

数学模型在经济学 的应用及研究

杨东方 黄新民 编著

*The Application and Research of
Mathematical Model in Economics*

1



 海洋出版社



陕西国际商贸学院学术著作出版基金资助出版

数学模型在经济学的应用及研究(1)

The Application and Research of Mathematical Model in Economics(1)

杨东方 黄新民 编著

海洋出版社

2015年·北京

内 容 提 要

通过阐述数学模型在经济学的应用和研究, 定量化地展示经济系统中各种影响经济的指标因子和经济因子的变化过程, 揭示经济系统的规律和机制以及其稳定性、连续性的变化, 使经济数学模型在经济系统中发挥巨大作用。在科学技术迅猛发展的今天, 通过该书的学习, 可以帮助读者了解经济数学模型的应用、发展和研究的过程; 分析不同领域、不同学科的各种各样经济数学模型; 探索采取何种数学模型应用于何种经济领域的研究; 掌握建立数学模型的方法和技巧。此外, 该书还有助于加深对经济系统的量理解, 培养定量化研究经济系统的思维。

本书主要内容为: 介绍各种各样的数学模型在经济学不同领域的应用, 如在均衡理论、效用论、生产理论、市场理论、分配理论、微观经济政策、国民收入核算、国民收入决定、失业与通货膨胀、开放经济理论、经济周期、经济增长理论和宏观经济政策等领域以及金融变化、商务变化和经济变化等领域的应用。详细阐述了数学模型建立的背景、数学模型的组成和结构以及其数学模型应用的意义。

本书适合经济学、气象经济学、地质经济学、海洋经济学、环境经济学、生物经济学、生态经济学、陆地生态经济学、海洋生态经济学和海湾生态经济学等有关领域的科学工作者和相关学科的专家参阅, 也适合高等院校师生作为教学的教材和科研的参考。

图书在版编目(CIP)数据

数学模型在经济学的应用及研究. 1/杨东方, 黄新民编著. —北京: 海洋出版社, 2015. 10
ISBN 978-7-5027-9263-3

I. ①数… II. ①杨… ②黄… III. ①经济数学-数学模型-研究 IV. ①F224.0

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第239485号

责任编辑: 鹿 源

责任印制: 赵麟苏

海洋出版社 出版发行

<http://www.oceanpress.com.cn>

北京市海淀区大慧寺路8号 邮编: 100081

北京华正印刷有限公司印刷 新华书店北京发行所经销

2015年10月第1版 2015年10月第1次印刷

开本: 787 mm × 1092 mm 1/16 印张: 20

字数: 460千字 定价: 60.00元

发行部: 62132549 邮购部: 68038093 总编室: 62114335

海洋版图书印、装错误可随时退换

《数学模型在经济学的应用及研究(1)》编委会

主 编 杨东方 黄新民

副主编 韦林珍 王凤友 冯 明 姬建鹏 陈 豫

编 委 (按姓氏笔画为序)

冯志纲 刘东花 朱四喜 江永洪 吴云杰

杨丹枫 杨佩华 闵锁田 胡 媛 赵孝梨

赵登攀 黄 宏 路 敏 葛红光 戴婧妮

数学是结果量化的工具

数学是思维方法的应用

数学是研究创新的钥匙

数学是科学发展的基础

杨东方

经济是人类生存的保障

经济是社会演替的特征

经济是地球发展的动力

杨东方

要想了解动态的经济系统的基本过程和动力学机制,尽可从建立数学模型为出发点,以数学为工具,以经济为基础,以政策、信息、事件为辅助,对经济现象、经济市场、经济过程进行探讨。

经济数学模型体现了在定性描述与定量处理之间的关系,使研究展现了许多妙不可言的启示,使研究进入更深的层次,开创了新的领域。

杨东方

2015年4月19日

前 言

细大尽力,莫敢怠荒,远迹辟隐,专务肃庄,端直敦忠,事业有常。

——《史记·秦始皇本纪》

数学模型研究可以分为两大方面:定性的和定量的。要定性地研究,提出的问题是:“发生了什么或者发生了没有”,要定量地研究,提出的问题是“发生了多少或者它如何发生的”。前者是对问题的动态周期、特征和趋势进行了定性的描述,而后者是对问题的机制、原理、起因进行了定量化的解释。然而,经济学中有许多实际调查问题与建立模型并不是直接有关的。于是,通过分析、比较、计算和应用各种数学方法,建立反映实际的且具有意义的仿真模型。

经济数学模型的特点为:(1)综合考虑各种经济因子的影响。(2)量化描述经济过程,阐明经济机制和规律。(3)能够动态地模拟和预测经济发展状况。

经济数学模型的功能为:(1)建造模型的尝试常有助于精确判定所缺乏的知识和数据,对于经济和经济相关因子有进一步定量了解。(2)模型的建立过程能产生新的想法和实验方法,并缩减实验的数量,对选择假设有所取舍,完善实验设计。(3)与传统的方法相比,模型常能更好地使用越来越精确的数据,将从经济的不同方面所取得材料集中在一起,得出统一的概念。

模型研究要特别注意:(1)模型的适用范围:时间尺度、空间距离、区域大小、参数范围。例如,不能用每月的个别发生的经济现象来检测1年跨度的调查数据所做的模型。又如用突发事件的经济模型来解释经常发生的一般经济现象。因此,模型的适用范围一定要清楚;(2)模型的形式是非常重要的,它揭示内在的性质、本质的规律,来解释经济现象的机制、经济环境的内在联系。因此,重要的是要研究模型的形式,而不是参数,参数只是说明尺度、大小、范围而已;(3)模型的可靠性,由于模型的参数一般是从实测数据得到的,它的可靠性非常重要,这是通过统计学来检测。只有可靠性得到保证,才能用模型说明实际的经济问题;(4)解决经济问题时,所提出的观点,不仅从数学模型支持这一观点,还要从经济现象、经济市场等各方面的事实来支持这一观点。

本书以经济数学模型的应用和发展为研究主题,介绍数学模型在经济学不同

领域的应用,如在均衡理论、效用论、生产理论、市场理论、分配理论、微观经济政策、国民收入核算、国民收入决定、失业与通货膨胀、开放经济理论、经济周期、经济增长理论和宏观经济政策等领域以及金融变化、商务变化和经济变化等领域的应用。详细阐述了数学模型建立的背景、数学模型的组成和结构以及其数学模型应用的意义。认真掌握经济数学模型的特点和功能以及注意事项。经济数学模型展示了经济系统的演化过程和预测了发展方向。

本书获得陕西国际商贸学院学术著作出版基金、陕西理工学院学术著作出版基金、贵州民族大学博点建设文库、“贵州喀斯特湿地资源及特征研究”(TZJF-2011年-44号)项目、“喀斯特湿地生态监测研究重点实验室”(黔教全KY字[2012]003号)项目、教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-12-0659)项目、“西南喀斯特地区人工湿地植物形态与生理的响应机制研究”(黔省专合字[2012]71号)项目、基于信息融合的贵州水资源质量智能监控平台研究项目、贵州民族大学引进人才科研项目([2014]02)、土地利用和气候变化对乌江径流的影响研究(黔教合KY字[2014]266号)、威宁草海浮游植物功能群与环境因子关系(黔科合LH字[2014]7376号)以及国家海洋局北海环境监测中心主任科研基金——长江口、胶州湾、莱州湾及其附近海域的生态变化过程(05EMC16)的共同资助下完成。

此书得以完成应该感谢陕西国际商贸学院的王立新校长、北海环境监测中心崔文林主任、上海海洋大学的李家乐院长和贵州民族大学的张学立校长;还要感谢刘瑞玉院士、冯士筴院士、胡敦欣院士、唐启升院士、汪品先院士、丁德文院士和张经院士。诸位专家和领导给予的大力支持,提供的良好的研究环境,成为我们科研事业发展的动力引擎。在此书付梓之际,我们诚挚感谢给予许多热心指点和有益传授的其他老师和同仁。

本书内容新颖丰富,层次分明,由浅入深,结构清晰,布局合理,语言简练,实用性和指导性强。由于作者水平有限,书中难免有疏漏之处,望广大读者批评指正。

沧海桑田,日月穿梭。抬眼望,千里尽收,祖国在心间。

杨东方 黄新民

2015年8月16日

目 次

小微企业的贷款保证保险博弈模型	(1)
省际基础教育的服务绩效模型	(3)
能源消费结构的演变模型	(7)
金融系统性的风险预警模型	(13)
人民币的均衡汇率模型	(16)
农村金融体系的效率模型	(20)
工业增长的要素错配模型	(22)
部门之间的工资差异模型	(26)
信息化与工业化的界限融合模型	(33)
企业风险传导的耦合效应模型	(36)
最优生产组织的决策模型	(39)
企业财务的危机预警模型	(42)
能源与资本替代的非对称效应模型	(49)
经济增长的因素驱动模型	(54)
碳排放的预测模型	(59)
金融和生产的内生增长模型	(64)
能源金融市场的风险预警模型	(70)
融资平台的信用风险评价模型	(75)
失业保险基金的促就业模型	(79)
股指期货与现货指数的关系式	(82)
引起劳动力转移的产业结构模型	(86)
汇率波动的上市企业价值评估模型	(90)
市场价格波动的日历效应模型	(94)
农村经济转变的金融约束模型	(101)
粮食价格波动的福利效应模型	(106)
工业绿色生产率的效应模型	(109)
公司的低杠杆策略模型	(113)
企业责任风险的传导模型	(116)

经贸对科学合作的推动模型	(120)
农业价值链的融资模型	(124)
人民币汇率变动的出口贸易模型	(128)
中小企业的区域金融发展模型	(130)
商业银行的资本缓冲模型	(134)
影子银行的货币政策传导模型	(137)
家庭金融资产的投资风险模型	(141)
经济效益的政府最优规模模型	(144)
经济增长的人力资本引擎模型	(149)
职业教育产业的激励模型	(153)
内控信息披露的资本成本模型	(160)
放弃种菜的意愿模型	(164)
经济绩效与健康水平模型	(168)
工业化与信息化的融合模型	(171)
区域房价的差异模型	(174)
均衡性转移的支付资金模型	(177)
经济波动的内生增长模型	(180)
价格与价值的均衡模型	(184)
经济增长的空间模型	(187)
信贷量的经济效应模型	(189)
上市公司的投融资模型	(191)
非农自雇活动的转换模型	(193)
经济增长的住宅投资模型	(196)
消费率的预测模型	(198)
市场要素的政策扭曲模型	(201)
劳动效率的双重损失模型	(205)
资本成本的敏感性模型	(207)
研发创新机构的持股模型	(211)
通货膨胀的预测模型	(214)
股价变动的居民消费模型	(218)
国内外农产品的价格耦合模型	(221)
产业结构性的速度变化模型	(223)

盈利的预测偏差模型	(226)
名义工资黏性的估算模型	(228)
基础设施的资本存量公式	(230)
城镇家庭的财产水平方程	(232)
部门收入的差异方程	(234)
长期货币中性的预测模型	(236)
服务业的增加估算公式	(239)
主权信用货币的稳定性模型	(242)
外汇储备的循环路径模型	(247)
劳动报酬份额的演变模型	(250)
最低工资的就业保障模型	(254)
劳动力迁移的收入弹性模型	(257)
民营企业的投资效率模型	(260)
地方财政支出的决策模型	(263)
财税政策的产业结构调整方程	(266)
经济增长与通货膨胀的平衡模型	(268)
企业自主创新的产出绩效模型	(272)
出口专业化的测度模型	(275)
国有单位工资的分配效应模型	(278)
健康人力资本的经济变化模型	(281)
地方官员的均衡政治收益模型	(286)
排污指标的分配模型	(289)
市场信息的不对称模型	(291)
碳关税的博弈模型	(293)
产出缺口的价格效应模型	(296)
居民消费价格的波动模型	(299)
税收收入的规模变化模型	(301)
资源环境约束的经济增长模型	(304)

小微企业的贷款保证保险博弈模型

1 背景

小微企业是国民经济的重要组成部分,在我国经济发展过程中起着举足轻重的作用,尤其是改革开放以来,随着市场经济体制的逐步建立,小微企业在提供就业机会、增加财政税收以及出口、促进国内生产总值(GDP)的增长上发挥了巨大的作用。在小微企业的发展过程中,资金的有效供给与利用是促进小微企业发展的重要动力。巴曙松和游春^[1]建立博弈模型进行小微企业贷款保证保险放松融资约束的理论分析,结合保证保险与小微企业融资现状,探讨了小微企业贷款保证保险发展存在的问题和不足。

2 公式

小微企业贷款保证保险放松融资约束的理论分析引入博弈模型,如表1所示, U_1 代表信用水平高,并且有保证保险给企业带来的效用; U_2 代表信用水平低,并且有保证保险给企业带来的效用; U_3 代表信用水平高,没有保证保险给企业带来的效用; U_4 代表信用水平低,没有保证保险给企业带来的效用; f_1 、 f_2 分别代表支付给保险公司的保险费用; m_1 、 m_2 、 m_3 、 m_4 分别代表企业为达到高的信用水平之前所付出的代价; q_1 、 q_2 、 q_3 、 q_4 分别代表银行的收益率; v_1 、 v_2 、 v_3 、 v_4 分别代表企业带给银行的违约损失; p 、 $1-p$ 、 m 、 $1-m$ 分别代表各自的概率。

表1 小微企业贷款保证保险放松融资约束博弈模型

	信用水平高(m)	信用水平低($1-m$)
有贷款保证(p)	$(U_1 - f_1 - m_1, q_1 u_1 - v_1)$	$(U_2 - f_2 - m_2, q_2 u_2 - v_2)$
无贷款保证($1-p$)	$(U_3 - m_3, q_3 u_3 - v_3)$	$(U_4 - m_4, q_4 u_4 - v_4)$

企业的期望收益为:

$$U = pm(U_1 - f_1 - m_1) + p(1-m)(U_2 - f_2 - m_2) + m(1-p)(U_3 - m_3) + (1-p)(1-m)(U_4 - m_4) \quad (1)$$

期望收益 U 分别对 p 、 m 求偏导得:

$$\partial U / \partial p = m(U_1 - f_1 - m_1) + (1-m)(U_2 - f_2 - m_2) - m(U_3 - m_3) -$$

$$(1 - m)(U_4 - m_4) = 0 \quad (2)$$

$$\partial U / \partial m = p(U_1 - f_1 - m_1) - p(U_2 - f_2 - m_2) - p(U_3 - m_3) - (1 - p)(U_4 - m_4) \quad (3)$$

由式(1)~式(3)得:

$$p = (U_4 - m_4) / (U_1 - f_1 - m_1 - U_2 + f_2 + m_2 - U_3 + m_3 + U_4 - m_4) \quad (4)$$

$$m = (U_4 - m_4 + f_2 + m_2 - U_2) / (U_1 - f_1 - m_1 - U_2 + f_2 + m_2 - U_3 + m_3 + U_4 - m_4) \quad (5)$$

由此可得该博弈模型的混合策略 Nash 均衡,即如果企业以 p 的概率选择贷款保证,以 $1 - p$ 的概率不选择贷款保证,银行以 m 的概率选择信用水平高的企业,以 $1 - m$ 的概率选择信用水平低的企业。企业以 p 的概率选择贷款保证,银行会以 $1 - m$ 的概率选择信用水平低的企业,此时博弈的双方参与者都不会单方面偏离其既定策略^[2]。在这种情况下,信用低的企业通过贷款保证可以获得银行的贷款,即减少了融资约束。

3 意义

通过建立了小微型企业贷款保证保险放松融资约束的理论分析的博弈模型,模型表明了信用低的企业通过贷款保证可以获得银行的贷款,即减少了融资约束,小微型企业的贷款保证保险为企业提供了一种新型的融资保障方式,在提高企业的信用水平的同时,又为贷款的提供者——商业银行提供了保障。本模型可预测小微型企业贷款保证保险放松融资约束,可以为小微型企业贷款保证保险更好更快地发展提供参考。

参考文献

- [1] 巴曙松,游春. 我国小微型企业贷款保证保险相关问题研究[J]. 经济问题,2015,(1): 1-6.
- [2] 鲍静海,周稳海,李浩然. 我国中小企业信贷保证保险制度的构建[J]. 保险研究,2007,(4): 33-35.

省际基础教育的服务绩效模型

1 背景

基础教育供给是我国基本公共服务均等化的重要内容之一,近年来虽然已经取得了长足的进展,但是地区间的失衡依旧突出。基础教育供给不均衡的影响因素很多。刘成奎和柯颢^[1]运用中国 1998—2011 年省际面板数据进行分析,通过建立模型计算基础教育服务绩效指数,从纵向财政不平衡角度剖析其对基础教育绩效的影响以及对策。

2 公式

基础教育绩效评价采用 Min - max 标准化法,将指标的原始值映射为区间[0,1]中。在基础教育绩效评价体系中,部分指标与基础教育绩效水平正相关,被称为正指标;部分指标和基础教育绩效水平负相关,称为逆指标。

对于正指标, $x = (\text{原始数据} - \text{最小值}) / (\text{极大值} - \text{极小值})$

对于逆指标, $x = (\text{极大值} - \text{原始数据}) / (\text{极大值} - \text{极小值})$

表 1 列出了基础教育绩效评价指标。

表 1 基础教育绩效水平评价指标体系

一级指标	二级指标	三级指标	四级指标
基础教育 绩效指标	投入类指标	经费投入	人均小学经费
			人均初中经费
		服务占用资源比	教育支出/上年 GDP
			教育支出/财政支出
	产出类指标	教育机构密度	生均教育机构
			每平方公里教育机构数
		师资密度	初中生师比
	小学生师比		
	受益类指标	大专以上人口比重	
		平均受教育年限	

将基础教育服务绩效指数和纵向财政不平衡、支出分权、控制变量以及交互项联系在一起做计量实证分析。控制了其他的一些外生变量,建立以下模型:

$$Edu_{it} = \alpha VFI_{it} + \beta decen_{it} + \delta X_{it} + \varepsilon_{it} \quad (1)^{[2-4]}$$

式中, i 代表省份; t 代表年份。被解释变量 Edu_{it} 为基础教育服务绩效指数。 VFI_{it} 是核心解释变量——纵向财政不平衡指标。 α 为 VFI_{it} 系数,度量了在指出分权保持不变的情况下, VFI 对基础教育绩效水平的影响。 $Decen_{it}$ 为支出分权,一种财政分权指标。 β 为支出分权系数,度量了在 VFI 保持不变的情况下,支出分权的影响。 X_{it} 为一组控制变量。 ε_{it} 是随机误差项。

表 2 汇总了 3 个模型的结果。3 个模型分别添加了控制变量的模型,增加了 VFI_{it} 平方项的模型以及增加了支出分权与山地面积比例虚拟变量交互项的模型。

表 2 基础教育绩效水平和 VFI 的回归结果

	模型(1)	模型(2)	模型(3)
纵向财政不平衡(VFI)	-0.626(-2.337)*	-0.904(-1.471)	-0.563(-2.242)
支出分权($decen$)	0.389(4.135)***	0.372(3.738)***	0.980(8.275)***
人均 GDP($lngdp$)	-0.273 6(-2.120 1)*	-0.260 1(-1.973)*	-0.450(-3.654)***
人口密度(pd)	0.002(9.272)***	0.002(8.942)***	0.002(11.918)***
人均财政收入($lnre$)	-0.237(-2.120)*	-0.227(-1.995)*	-0.239(-2.285)*
VFI 平方项($VFI\ squared$)		0.340(0.502)	
支出分权与地理环境交互项($decen * Mount$)			-0.797(-7.459)***
R^2	0.331	0.332	0.416
F 统计量	38.115	31.743	45.542
样本数	434	434	434

注:被解释变量为 Edu_{it} ,表 2 第一列为解释变量。括号内的数值是估计系数的 t 值。*、**、*** 分别代表在 10%、5%、1% 的水平下显著。

表 3 和表 4 分别汇总了发达地区(主要由东部省份和部分中部省份构成)和不发达地区(主要由中西部省份构成)的回归结果。

省际基础教育的服务绩效模型

表3 经济发达地区回归结果

	模型(4)	模型(5)	模型(6)
纵向财政不平衡(VFI)	-1.510(-3.016)**	-2.468(-3.137)**	-0.911(-1.947)*
支出分权(decen)	1.093(5.228)***	0.971(4.371)***	1.278(6.608)***
人均GDP(lngdpr)	0.074(0.369)	0.184(0.872)	-0.069(-0.376)
人口密度(pd)	0.002(8.673)***	0.002(8.338)***	0.003(10.103)***
人均财政收入(lnre)	-1.109(-4.065)***	-1.003(-3.584)***	-0.861(-3.406)***
VFI 平均项(VFI squared)		1.519(1.574)	
支出分权与地理环境交互项(decen * Mount)			-1.069(-6.174)***
R ²	0.420	0.427	0.517
F 统计量	27.483	23.494	33.73
样本数	224	224	224

注:被解释变量为 Edu_{it} ,表3 第一列为解释变量。括号内的数值是估计系数的 t 值。*、**、*** 分别代表在 10%、5%、1% 的水平下显著。

表4 经济不发达地区回归结果

	模型(7)	模型(8)	模型(9)
纵向财政不平衡(VFI)	0.159(0.553)	1.2783(0.711)	0.153(0.539)
支出分权(decen)	0.238(2.067)*	0.279(2.109)*	0.739(3.178)**
人均GDP(lngdpr)	0.127(0.869)	0.151(0.999)	0.099(0.683)
人口密度(pd)	0.006(2.766)**	0.006(2.716)**	0.005(2.265)*
人均财政收入(lnre)	0.359(2.975)**	0.337(2.684)*	0.358(3.006)**
VFI 平均项(VFI squared)		-1.070(-0.631)	
支出分权与地理环境交互项(decen * Mount)			-0.535(-2.470)*
R ²	0.818	0.818	0.823
F 统计量	170.549	141.74	146.955
样本数	210	210	210

注:被解释变量为 Edu_{it} ,表4 第一列为解释变量。括号内的数值是估计系数的 t 值。*、**、*** 分别代表在 10%、5%、1% 的水平下显著。

3 意义

通过建立了评估纵向财政不平衡对基础教育的影响的模型,表明了经济发达地区的纵向财政不平衡与基础教育服务绩效水平显著负相关;财政支出分权实际上有利于提高基础教育