對數簡法

續對數簡法

假數測圓

對數簡法

（求表捷術之一）

戴煦撰

中華書局

叢書集成初編
對數簡法（及其他二種）
中華書局出版發行
（北京王府井大街三十六號）
秦皇島市資料印刷廠印刷
一九八五年北京新一版
開本：七八七乘一〇九二毫米 三十二分之一
統一書號：一七〇一八・一五一

對數簡法

叢書集成初編所選粵雅堂叢書小萬卷樓叢書皆收有此書粵雅在前故據以排印

求對數舊法之言甚詳。而數重緒多。初學恆未易了。鄂士先生揭其精要而變通之。著爲對數簡法。首論開方。自淺入深。而約以七術。繼復立累除法。省數十次開方。用表已備極能事。尤妙者捨開方而求假設數。夫對數折半眞數開方。開至單一下多空位之零數。於是眞數對數。遂得其會通。此開方所由首重也。顧必累開不已。始得會通。何如逕就會通處。假一數以通之。迨展轉相通。而七十二對數之等差。已備具於假設諸數。一比例而定準之數出矣。以是知數之爲用。帶零求整難。設整御零易。憑所知。課所求。順推而入難。借所求。通所知。逆轉而出易。苟悟此。可以得馭數之方。豈惟是對數一門。有裨後學耶。道光乙巳長至後五日梅侶項名達題於印蓮小閣。

對數以加減代乘除。用之甚便。而求之甚難。舊法求諸對數。皆先求自一至九。遞至單一下九空位零一至九之九十九數。而求之之法。大略有三。先定十百千萬之對數。而其間之零數。則用中比例累求而得。以首率末率兩眞數相乘。開方得中率之眞數。以首率末率兩假數相加。折半得中率之假數。漸求漸近。以至適合。如舊法求九之假數。用中比例。求至二十六次。而得八位之對數。此一法也。凡假數之首位。因眞數之位數而遞加。以眞數自乘至多位。而其位數。卽假數首位以前之數。然後以自乘弟幾率除之。卽得眞數弟一率之假數。如舊法求二之對數。自乘至一千三百餘億率。除自乘之位數四百餘億位。而得十二位之假數。又一法也。既定十之對數爲一。乃以眞數十。開方五十四次。三十三位。以假數折半五十四次。爲逐數之假數。列爲開方表。乃以弟五十四次眞假兩數比例。得單一下十五空位零一之假數爲率。于是以應求對數之眞數。開方四五十次。求得十五空位。與爲比例。然後以開方弟幾次之率數乘之。而得二十二位之假數。或眞數開方二十餘次。求得九空位。與表內九空位開方數爲比例。亦以率數乘之。而得十三四位假數。如舊法求二與六之對數。又一法也。顧此數法。布算極繁。甚至經旬累月。而不能竟求一數。故言筭者鮮不望之而生畏。夫立法太繁。則較筭不易。深慮寖久而失其眞也。因復詳加探索。始悟求十一二位之對數開方表。祇須二十一次。一十四位。已屬敷用。而既有開方表。則求諸對數。可不必更開方。較之舊法。省算數倍。且不特此也。凡諸對數。皆定于十之對數。而實生于單一下五六空位零一之對數。今欲以十之對數。求單一下五六空位零一之對數。勢不得不屢次開方。若借一篗爲單一下

五六空位零一對數．轉求十之借數．卽可得其比例之率．知累除之法．可代開方．而開方表亦可省求也．

爰爲揭出．俾求對數者有取焉．乙巳秋日鄂士識

對數簡法總目

卷之上

卷之下

對數簡法卷之上

開方第一術

開平方向用商除。商除者。以意商度。商度一次。僅得一位。故初商次商三商以次遞求。位數多者。頗覺繁重。其所以繁重之故。緣乘除皆係有法有實。而開方但有實而無法。必以意商度。始得其數。玆別立一法。不用商除。但用乘除。而得數仍合。可免以意商度之難。爲較便也。

術曰。自一至九爲初商根。各自乘。以次列之。爲初商實。以所設方積、較初商實。取其稍大于方積者。以其方根爲第一數。　次以初商實內減方積。爲減餘數。以第一數除之。二除之。爲第二數。　又以減餘數除初商實。所得爲每數除法。乃以除法除第二數。一乘之。四除之。爲第三數。　以除法除第三數。三乘之。六除之。爲第四數。　以除法除第四數。五乘之。八除之。爲第五數。　以除法除第五數。七乘之。十除之。爲第六數。　每數以一三五七九諸奇數爲乘法。以二四六八十諸偶數爲除法。依次遞求。至應求位數下。第一數恆爲正。第二數以下均爲負。幷諸負數。以減第一正數。得所求方根。

假如有平方積一〇。欲求方根五位。

法檢初商實。得一六。爲較大于設數。即以其方根四〇〇〇〇〇〇（凡求方根。須增求位數。則尾位方準。故加六空位。求至七位。又凡單位。加囗別）之。爲第一數。　次以初商實內減平方積。得減餘數六〇〇〇〇〇〇。以第一數除之。二除之。得七五

○○○○爲第二數。又以減餘數除初商實。得一六六六六七爲每數除法。乃以除法除第二數。一乘之。四除之。得七○三一二爲第三數。以除法除第三數。三乘之。六除之。得一三一八四爲第四數。如是遞求。得第五數三○九○。第六數八一一。第七數二二八。第八數六七。第九數二○。第十數六。第十一數二。于是幷第二數以下得八三七七二○。以減第一數得一六二二八○。截用五位尾位以下滿五。進一算。得一六二三。卽方根也。

第一數	第二數	第三數	第四數	第五數	第六數	第七數	第八數	第九數	第十數	第十一數	幷得數	減得數	
四											○	一	四
○	七										八	一	○
○	五	七	一								三	六	○
○	○	○	三	三							七	二	○
○	○	三	一	○	八	二					二	二	○
○	○	一	八	九	一	二	六	二			七	八	○
○	○	二	四	○	一	八	七	○	六	二	○	○	○

開方第二術

前術求五位之方根。已求至十一數。若求多位。必至數十百數。雖免商除之難。而立術仍屬繁重。所以然者。以逐數降位之難也。或一數而降一位。或兩數而始降一位。夫至兩數而始降一位。則求兩數方可代商除一次。矣而降位之難。實由于逐數除法之小。除法之小。又由于減餘數之大。茲復立截位開方之法。則減餘數小而一數可降數位。視前術爲較便也。

術曰。依前術先求數位方根。然後以此數位之方根虛加一算。如先求之方根尾位以下未滿五棄之者。應虛加一算。如滿五進一算者不必加。再爲第一數。次以第一數自乘內減方積。爲減餘數。以第一數除之。二除之。爲第二數。　又以第一數自乘。以減餘數除之。爲逐數除法。以下仍如前術入之。

假如有平方積一〇。欲求十六位方根。

法依前術先求五位方根得三一六二三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇。即以爲第一數。以前求方根尾位滿五進一算。故不復虛加一算。　次以第一數自乘。得一〇〇〇〇一四一二九〇〇〇〇〇〇〇〇。內減方積得減餘數一四一二九〇〇〇〇〇〇〇〇。以第一數除之。二除之。得二二三三三九七五二七一一六三爲第二數。　又以減餘數除第一數自乘冪。得七〇七七七四二七爲除法。第三數止七位。故除法止用八位。又單位以下之數。以除法一數則除後必大于原實。減餘數首位在單位下四位。故能除自乘冪首位十成七百萬。以除第二數。止須截用九位。一乘之。四除之。得七八九〇八四八爲第三數。以除法除第三數。第四數止二位。除法止須截三位。其第三數亦止須截用四位爲實。三乘之。六除之。得五六爲第四數。　于是并第

二數以下諸負數。得二二三三九八三一六二〇六七。以減第一正數。得三一六二二七七六六〇一六八三七九三三。截去尾位下三三。卽十六位方根也。

第一數	三一六二三〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	二二三三九七五二七一一六三
三	七八九〇八四八
四	五六
并得數	〇〇〇〇〇二二三三九八三一六二〇六七
減得數	三一六二二七七六六〇一六八三七九三三
	三一六二三〇〇〇〇〇〇　〇〇〇〇〇〇

開方第三術

前術較之第一術。誠便矣。然前五位方根。仍須求至十一數。且若位數再多。則第二數卽當求至多位。故又有屢次截位開方法。不復用第三數。而惟求第三數之首位。以驗第二數之相合者幾位。下卽變求。而所得之方根。屢次自倍。視前術爲較便也。

術曰。以方積較初商實。取稍大者。以其根爲第一數。依前術。求得第二數。再求第三數之首位。幷入第二數。以減第一數。所得取前二位。尾位下不論滿五未滿。咸進一筭。再爲第一數。自乘。內減方積。得減餘數。依前求第二數。再求第三數之首位。幷入第二數。以減第一數。取前四位。尾位下進一算。再爲第一數。如是遞求至應求位數而止。得所求方根。

假如有平方積一〇。欲求三十二位方根。

法以方積較商實。得一六爲較大。卽以其方根四〇〇爲第一數。又以方積減商實。得減餘數六〇〇。二除之。又第一數除之。得七五爲第二數。又以減餘數除商實。得除法二六七。以四除第二數。除法除之。得第三數首位七。幷入第二數。得八二。以減第一數。得三一八。去尾位。進一算。得三二。爲第一次求得數。又以三二〇〇〇爲第一數。自乘。得一〇二四〇〇。內減方積。得減餘數二四〇〇〇。二除之。又第一數除之。得三七五爲第二數。又以減餘數除第一數自乘。得除法四三七。以四除第二數。除法除之。得第三數首位二。幷入第二數。得三七七。以減第一數。得三一六二三。去尾位。進一算。得三一六三。爲第二次求得數。

又以三一六三〇〇〇〇〇〇爲第一數。自乘。得一〇〇〇四五六九〇〇。內減方積。得減餘數四五六九〇〇。二除之。又第一數除之。得七二二二六爲第二數。又以減餘數除第一數自乘。得除法二一九〇。以四除第二數。除法除之。得第三數首位八。幷入第二數。得七二二三四。以減第一數。得三一六二二七

七六六。去尾位。進一算。得$\boxed{\text{三}}$一六二二七七七為第三次求得數。又以$\boxed{\text{三}}$一六二二七七〇〇〇〇〇〇〇為第一數。自乘得一$\boxed{\text{〇}}$〇〇〇〇〇〇二五一九一七二九〇〇。內減方積。得減餘數二五一九一七二九〇〇。二除之。又以第一數除之。得三九八三一六二〇四。為第二數。又以減餘數除第一數自乘冪。得除法三九七〇〇〇〇$\boxed{\text{〇}}$。以四除第二數。除法除之。得第三數首位二。并入第二數。得三九八三一六二〇六。以減第一數。得$\boxed{\text{三}}$一六二二七七六六〇一六八三七九四。去尾位。進一算。得$\boxed{\text{三}}$一六二二七七六六〇一六八三八〇為第四次求得數。又以$\boxed{\text{三}}$一六二二七七六六〇一六八三八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇為第一數。自乘得一$\boxed{\text{〇}}$〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇四二二四八〇九九五一八二四四〇〇〇。內減方積。得減餘數四二二四八〇九九五一八二四四〇〇〇。二除之。又第一數除之。得六六八〇〇一一〇六四五五五三九〇為第二數。又以減餘數除第一數自乘冪。得除法二三六〇〇〇〇〇〇〇〇〇$\boxed{\text{〇}}$。以四除第二數。除法除之。得七。并入第二數。得六六八〇〇一一〇六四五五五三九七。以減第一數。得$\boxed{\text{三}}$一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四四四四六〇三。截去尾位三。即三十二位方根也。

第一次

第一數	四〇〇
二	七五
三	七
并得數	〇八二
減得數	三一一八
	四〇〇

第二次

第一數	三二〇〇
二	三七五
三	二
并得數	〇〇三七七
減得數	三一六二一三
	三二〇〇

第三次

第一數	三一六三〇〇〇〇
二	七二二二六
三	八
并得數	〇〇〇七二二三四
減得數	三一六二二七七六一六
	三一六三〇〇〇〇

第四次

第一數	三一六二二七七七〇〇〇〇〇〇〇〇〇
二	三九八三一六二〇四
三	二
并得數	〇〇〇〇〇〇〇〇三九八三一六二〇六
減得數	三一六二二七七六六〇一六八三七九一四
	三一六二二七七七〇〇〇〇〇〇〇〇〇

第五次

第一數	二	三	并得數	減得數	
三一六二二七七六六〇一六八三八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇	六六八〇〇一一〇六四五五五三九〇	七	〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇六六八〇〇一一〇六四五五五三九七	三一六二二七七六六〇一六八三七九三三一九九八八九三五四四四六〇三 一	三一六二二七七六六〇一六八〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

右術。求至第五次。卽得三十二位方根。誠甚便矣。所難者。第四五次多位乘除耳。但除法用珠算口訣。既定商數。以下逐次遞減。若至尾位下。則除法位數。亦可逐漸省算。若乘法則起尾位。故以珠算而論。則定位難。若用筆算。則乘後并數難。茲變通籌算。立對表乘法。又參用平方廉隅立藏位乘法。二術庶可化難爲易。不嫌繁重。爲較便也。

表乘術曰．以乘法挨次遞加．列爲九行．如原實內九數不全者．不必全列九行． 視原實首位何數．卽以第幾行爲第一數．再視次位．更以第幾行降一位爲第二數．每至三四數，則相并一次．如是遞求至原實末位．乃併諸并數．卽乘得數．

第四次三一六二二七七七自乘算式

表

第一行	三一六二二七七七
二行	六三二四五五五四
三行	九四八六八三三一
六行	一八九七三六六六二
七行	二二一三五九四三九

併諸併數	第二併數	八七六五	第一併數	第一二三四數	原實
一〇〇〇〇〇〇〇二五一九一七二九	〇〇〇〇八七八一六四五一七二九	二二一三五九四三九 二二一三五九四三九 二二一三五九四三九 六三二四五五五四	九九九九一三二〇八七四〇〇〇〇	六三二四五五五四 一八九七三六六六二 三一六二二七七七 九四八六八三三一	三一六二二七七七
卽乘得數					