不全为零的非负常数)

七、(本题满分 8 分)

求 $\int_0^1 x\arcsin x dx$

八、(本题满分 10 分)

求过曲线 $y = -x^2 + 1$ 上的一点，使过该点的切线与这条曲线及 x, y 轴在第一象限围成图形的面积最小，最小面积是多少？

九、(本题满分 8 分)

求由曲线 $y = 1 + \sin x$ 与直线 $y = 0, x = 0, x = \pi$ 围成的曲边梯形绕 ox 轴旋转而成旋转体体积 V.

十、(本题满分 7 分)

求微分方程 $x\dfrac{dy}{dx} = x - y$ 满足条件 $y\Big|_{x=\sqrt{2}} = 0$ 的特解 .

十一、(本题满分 8 分)

求微分方程 $y'' + 2y' + y = xe^x$ 的通解 .

1987 年理工数学二试题解析

一、填空题

(1) $\underline{e^{-3}}$

[解析] $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n-2}{n+1}\right)^n = \lim\limits_{n\to\infty}\left[(1-\dfrac{3}{n+1})^{-\frac{n+1}{3}}\right]^{\frac{-3n}{n+1}} = e^{-3}$.

(2) $\underline{\dfrac{a}{1+ax}}$, $\underline{-\dfrac{a^2}{(1+ax)^2}}$.

[解析] $y' = \dfrac{1}{1+ax}\cdot(1+ax)' = \dfrac{a}{1+ax}, y'' = \dfrac{-a\cdot a}{(1+ax)^2} = -\dfrac{a^2}{(1+ax)^2}$.

(3) $\underline{y-\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{1}{2}(x-1)}$, $\underline{y-\dfrac{\pi}{4} = -2(x-1)}$.

[解析] $\because y' = \dfrac{1}{1+x^2}, y'\Big|_{x=1} = \dfrac{1}{2}$,所以过点$(1,\dfrac{\pi}{4})$的切线方程为 $y-\dfrac{\pi}{4} = \dfrac{1}{2}(x-1)$,法线方程为 $y-\dfrac{\pi}{4} = -2(x-1)$.

(4) $\underline{f(x)+c}$, $\underline{\dfrac{1}{2}[f(2b)-f(2a)]}$.

[解析] 由定积分定义即知$\int f'(x)dx = f(x)+c$,

又$\int_a^b f'(2x)dx \xlongequal{2x=t} \int_{2a}^{2b} f'(t)\cdot\dfrac{1}{2}dt = \dfrac{1}{2}f(t)\Big|_{2a}^{2b} = \dfrac{1}{2}[f(2b)-f(2a)]$.

(5) $\underline{f(x)\text{ 在}[a,b]\text{上连续}}$, $\underline{\text{在}(a,b)\text{内至少存在一点 }\xi\text{,使}\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b-a)}$.

二、选择题

(1) 应选(D)

[解析] $f(-x) = |-x\sin(-x)|e^{\cos(-x)} = |x\sin x|e^{\cos x} = f(x)$.

(2) 应选(C)

[解析] 取 $x_k = 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}$,则 $f(x_k) = 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\to+\infty(k\to+\infty)$,而取 $x_k = 2k\pi$,则

$f(x_k) = 2k\pi\sin 2k\pi = 0$

可见当 $x \to \infty$ 时，$f(x)$ 的极限不存在，也非无穷大，而是在 $(-\infty, +\infty)$ 内的无界函数.

(3) 应选(B)

[解析] $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(a+x)-f(a-x)}{x} = \lim\limits_{x\to 0}\left[\dfrac{f(a+x)-f(a)}{x} + \dfrac{f(a-x)-f(a)}{-x}\right] = 2f'(a)$.

(4) 应选(D)

[解析] 利用换元积分法知

$$I = t\int_0^{\frac{s}{t}} f(tx)\,dx \xlongequal{u=tx} t\int_0^s f(u)\cdot\frac{1}{t}du = \int_0^s f(u)\,du.$$

可见 I 只依赖于 s，不依赖于 t.

三、

[解析] $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\dfrac{dy}{dt}}{\dfrac{dx}{dt}} = \dfrac{\sin t}{1-\cos t}$.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{dy}{dx}\right)}{\dfrac{dx}{dt}} = \frac{(1-\cos t)\cos t - \sin t\cdot\sin t}{(1-\cos t)^2}\cdot\frac{1}{5(1-\cos t)} = -\frac{1}{5(1-\cos t)^2}.$$

四、

[解析] $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{e^x - 1}\right) = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - 1 - x}{x(e^x-1)} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - 1}{e^x - 1 + xe^x}$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{e^x}{e^x + e^x + xe^x} = \frac{1}{2}.$$

五、

[解析] (1) 由题设，对于任意 $a < x_1 < x_2 < b$，$f(x)$ 在 $[x_1, x_2]$ 上连续，(x_1, x_2) 内可导，根据拉格朗日中值定理有

$$f(x_2) - f(x_1) = f'(\xi)(x_2 - x_1) > 0 \quad (x_1 < \xi < x_2)$$

即 $f(x_2) > f(x_1)$，由定义知，$f(x)$ 在 (a, b) 内单调增加.

(2) 由题设 $g''(c) = \lim\limits_{x\to c}\dfrac{g'(x) - g'(c)}{x - c} = \lim\limits_{x\to c}\dfrac{g'(x)}{x-c} < 0$

根据极限的保号性知，存在 $x = c$ 的某邻域 $(c-\delta, c+\delta)$，在此邻域内有 $\dfrac{g'(x)}{x-c} < 0$ （x

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

$\neq c)$

即当 $x \in (c-\delta, c)$ 时，$g'(x) > 0$；当 $x \in (c, c+\delta)$ 时，$g'(x) < 0$. 从而当 $x \in (c-\delta, c)$ 时，有 $g(x) - g(c) = g'(\xi_1)(x-c) < 0 \quad (c-\delta < \xi_1 < c)$；当 $x \in (c, c+\delta)$ 时，有 $g(x) - g(c) = g'(\xi_2)(x-c) < 0 \quad (c < \xi_2 < c+\delta)$.

即在 $x = c$ 的某邻域内恒有 $g(x) - g(c) < 0 \quad (x \neq c)$，由极值的定义知，$g(c)$ 为 $g(x)$ 的一个极大值.

六、

[解析] $\displaystyle\int \frac{dx}{a^2\sin^2 x + b^2\cos^2 x} \xlongequal[b\neq 0]{a=0} \frac{1}{b^2}\int \frac{1}{\cos^2 x}dx = \frac{1}{b^2}\tan x + c$

$$\int \frac{dx}{a^2\sin^2 x + b^2\cos^2 x} \xlongequal[b=0]{a\neq 0} \frac{1}{a^2}\int \frac{1}{\sin^2 x}dx = -\frac{1}{a^2}\cot x + c$$

$$\int \frac{dx}{a^2\sin^2 x + b^2\cos^2 x} \xlongequal[b\neq 0]{a\neq 0} \frac{1}{ab}\int \frac{1}{1+(\frac{a}{b}\tan x)^2}d(\frac{a}{b}\tan x) = \frac{1}{ab}\arctan(\frac{a}{b}\tan x) + c$$

七、

[解析] 用分部积分

$$\int_0^1 x\arcsin x dx = \int_0^1 \arcsin x d(\frac{1}{2}x^2) = \frac{1}{2}x^2 \cdot \arcsin x\Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{1}{2}x^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \frac{\pi}{4} -$$
$$\frac{1}{2}\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}dx \xlongequal{x=\sin t} \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 t}{\sqrt{1-\sin^2 t}}\cos t dt = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\cos 2t)dt = \frac{\pi}{8}.$$

另外，含有反三角函数的积分，可直接令反三角函数为一新变量：

$$\int_0^1 x\arcsin x dx \xlongequal{\arcsin x = u} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin u \cdot u \cdot \cos u du$$

$$= \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} u\sin 2u du = -\frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} u d\cos 2u = -\frac{1}{4}u\cos 2u\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos 2u du$$

$$= \frac{\pi}{8} + \frac{1}{8}\sin 2u\Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{8}.$$

八、

[解析] 设所求点为 (x_0, y_0)，则 $y_0 = -x_0{}^2 + 1$，所围图形面积是 x_0 的函数，再对 x_0 求极值.

$y' = -2x, y'(x_0) = -2x_0$

曲线 $y=-x^2+1$ 过点 (x_0, y_0) 的切线为 $y-(-x_0{}^2+1)=-2x_0(x-x_0)$，切线在 x 轴，y 轴上的截距分别为 $\frac{1}{2}(x_0+\frac{1}{x_0})$，$x_0{}^2+1$，该切线与曲线，$x$ 轴、y 轴在第一象限围成平面图形的面积为

$S=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}(x_0+\frac{1}{x_0})(x_0{}^2+1)-\int_0^1(1-x^2)dx=\frac{1}{4}x_0{}^3+\frac{1}{2}x_0+\frac{1}{4x_0}-\frac{2}{3}$，令 $S'(x_0)=0$，得 $x_0=\frac{1}{\sqrt{3}}$，且有 $S''(x_0)>0$，由于可能极值点唯一，$S(\frac{1}{\sqrt{3}})$ 为极小值也即最小值，且最小值为 $S(\frac{1}{\sqrt{3}})=\frac{4}{9}\sqrt{3}-\frac{2}{3}$，所求切点坐标为 $(\frac{1}{\sqrt{3}},\frac{2}{3})$.

九、

[解析] $V_x=\int_0^{\pi}\pi(\sin x+1)^2dx=\pi\int_0^{\pi}(\sin^2x+2\sin x+1)dx$

$=\pi\int_0^{\pi}[\frac{1-\cos 2x}{2}+2\sin x+1]dx=\frac{3}{2}\pi^2+4\pi.$

十、

[解析] 原方程可改写为标准形式

$y'+\frac{1}{x}y=1$

由一阶线性微分方程的通解公式知

$y=e^{-\int\frac{1}{x}dx}[\int 1\cdot e^{\int\frac{1}{x}dx}dx+c]=\frac{c}{x}+\frac{1}{2}x$

又由初始条件 $y\Big|_{x=\sqrt{2}}=0$ 得 $c=-1$.故所求特解为 $y=-\frac{1}{x}+\frac{1}{2}x$.

十一、

[解析] 特征方程为 $\lambda^2+2\lambda+1=0$，$\lambda=-1$ 为二重根，由于非齐次项中 $\alpha=1$ 不是特征根，可设原方程的特解为

$y^*=(A_0+A_1x)e^x$

代入原方程解得 $A_0=-\frac{1}{4}$，$A_1=\frac{1}{4}$，即有特解为 $y^*=\frac{1}{4}(x-1)e^x$

故原方程通解为 $y=C_1e^{-x}+C_2xe^{-x}+\frac{1}{4}(x-1)e^x$.

二、1988 年理工数学二试题及解析

1988 年理工数学二试题

一、填空题(本题共 5 个小题,每小题 4 分,满分 20 分.把答案填在题中横线上)

(1) 设 $f(x)=\begin{cases}2x+a, & x\leqslant 0,\\ e^x(\sin x+\cos x), & x>0,\end{cases}$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续,则 $a=$ ______.

(2) 设 $f(t)=\lim\limits_{x\to\infty}t\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{2tx}$,则 $f'(t)=$ ______.

(3) $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)^{\tan x}=$ ______.

(4) $\int_0^4 e^{\sqrt{x}}dx=$ ______.

(5) 设 $f(x)$ 连续,且 $\int_0^{x^3-1}f(t)dt=x$,则 $f(7)=$ ______.

二、选择题(本大题共 5 个小题,每小题 4 分,满分 20 分.每小题给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,把所选项前的字母填在题后的括号内)

(1) $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+6x+1$ 的图形在点 $(0,1)$ 处切线与 x 轴交点的坐标是

(A) $(-\dfrac{1}{6},0)$　　(B) $(-1,0)$

(C) $(\dfrac{1}{6},0)$　　(D) $(1,0)$

[ ]

(2) 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上皆可导,且 $f(x)<g(x)$,则必有

(A) $f(-x)>g(-x)$　　(B) $f'(x)<g'(x)$

(C) $\lim\limits_{x\to x_0}f(x)<\lim\limits_{x\to x_0}g(x)$　　(D) $\int_0^x f(t)dt<\int_0^x g(t)dt$

[ ]

(3) 若函数 $y=f(x)$,有 $f'(x_0)=\frac{1}{2}$,则当 $\triangle x\to 0$ 时,该函数在 $x=x_0$ 处的微分 dy 是

(A) 与 $\triangle x$ 等价无穷小　　(B) 与 $\triangle x$ 同阶的无穷小

(C) 比 $\triangle x$ 低阶的无穷小　　(D) 比 $\triangle x$ 高阶的无穷小

[ ]

(4) 由曲线 $y=\sin^{\frac{3}{2}}x(0\leqslant x\leqslant\pi)$ 与 x 轴围成的平面图形绕 x 轴旋转而成的旋转体体积为

(A) $\frac{4}{3}$　　(B) $\frac{4}{3}\pi$　　(C) $\frac{2}{3}\pi^2$　　(D) $\frac{2}{3}\pi$

[ ]

(5) 设函数 $y=f(x)$ 是微分方程 $y''-2y'+4y=0$ 的一个解且 $f(x_0)>0,f'(x_0)=0$,则 $f(x)$ 在 x_0 处

(A) 有极大值　　(B) 有极小值

(C) 某邻域内单调增加　　(D) 某邻域内单调减少

[ ]

三、(本题满分 5 分)

设 $f(x)=e^{x^2}$,$f[\varphi(x)]=1-x$,且 $\varphi(x)\geqslant 0$,求 $\varphi(x)$ 及其定义域.

四、(本题满分 5 分)

设 $y=1+xe^{xy}$,求 $y'\Big|_{x=0}$,$y''\Big|_{x=0}$.

五、(本题满分 8 分)

将长为 a 的一段铁丝截成两段,用一段围成正方形,另一段围成圆,为使正方形与圆的面积之和最小,问两段铁丝的长各为多少?

六、(本题满分 7 分)

设 $x\geqslant -1$,求 $\int_{-1}^{x}(1-|t|)dt$.

七、(本题满分 12 分)

作函数 $y=\frac{6}{x^2-2x+4}$ 的图形,并填写下表:

单调增加区间	
单调减少区间	
极值点	
极值	
凹(∪)区间	
凸(∩)区间	
拐点	
渐近线	

八、(本题满分 8 分)

设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 内连续可导,且 $m \leqslant f(x) \leqslant M, a>0$.

(1) 求 $\lim\limits_{a \to 0^+} \dfrac{1}{4a^2}\displaystyle\int_{-a}^{a}[f(t+a)-f(t-a)]dt$;

(2) 求证:$\left|\dfrac{1}{2a}\displaystyle\int_{-a}^{a} f(t)dt - f(x)\right| \leqslant M-m$.

九、(本题满分 5 分)

求微分方程 $y' + \dfrac{1}{x}y = \dfrac{1}{x(x^2+1)}$ 的通解.

十、(本题满分 10 分)

设函数 $y=y(x)$ 满足微分方程 $y''-3y'+2y=2e^x$,其图形在点(0,1)处的切线与曲线 $y=x^2-x+1$ 在该点处的切线重合,求函数 y 的解析表达式.

1988年理工数学二试题解析

一、填空题

(1) $\underline{1}$

[解析]　由 $f((0-0)=f(0+0)=f(0)$ 得，$\lim\limits_{x\to 0^-}(2x+a)=\lim\limits_{x\to 0^+}e^x(\sin x+\cos x)$.

即 $a=1$.

(2) $\underline{(1+2t)e^{2t}}$.

[解析]　$\because f(t)=\lim\limits_{x\to\infty}t[(1+\frac{1}{x})^x]^{2t}=te^{2t}$，$\therefore f'(t)=e^{2t}+2te^{2t}$.

(3) $\underline{1}$.

[解析]　$\lim\limits_{x\to 0^+}(\frac{1}{\sqrt{x}})^{\tan x}=\lim\limits_{x\to 0^+}e^{\tan x\cdot\ln\frac{1}{\sqrt{x}}}=e^{\lim\limits_{x\to 0^+}-\frac{1}{2}\tan x\cdot\ln x}$ 而 $\lim\limits_{x\to 0^+}\tan x\cdot\ln x=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\ln x}{\cot x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{\sin^2 x}}=0$，故原式 $=e^0=1$.

(4) $\underline{2(e^2+1)}$.

[解析]
$$\int_0^4 e^{\sqrt{x}}dx\xlongequal{\sqrt{x}=t}\int_0^2 e^t\cdot 2tdt=2\int_0^2 tde^t=2(te^t\Big|_0^2-\int_0^2 e^t dt)$$
$$=2(e^2+1).$$

(5) $\underline{\frac{1}{12}}$.

[解析]　已知等式两边同时对 x 求导得 $f(x^3-1)\cdot 3x^2=1$，设 $x^3-1=u$，得 $f(u)=\frac{1}{3\sqrt[3]{(u+1)^2}}$，故 $f(7)=\frac{1}{12}$.

二、选择题

(1) 应选(A)

[解析]　$\because f'(x)=x^2+x+6$，且 $f'(0)=6$，故过点(0,1)的切线方程为 $y-1=6x$，令

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com