



上海出版基金项目
Shanghai Publishing Funds

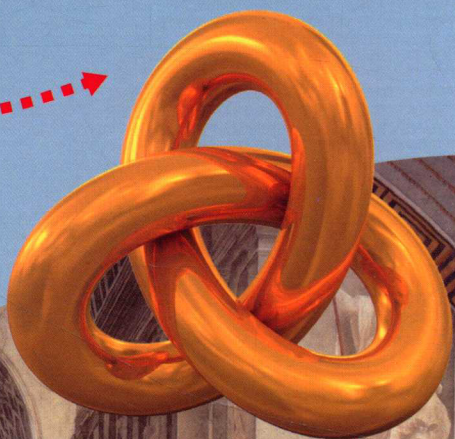
王元 主编

改变世界的科学



数学的足迹

学夫子 韩雪涛 田廷彦 · 著



中国科学院
白春礼院长
褚君浩院士

倾力推荐



上海科技教育出版社



上海出版资金项目
Shanghai Publishing Funds

王元 主编

改变世界的科学

数学的足迹



学夫子 韩雪涛 田廷彦 · 著



上海科技教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学的足迹/学夫子等著. —上海:上海科技教育出版社, 2015.11

(改变世界的科学/王元主编)

ISBN 978-7-5428-6205-1

I. ①数… II. ①学… III. ①数学—青少年读物
IV. ①O1-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第067096号

责任编辑 李 凌 傅 勇
装帧设计 杨 静 汪 彦
绘 图 黑牛工作室 吴杨嬿

改变世界的科学

数学的足迹

丛书主编 王 元

本册作者 学夫子 韩雪涛 田廷彦

出 版 上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 技 教 育 出 版 社
(上海市冠生园路393号 邮政编码200235)
发 行 上海世纪出版股份有限公司发行中心
网 址 www.sste.com www.ewen.co
经 销 各地新华书店
印 刷 上海中华印刷有限公司
开 本 787×1092 1/16
印 张 16
版 次 2015年11月第1版
印 次 2015年11月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5428-6205-1/N·940
定 价 49.80元

“改变世界的科学”丛书编撰委员会

主 编

王 元 中国科学院数学与系统科学研究院

副主编 (以汉语拼音为序)

凌 玲 上海科技教育出版社

王世平 上海科技教育出版社

委 员 (以汉语拼音为序)

卞毓麟 上海科技教育出版社

陈运泰 中国地震局地球物理研究所

邓小丽 上海师范大学化学系

胡亚东 中国科学院化学研究所

李 难 华东师范大学生命科学学院

李文林 中国科学院数学与系统科学研究院

陆继宗 上海师范大学物理系

汪品先 同济大学海洋地质与地球物理系

王恒山 上海理工大学管理学院

王思明 南京农业大学中华农业文明研究院

徐士进 南京大学地球科学与工程学院

徐泽林 东华大学人文学院

杨雄里 复旦大学神经生物学研究所

姚子鹏 复旦大学化学系

张大庆 北京大学医学史研究中心

郑志鹏 中国科学院高能物理研究所

钟 扬 复旦大学生命科学学院

周龙骧 中国科学院数学与系统科学研究院

邹振隆 中国科学院国家天文台

从20 000年前的古老陶片到20世纪末的神奇碳纳米管，
从5000年前美索不达米亚的早期天文观测到21世纪的星际探索，
从3000年前记录的动植物学知识到2000年人类基因组草图完成，
.....

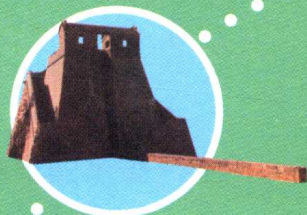
一项项意义深远的科学发现，
就像人类留下的一个个深深的足迹。

当我们串起这些足迹时，
科学发现过程的精彩奇妙，
科学探索征途的蜿蜒壮丽，
将一览无余地呈现在我们面前！

1863年



13世纪后期



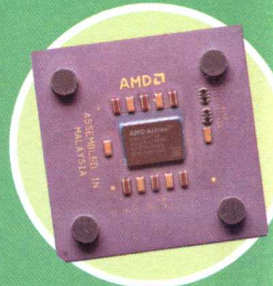
约公元前18 000年



约公元前3世纪



2000年



亲爱的朋友们
请准备好你们的好奇心
科学时空之旅
现在就出发！

1026年



约公元前90年





目 录

- 约公元前 3000 年
埃及象形数字形成 / 1
- 约公元前 2400—前 1600 年
美索不达米亚数学形成 / 2
- 约公元前 1850—前 1700 年
两本埃及数学纸草书写成 / 3
- 约公元前 14 世纪
甲骨文中出现十进位值制记数法 / 5
- 约公元前 11 世纪
商高掌握勾三股四径五 / 6
- 约公元前 600 年
泰勒斯引入命题证明的思想 / 7
- 约公元前 540 年
毕达哥拉斯学派证明勾股定理,并
发现不可公度量 / 8
- 约公元前 500 年
《绳法经》成书 / 10
- 约公元前 460 年
智人学派提出几何作图三大问题 / 11
- 约公元前 450 年
芝诺提出关于运动的悖论 / 12
- 约公元前 430 年
安蒂丰提出穷竭法 / 14
- 约公元前 387 年
柏拉图创办雅典学园 / 15
- 约公元前 370 年
欧多克斯创立比例论 / 17
- 公元前 4 世纪中后期
亚里士多德建立形式逻辑 / 19
- 约公元前 300 年
欧几里得写成《几何原本》 / 21
- 公元前 3 世纪中后期
阿基米德取得一系列数学成果 / 23
- 约公元前 225 年
阿波罗尼乌斯写成《圆锥曲线论》 / 26
- 约公元前 170 年
《算数书》成书 / 27
- 约公元前 100 年
《周髀算经》成书 / 29
- 约公元 100 年
《九章算术》成书 / 30
- 约公元 100 年
门纳劳斯写成《球面学》 / 32
- 约公元 250 年
丢番图写成《算术》 / 33
- 公元 263 年
刘徽注《九章算术》 / 34
- 约公元 300 年
《孙子算经》成书 / 36
- 约公元 320 年
帕普斯写成《数学汇编》 / 38
- 约公元 5 世纪下半叶
祖冲之计算出圆周率的高精度值 / 40
- 约公元 5 世纪下半叶
祖冲之和祖暅给出祖暅原理 / 41
- 公元 499 年
《阿耶波多文集》成书 / 42
- 公元 628 年
婆罗摩笈多写成《婆罗摩历算书》 / 43
- 公元 656 年
李淳风等为“算经十书”作注 / 44
- 约公元 700 年
印度形成包括零的数码及相应的
十进位值制记数法 / 46



- 约公元820年
花拉子米写成《代数学》和《算法》 / 47
- 约1050年
贾宪写成《黄帝九章算术细草》 / 50
- 1150年
婆什迦罗第二写成《莉拉沃蒂》和《算法本源》 / 51
- 1202年
斐波那契写成《计算之书》 / 54
- 1247年
秦九韶写成《数书九章》 / 56
- 约1250年
图西写成《论完全四边形》 / 57
- 1303年
朱世杰写成《四元玉鉴》 / 58
- 约1427年
卡西写成《算术之钥》等 / 60
- 1464年
雷格蒙塔努斯写成《论各种三角形》 / 61
- 1482年
《几何原本》拉丁文译本出版 / 63
- 1545年
卡尔丹《大术》出版 / 64
- 1572年
邦贝利《代数学》前三卷出版 / 67
- 1591年
韦达《分析方法入门》出版 / 69
- 1592年
程大位《算法统宗》出版 / 71
- 1607年
徐光启与利玛窦合作翻译的《几何原本》前6卷出版 / 73
- 1614年
纳皮尔《奇妙的对数规则的说明》出版 / 75
- 1635年
卡瓦列里提出不可分量原理 / 77
- 1637年
笛卡儿正式创立解析几何学 / 79
- 1637年
费马大定理问世 / 83
- 1655年
沃利斯《无穷算术》出版 / 85
- 1657年
惠更斯《论骰子游戏的推理》出版 / 87
- 1666—1671年
牛顿完成一系列关于微积分的论文 / 89
- 1684年和1686年
莱布尼茨发表第一篇微分学论文和第一篇积分学论文 / 91
- 1697年
伯努利解决最速降线问题 / 93
- 1713年
伯努利《猜度术》出版 / 95
- 1734年
贝克莱主教抨击牛顿等人的微积分学 / 97
- 1736年
欧拉解决柯尼斯堡七桥问题 / 100
- 1748年
欧拉《无穷小分析引论》出版 / 102
- 1777年
布丰提出投针问题 / 105
- 1797年
拉格朗日《解析函数论》出版 / 106
- 1797年
韦塞尔首创复数的几何表示 / 108
- 1799年
蒙日《画法几何学》出版 / 110
- 1799年
高斯给出代数基本定理的第一个



- ul style="list-style-type: none; padding-left: 0;">
- 证明 / 112
- 1801年
 - 高斯《算术研究》出版 / 115
- 1807年
 - 傅里叶级数提出 / 117
- 1812年
 - 拉普拉斯《概率的分析理论》出版 / 119
- 1814年
 - 柯西开创复变函数论 / 121
- 1821—1823年
 - 柯西初步完成分析学的严格化 / 123
- 1828年
 - 高斯《关于曲面的一般研究》出版 / 125
- 1829年
 - 罗巴切夫斯基《论几何原理》发表 / 128
- 1829—1832年
 - 伽罗瓦确立群论基本概念 / 131
- 1841—1856年
 - 魏尔斯特拉斯使数学分析严格化 / 134
- 1843年
 - 哈密顿发现四元数 / 135
- 1844年
 - 库默尔创立理想数理论 / 137
- 1849—1854年
 - 凯莱提出抽象群概念 / 138
- 1854年
 - 黎曼几何学创立 / 140
- 1854年
 - 布尔创建逻辑代数 / 142
- 1855年
 - 凯莱定义矩阵的基本概念与运算 / 144
- 1859年
 - 黎曼假设提出 / 145
- 1859年
 - 《代微积拾级》和《代数学》中译本出版 / 147
- 1863年
 - 狄利克雷《数论讲义》出版 / 149
- 1866年
 - 切比雪夫提出关于独立随机变量序列的大数定律 / 150
- 1872年
 - 克莱因提出《埃尔朗根纲领》 / 152
- 1872年
 - 实数理论确立 / 155
- 1873年
 - 埃尔米特证明 e 是超越数 / 157
- 1874年
 - 康托尔创立集合论 / 158
- 1881—1886年
 - 庞加莱创立微分方程定性理论 / 161
- 1882年
 - 林德曼证明 π 是超越数 / 163
- 1888—1893年
 - 李《变换群理论》出版 / 164
- 1895—1904年
 - 庞加莱创立组合拓扑学 / 166
- 1896年
 - 闵可夫斯基《数的几何》出版 / 168
- 1896年
 - 阿达马和瓦莱-普桑证明素数定理 / 170
- 1897年
 - 第一届国际数学家大会召开 / 171
- 1898年
 - 波莱尔奠定测度论基础 / 173
- 1899年
 - 希尔伯特《几何基础》出版 / 174
- 1900年
 - 希尔伯特提出23个著名数学问题 / 176



- 1902年
勒贝格积分建立 / 182
- 1903年
罗素悖论提出 / 184
- 1906—1912年
马尔可夫过程建立 / 186
- 1912年
希尔伯特《线性积分方程一般理论原理》出版 / 188
- 1920年代—1930年代
费希尔等开创现代统计方法 / 190
- 1921年
诺特奠定现代抽象代数学基础 / 192
- 1922年
巴拿赫引进线性赋范空间 / 194
- 1931年
哥德尔提出不完备性定理 / 196
- 1933年
科尔莫戈罗夫建立概率论公理化体系 / 198
- 1936年
第一届菲尔兹奖颁发 / 201
- 1939年
布尔巴基学派《数学原理》开始出版 / 204
- 1939年
坎托罗维奇创立线性规划 / 206
- 1944年
陈省身给出高斯—博内公式的内蕴证明 / 208
- 1944年
冯·诺伊曼、摩根斯坦奠定博弈论理论体系 / 210
- 1944年
伊藤清创立随机分析 / 212
- 1945年
施瓦兹创立广义函数 / 214
- 1946年
韦伊《代数几何学基础》出版 / 215
- 1948年
维纳创立控制论 / 217
- 1948年
香农创立信息论 / 219
- 1950年
纳什提出非合作博弈理论 / 220
- 1960年
鲁宾逊创立非标准分析 / 222
- 1963年
科恩证明连续统假设与ZF公理系统相互独立 / 224
- 1965年
扎德创立模糊数学 / 226
- 1966年
陈景润等推进哥德巴赫猜想的研究 / 228
- 1971年
库克提出NP完全性问题 / 230
- 1975年
芒德布罗创立分形几何 / 232
- 1976年
阿佩尔和哈肯证明四色定理 / 234
- 1976年
丘成桐证明卡拉比猜想 / 236
- 1977年
吴文俊发展定理机器证明 / 238
- 1978年
第一届沃尔夫数学奖颁发 / 239
- 1980年
弗里德曼证明4维庞加莱猜想 / 240
- 1994年
怀尔斯证明费马大定理 / 243
- 图片来源 / 246



约公元前3000年

埃及象形数字形成

讲述数学史,我们必须回到“数学”二字最初的含义——关于数的学问。作为人类活动的一种原始需要,数的概念很早就产生了。有了数,自然就应该有表示数的方法,这就是记数法。我们知道,原始的记数法有划痕记数法和结绳记数法。

随着人类生产能力越来越强大,划痕记数法和结绳记数法已经无法满足需要——东西越来越多,人与人之间的交流也越来越频繁。此外,那些原始记数法还存在不易保存、不易携带等缺点。在这种背景下,约公元前3000年,古埃及诞生了一种新的记数法,它用符号来表示数,这种符号我们称为数字,古埃及用的是一种象形数字。

伴随着数字诞生的是进位制——数太庞大,不可能有10万个数就发明10万个符号来分别表示它们。必须想个办法,用有限个符号来表示它们。由于人有10根手指,以10为一个进阶再方便不过,满十进一的十进制便是来源于此。古

						
1	10	100	1000	10 000	100 000	10^6

古埃及象形数字⑤

埃及的象形数字便是采用十进制,但与现代的十进制又有所不同,没有位值的概念。这种记数法采用不同的符号表示10的前6次幂:一条竖线表示1,窗或骨表示10,套索表示100,莲花表示1000,弯曲的手指表示10 000,一条江鳕鱼表示100 000,而跪着的人则表示1 000 000。

这是数学史上一次伟大的进步——只用几个符号便可表示出上百万的数,此种四两拨千斤的方法深深影响着后世,古希腊字母记数法和至今尚在使用的罗马数字都继承了这一传统。

约公元前2400—前1600年

美索不达米亚数学形成



美索不达米亚的泥版文书④

约公元前3500年，苏美尔人因地制宜，开始在泥版上用图画记录账目，后来这些图画逐渐演化为表意符号而成为文字。泥版文书比较容易保存，目前已出土了好几十万块。在苏美尔人最早的记录中，使用的文字符号有2000个左右。到约公元前2900年，符号削减到600多个，并且被进一步简化；大约到公元前2400年已演变为楔形刻痕的组合，这便是著名的楔形文字。楔形文字的笔画成楔状，很像钉头或箭头，故也叫“钉头文字”或“箭头字”。楔形文字中包括楔形数字，美索不达米亚人采用了一套以六十进制为主的楔形数字记数法。

说得详细一些，这是一种六十进制和十进制的混合进制：60以下用十进简单累数制，60及60以上则用六十进位值制记数法。我们难以得知采用这一奇怪的进位制的原因，毕竟六十进制看起来比十进制要复杂得多。

位值制记数法的理念已经延续至今天的记数系统：相同的符号，根据它在数字表示中的相对位置而被赋予不同的含义，这种位值原理是美索不达米亚数学的一项突出成就，虽然在后来进位制之间的博弈中，十进制最终取代其他进制而成为全球通用，但美索不达米亚的六十进制还是被保留下来，用于计量时间、角度等，这与其先进的记数理念不无关系。当然，美索不达米亚的记数系统也有缺陷，比如没有数字“零”便是一大硬伤——它采用空位表示零，这给理解某些数字带来很大困难，很多数字到底代表多少还得靠上下文的意思。

1	𐎶	11	𐎶𐎵	21	𐎶𐎵𐎶	31	𐎶𐎵𐎶𐎵	41	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶	51	𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶𐎵
2	𐎶𐎶	12	𐎶𐎵𐎶𐎶	22	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	32	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	42	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	52	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
3	𐎶𐎶𐎶	13	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	23	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	33	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	43	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	53	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
4	𐎶𐎶𐎶𐎶	14	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	24	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	34	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	44	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	54	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	15	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	25	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	35	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	45	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	55	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	16	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	26	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	36	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	46	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	56	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	17	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	27	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	37	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	47	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	57	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	18	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	28	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	38	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	48	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	58	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	19	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	29	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	39	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	49	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	59	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶
10	𐎶	20	𐎶𐎵	30	𐎶𐎵𐎶	40	𐎶𐎵𐎶𐎶	50	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶		

楔形数字⑤



约公元前1850—前1700年

两本埃及数学纸草书写成

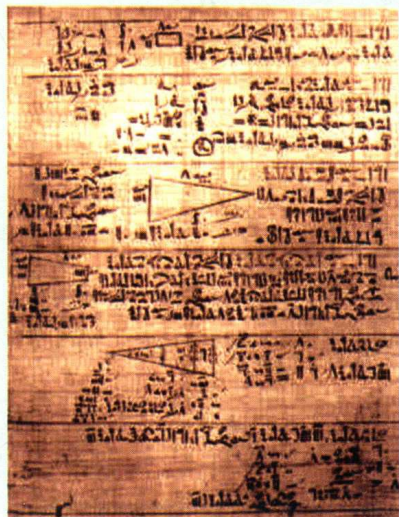
纸草也叫纸莎草,丛生于尼罗河三角洲沼泽地中,草茎经过剖、剥、压、晒等工序,可粘成用于书写的“纸”。“纸草书”就是以纸草为纸,经过书写、记录而形成的古代文献。

目前存世的古埃及纸草书数量不少,其中有关数学的主要有两本:一本称为莱因德纸草书,由苏格兰考古学家莱因德于1858年在卢克索购得,后藏于伦敦博物馆,另有少量缺失部分于1922年在纽约私人收藏品中被发现,现藏于纽约布鲁克林博物馆;一本称为莫斯科纸草书,由俄国考古学家戈列尼谢夫于1893年购得,现藏于莫斯科博物馆。



莱因德^①

莱因德纸草书相传是古埃及抄写员阿赫摩斯在约公元前1700年编撰而成,它记载了自埃及古王国大金字塔时代(约公元前2680—公元前2565年)以来的85个数学问题,是一本实用计算手册式的题目汇编集。书名为《阐明对象中一切黑暗的、秘密的事物的指南》,分为三章,一是算术,二是几何,三是杂题,共有85个问题,涉及方程、数列、面积和体积的计算、分数算法等。占重要地位的是分数算法,作者把所有的分数化成单位分数(即分子为7的分数)。为什么要这样做,现在还不知道。该书还给出了圆面积的近似求法。本书既记录了古埃及人在生产和生活中遇到的实际问题,也含有纯数学的知识问题。

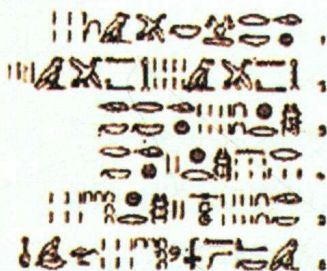
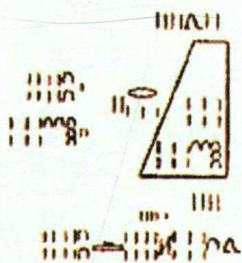


莱因德纸草书^②



戈列尼谢夫^③

莫斯科纸草书是古埃及另一部重要的数学文献,其重要性几乎不亚于莱因德纸草书。它与莱因德纸草书一样,也是各种类型的数学问题集,



莫斯科纸草书⑧

象形文字是最古老的一种，而在莱因德纸草书和莫斯科纸草书中，古埃及象形数字已被简化为僧侣文数字。冗长的重复记号已被摒弃，代之以一些表示1至9及它们与10的乘幂之积的特殊符号，如4不再记成4条竖线，而是用1条横线表示；7也不再记成7条竖线，而是用个镰刀形符号来表示这这也是一个很大的进步。

1	𐍌	10	𐍐	100	𐍑	1000	𐍓
2	𐍌𐍌	20	𐍐𐍐	200	𐍑𐍑	2000	𐍓𐍓
3	𐍌𐍌𐍌	30	𐍐𐍐𐍐	300	𐍑𐍑𐍑	3000	𐍓𐍓𐍓
4	—	40	𐍐𐍐𐍐𐍐	400	𐍑𐍑𐍑𐍑	4000	𐍓𐍓𐍓𐍓
5	𐍌𐍐	50	𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐	500	𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑	5000	𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓
6	𐍌𐍐𐍐	60	𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐	600	𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑	6000	𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓
7	𐍌𐍐𐍐𐍐	70	𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐	700	𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑	7000	𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓
8	𐍌𐍐𐍐𐍐𐍐	80	𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐	800	𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑	8000	𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓
9	𐍌𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐	90	𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐𐍐	900	𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑𐍑	9000	𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓𐍓

古埃及僧侣文数字⑨

至今仍不知晓该书究竟出自何人之手。莫斯科纸草书有25个问题，最著名的是求四棱台的体积，很有可能该书作者已经掌握了求这一体积的计算方法，数学史家贝尔称赞这项古埃及人的伟大成就为“最伟大的埃及金字塔”。

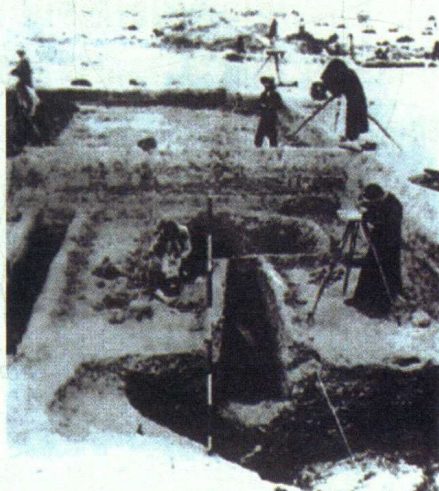
还有一点值得提及，在古埃及流传下来的文字中，



约公元前14^{世纪}

甲骨文中出现十进位值制记数法

1899年,在中国河南省安阳市殷墟遗址出土的龟板兽骨上,人们发现了殷商时代的甲骨文。甲骨本是古人占卜时所用,当用火灼烧甲骨时,他们认为甲骨反面裂开形成的兆纹可以用来推断吉凶。人们也在甲骨上契刻文字,内容一般是占卜所问之事或所得结果,这种文字就是甲骨文。



20世纪30年代殷墟发掘现场^⑧

甲骨文中的数字表明,中国在约公元前14世纪就有了相当完善的十进位值制记数法,这是世界上最早的十进位值制记数法。需要说明的

是,古埃及人最早采用十进制,但不是位值制,最早采用位值制的是美索不达米亚人,但他们采用的主要是六十进位值制。中国人的十进位值制拥有了两者的优点,这在数学史上是一项巨大的进步。

同其他一些记数法一样,甲骨文中的记数法也有一个很大的缺陷——没有“零”的概念和符号,但是中国古人很聪明地发明了4个表示数位十、百、千、万的特殊数字,能确切地表示出任何自然数,这就形成了堪称相当成功的十进位值制记数法。

甲骨文数字与现代汉字中的数字出入并不太大,只是“四”写成四横,而“十”

是一竖。“万”是蝎子的形状,后来演变成“萬”。甲骨文在记数时常常用“合文”,即将两个字合起来写,如在“百”上加一横成二百,再加一横成三百,等等。但读起来还是两个音,只是写起来紧凑一些。在甲骨文中已发现的最大数是三万。



甲骨文中出现十进位值制记数法^⑨

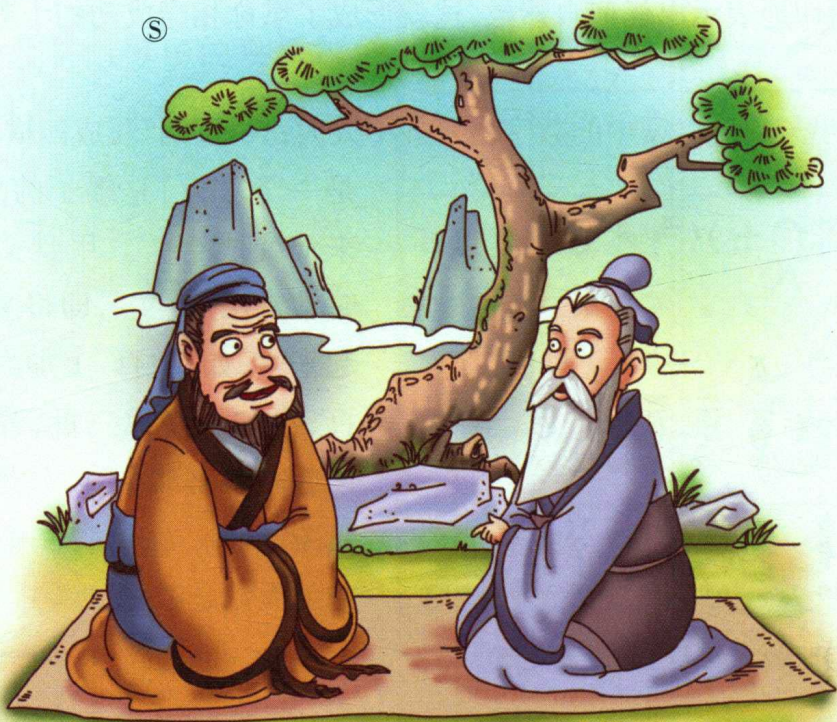


约公元前11 世纪

商高掌握勾三股四径五

据传,中国西周时期的学者商高深谙数学、天文、历法等知识,约公元前100年成书的《周髀算经》记载了他与周公的一段对话,从中可知他已知晓勾股定理的一个特例:“勾广三,股修四,径隅五。”这句话可以理解为:一个直角三角形,如果较短直角边(勾)的长是3,较长直角边(股)的长是4,那么斜边(径)的长就是5。不过我们要意识到,尚无任何证据表明那时人们已经发现勾股定理的一般形式并给出了证明,中国人给出其一般形式的证明还得等到三国时期赵爽对《周髀算经》的注释。

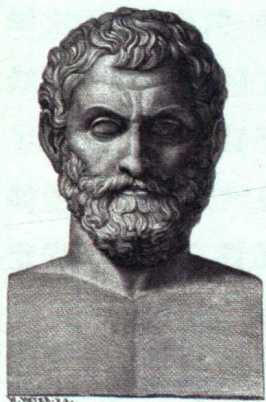
商高还知道怎样使用一种形状为直角三角形的测量工具——矩:“平矩以正绳,偃矩以望高,覆矩以测深,卧矩以知远,环矩以为圆,合矩以为方。”从中可知,商高已掌握了相似直角三角形对应边成比例这一原理。直角三角形的作用在这里可谓得到了很好的发挥,测量一个物体的长、宽、高都可以根据相似原理来解决。特别要注意“环矩以为圆”这一句,它一直备受海内外数学史家的关注,有学者认为这句话是“直径所对圆周角为直角”的意思,不过对这一点尚存争议。无论如何,商高是人们所知的有史以来第一个成功运用勾股测量技术的人。





约公元前600年

泰勒斯引入命题证明的思想



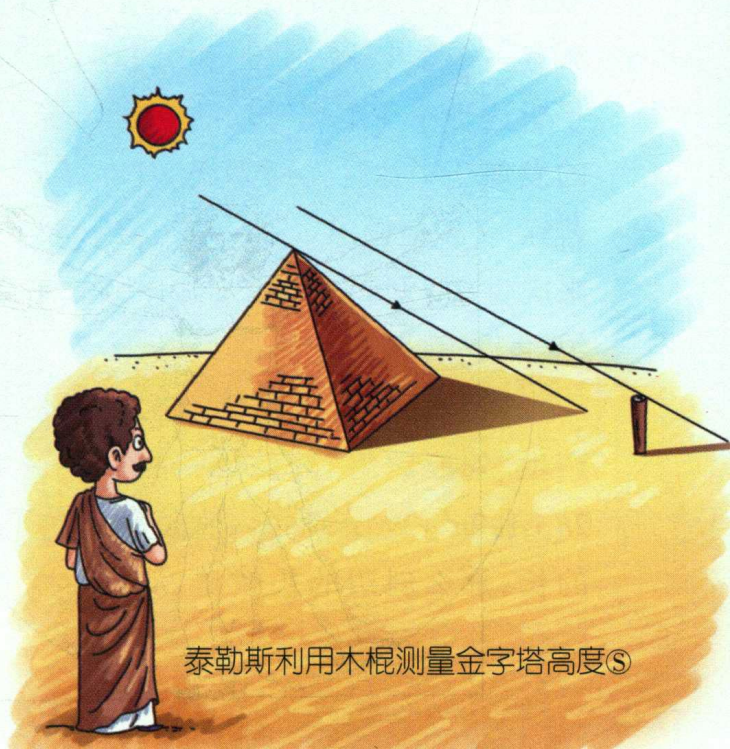
泰勒斯④

泰勒斯是有可靠历史记载的古希腊第一位自然科学家和哲学家,他广闻博识,是希腊最早的哲学学派,即爱奥尼亚学派的创始人,曾因经商、从政、科学活动等方面的成就被誉为“希腊七贤”之一。

泰勒斯是一个谜一样的人物。也许是因为离我们太久远,我们对泰勒斯的生平几乎一无所知,如今对他的了解都是来自于几百年后一些学者的描述。普罗克洛斯把下列5个命题归于泰勒斯:

(1)任何圆周都要被其直径平分;(2)等腰三角形的两底角相等;(3)两直线相交,对顶角相等;(4)有两角一边对应相等的两个三角形全等;(5)直径所对圆周角为直角。

虽然泰勒斯没有留下任何文稿或文献,也没有任何直接的证据表明这些结论确实为泰勒斯所得,但很多历史学家对此深信不疑。据说他曾用木棍的投影和金字塔的投影作比较,从而计算出金字塔的高度,还利用他从美索不达米亚那里学来的天文学知识,成功预测了公元前585年的日食。虽然这些事真伪难辨,也许是真有其事,也许是后人杜撰,我们已无从查考。但可以肯定的是,在几何学作为一门独立的、演绎的科学建立起来的过程中,泰勒斯功不可没。“命题证明”是古希腊几何学的基本精神,而泰勒斯就是古希腊几何学的先驱,是他引入“命题证明”的思想,使数学从具体的、实验的阶段开始向抽象的、理论的阶段过渡,这在数学史上是一次飞跃。

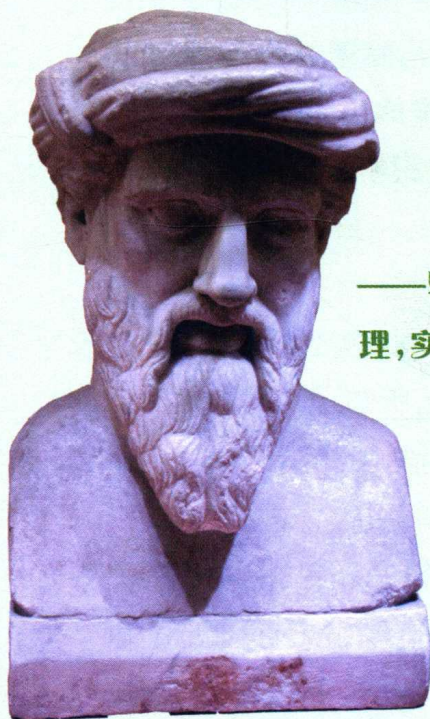


泰勒斯利用木棍测量金字塔高度⑤



约公元前540 年

毕达哥拉斯学派证明勾股定理,并发现不可公度量



毕达哥拉斯④

毕达哥拉斯是古希腊著名的数学家、哲学家、天文学家,他生于萨摩斯岛,相传因反对奴隶主民主派的僭主统治,早年就被迫离开家乡,游历四方。毕达哥拉斯创建了一个颇具神秘色彩的,集宗教、政治、数学为一体的团体——毕达哥拉斯学派,结果许多冠以毕达哥拉斯之名的数学定理,实际上是毕达哥拉斯学派那些信徒的成果。

此时数学的两大领域——算术与几何——有着很明显的界限。毕达哥拉斯学派的研究对算术和几何都有涉及。算术中以其“万物皆数”的思想(实际上已成该学派的教条)为代表,几何中则以“毕达哥拉斯定理”(中国称勾股定理)为代表。

万物皆数的思想大概是源于对数字之美的崇拜。随手就可以找到让人着迷的例子: $365 = 10^2 + 11^2 + 12^2$, $6^2 = 1^3 + 2^3 + 3^3$ ……在毕达哥拉斯学派看来,宇宙的本质就是数。他们认为,1是所有数的神圣缔造者,2是一个女性数,3是一个男性数,4代表公正,5代表婚姻……如今似乎没有多少人知道这些了,大概是因为这一套理论在现代人看来是如此“荒谬”。毕达哥拉斯学派有一个特点,就是将算术和几何紧密联系起来,并在他们的探索中发现并证明了毕达哥拉斯定理。这一定理的发现让毕达哥拉斯学派欣喜若狂,传说他们宰杀了一百头牛来庆功,所以该定理又得了个绰号,即“百牛定理”。

毕达哥拉斯学派还发现了产生“勾股数组”的公式:如果 $2n+1$, $2n^2+2n$ 分别是两直角边的长,那么斜边的长就是 $2n^2+$

